



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava



MODULOVANÉ SIGNÁLY

učební text

Zdeněk Macháček, Pavel Nevřiva

Ostrava 2012

Recenze: Ing. Jiří Kotzian, Ph.D.
RNDr. Miroslav Liška, CSc.

Název: Modulované signály
Autor: Zdeněk Macháček, Pavel Nevřiva
Vydání: první, 2012
Počet stran: 267
Náklad: 20

Studijní materiály pro studijní obory Měřicí a řídící technika, Elektronika, Elektroenergetika,
Biomedicínské inženýrství fakulty elektrotechniky a informatiky
Jazyková korektura: nebyla provedena.

Určeno pro projekt:

Operační program Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Název: Personalizace výuky prostřednictvím e-learningu
Číslo: CZ.1.07/2.2.00/07.0339
Realizace: VŠB – Technická univerzita Ostrava
Projekt je spolufinancován z prostředků ESF a státního rozpočtu ČR

© Zdeněk Macháček, Pavel Nevřiva
© VŠB – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-2600-4

OBSAH

1. PÁSMOVÝ SIGNÁL A PŘENOS PÁSMOVÉHO SIGNÁLU	7
1.1. Základy problematiky pásmového signálu a šíření pásmového signálu.....	7
1.2. Matematický popis pásmového signálu.....	11
1.3. Filtrace pásmového signálu a přenos pásmového signálu komunikačním kanálem.....	16
1.4. Vzorkování pásmového signálu	31
1.5. Autokorelační funkce, frekvenční spektrum výkonu a výkon pásmového signálu	40
2. ANALOGOVÉ MODULACE PÁSMOVÉHO SIGNÁLU	48
2.1. Základní rozbor analogových modulací pásmového signálu	48
2.2. Amplitudová modulace AM.....	51
2.3. Amplitudová dvoustranná modulace s potlačenou nosnou DSB-SC	61
2.4. Amplitudová jednostranná modulace s potlačenou nosnou SSB-SC	69
2.5. Úhlová fázová modulace PM	80
2.6. Úhlová frekvenční modulace FM.....	87
2.7. Kvadrurní modulace QM.....	96
3. DIGITÁLNÍ MODULACE SIGNÁLU V ZÁKLADNÍM FREKVENČNÍM PÁSMU	102
3.1. Základní rozbor digitálních modulací signálu v základním frekvenčním pásmu	102
3.2. Impulsní amplitudová modulace PAM.....	104
3.3. Impulsní kódová modulace PCM	115
3.4. Ostatní digitální modulace.....	124
4. DIGITÁLNÍ MODULACE PÁSMOVÉHO SIGNÁLU	130
4.1. Základní rozbor digitálních modulací pásmového signálu.....	130
4.2. ON-OFF klíčování OOK	136
4.3. Amplitudové klíčování ASK	142
4.4. Fázové klíčování PSK	148
4.5. Frekvenční klíčování FSK.....	155
4.6. Kvadrurní amplitudové klíčování QAM, APSK	161
4.7. Ortogonální frekvenční klíčování OFDM	167
4.8. Využití přenosu digitálního signálu ve formě modulovaného pásmového signálu	173

5. SYSTÉMY PRO ZPRACOVÁNÍ PÁSMOVÉHO SIGNÁLU	177
5.1. Základní rozbor systémů pro zpracování pásmového signálu	177
5.2. Filtry	180
5.3. Zesilovač	187
5.4. Omezovač	196
5.5. Směšovač	201
5.6. Násobič frekvence	215
5.7. Multiplikativní detektor	221
5.8. Detektor obálky	226
5.9. Detektor FM signálu	231
5.10. Fázový závěs	235
5.11. Vysílač	238
5.12. Přijímač	241
Zkratky a popis fyzikálních veličin	255
Další zdroje a použitá literatura	255
Klíč k řešení	256

POKYNY KE STUDIU

Modulované signály

Pro předmět 1. semestru oborů Měřicí a řídicí technika, Elektronika, Biomedicínské inženýrství jste obdrželi studijní balík obsahující

- integrované skriptum pro distanční studium obsahující i pokyny ke studiu
- CD-ROM s doplňkovými animacemi vybraných částí kapitol
- harmonogram průběhu semestru a rozvrh prezenční části
- rozdělení studentů do skupin k jednotlivým tutorům a kontakty na tutorů
- kontakt na studijní oddělení

Prerekvizity

Pro studium tohoto předmětu se předpokládá absolvování předmětu Signály a soustavy.

Cílem předmětu

je seznámení se základními principy přenosu informace signálem, který má nenulovou spektrální hustotu, frekvenční spektrum, pouze v určitém ohraničeném frekvenčním intervalu, frekvenčním pásmu. Probíraná problematika se věnuje modulacím signálu pro přenos informace a její převod mezi analogovým a digitálním signálem. Dále se předmět zabývá systémy, které zpracovávají a upravují přenášený signál. Po prostudování modulu by měl student být schopen navrhnout a analyzovat matematicky komunikační systémy, pásmové signály, modulované signály, digitální modulované signály v základním spektru i pro pásmové signály, systémy pro zpracování pásmových signálů.

Pro koho je předmět určen

Modul je zařazen do magisterského studia oborů Měřicí a řídicí technika, Elektronika, Elektroenergetika, Biomedicínské inženýrství studijního programu Elektrotechnika, ale může jej studovat i zájemce z kteréhokoliv jiného oboru, pokud splňuje požadované prerekvizity.

Skriptum se dělí na části, kapitoly, které odpovídají logickému dělení studované látky, ale nejsou stejně obsáhlé. Předpokládaná doba ke studiu kapitoly se může výrazně lišit, proto jsou velké kapitoly děleny dále na číslované podkapitoly a těm odpovídá níže popsaná struktura.

Při studiu každé kapitoly doporučujeme následující postup:



Čas ke studiu: xx hodin

Na úvod kapitoly je uveden **čas** potřebný k prostudování látky. Čas je orientační a může vám sloužit jako hrubé vodítko pro rozvržení studia celého předmětu či kapitoly. Někomu se čas může zdát příliš dlouhý, někomu naopak. Jsou studenti, kteří se s touto problematikou ještě nikdy nesetkali a naopak takoví, kteří již v tomto oboru mají bohaté zkušenosti.



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- popsat ...
- definovat ...
- vyřešit ...

Okamžitě potom jsou uvedeny cíle, kterých máte dosáhnout po prostudování této kapitoly – konkrétní dovednosti, znalosti.



VÝKLAD

Následuje vlastní výklad studované látky, zavedení nových pojmů, jejich vysvětlení, vše doprovázeno obrázky, tabulkami, řešenými příklady, odkazy na animace.



Shrnutí pojmů 1.1.

Na závěr kapitoly jsou zopakovány hlavní pojmy, které si v ní máte osvojit. Pokud některému z nich ještě nerozumíte, vraťte se k nim ještě jednou.



Otázky 1.1.

Pro ověření, že jste dobře a úplně látku kapitoly zvládli, máte k dispozici několik teoretických otázek.



Úlohy k řešení 1.1.

Protože většina teoretických pojmů tohoto předmětu má bezprostřední význam a využití v databázové praxi, jsou Vám nakonec předkládány i praktické úlohy k řešení. V nich je hlavní význam předmětu a schopnost aplikovat čerstvě nabyté znalosti při řešení reálných situací hlavním cílem předmětu.



KLÍČ K ŘEŠENÍ

Výsledky zadaných příkladů i teoretických otázek výše jsou uvedeny v závěru učebnice v Klíči k řešení. Používejte je až po vlastním vyřešení úloh, jen tak si samokontrolou ověříte, že jste obsah kapitoly skutečně úplně zvládli.

Úspěšné a příjemné studium s touto učebnicí Vám přeji autoři výukového materiálu

Zdeněk Macháček, Pavel Nevřiva

1. PÁSMOVÝ SIGNÁL A PŘENOS PÁSMOVÉHO SIGNÁLU

1.1. Základy problematiky pásmového signálu a šíření pásmového signálu



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat pásmový signál a modulovaný signál
- popsat komunikační systém a přenos informace
- popsat typy komunikačních kanálů



Výklad

Bezdrátový **přenos vysokofrekvenčního signálu** mezi vysílačem a přijímačem je realizován elektromagnetickými vlnami. **Elektromagnetické vlnění** má vlastnosti vlnové (odraz, ohyb, interference, polarizace) a kvantové (fotoelektrický jev). Bezdrátový přenos elektromagnetického záření je realizován změnami elektromagnetického pole, tedy časovými a prostorovými změnami elektromagnetického pole. Elektromagnetický signál má dvě navzájem neoddělitelné složky navzájem kolmé se souhlasnou fází, vektor intenzity elektrického pole E a vektor magnetické indukce B . Elektromagnetický signál se šíří vakuem rychlostí $v = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vztah mezi frekvencí kmitání f , vlnovou délkou λ a rychlostí šíření v elektromagnetického signálu.

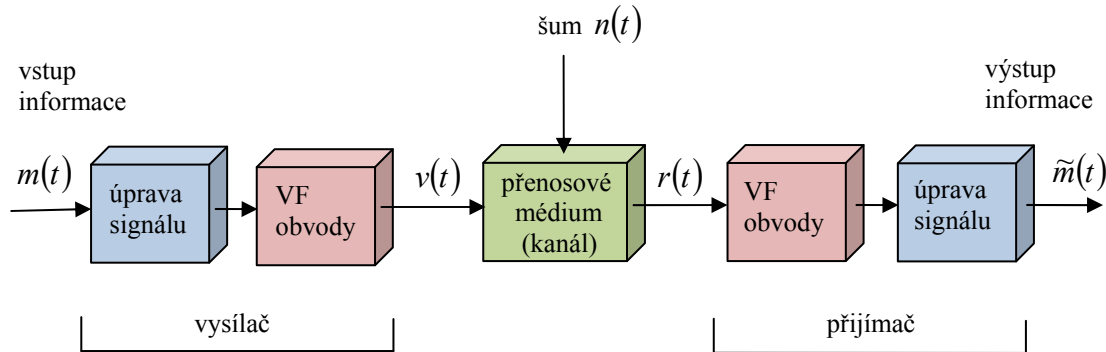
$$v = \lambda \cdot f \quad (1.1.1)$$

Elektromagnetické pole ve vodiči indukuje střídavý elektrický proud a opačně, čehož se využívá v anténách. Problematika šíření signálů odlišných frekvencí je zcela rozdílná a tedy vyžaduje rozdílný přístup k jednotlivým frekvenčním pásmům.

Signál přenášející informace komunikačním systémem, který má frekvenční spektrum nenulové pouze v určitém pásmu, se nazývá **pásmový signál** $v(t)$ procházející pásmovým **komunikačním kanálem**.

Účelem **komunikačního systému** je přenášet informaci od zdroje signálu k příjemci informace. Původní informační signál $m(t)$ generovaný zdrojem signálu je dále modulacemi upravován a jako modulovaný signál přenášen komunikačním systémem. V základních úlohách je generovaný pásmový signál $v(t)$ vybranou **modulací** shodný s modulovaným signálem, který je dále například bezdrátově přenášen komunikačním kanálem. Příjemce informace přijímá a demoduluje narušenou zprávu, **narušený signál** $\tilde{m}(t)$. **Informační signál** $m(t)$ může být signál analogový nebo číslicový, to závisí na konkrétním případě. Může to být audiosignál, videosignál, signál z počítače, nebo nějaký jiný typ signálu, který může obsahovat užitečnou informaci. V systémech pracujících s mnohonásobným sdíleným přenosem dat, multiplexem, se může informační signál $m(t)$ skládat z mnoha dílčích různorodých zdrojů informačních signálů, na straně příjemce se potom výstupní signál $\tilde{m}(t)$ opět k mnoha odpovídajícím dílčím příjemcům signálů rozkládá. Převod nízkofrekvenčního analogového a

digitálního signálu $m(t)$ lze provádět **digitálními modulacemi v základním frekvenčním pásmu** zpracovávající signály dle níže popisovaného matematického aparátu.



Obr. 1.1.1 Základní blokové schéma komunikačního systému

Podstatou dále aplikovaného **matematického popisu** je, že spektra $m(t)$ a $\tilde{m}(t)$ jsou koncentrována kolem nulové frekvence $f = 0$. Předpokládá se tedy a prezentuje fakt, že signály $m(t)$ a $\tilde{m}(t)$ se nacházejí v základním frekvenčním pásmu. Signály v základním frekvenčním pásmu lze dnes označit i impulsní signály o frekvencích řádově až 1000 Mb/s, které se pro přenos na větší vzdálenost moduluji a u nichž se na straně přijímače rekonstruuje jejich binární tvar.

Blok pro úpravu signálu ve vysílači slouží pro **předzpracování a zpracování** signálu $m(t)$ pro jeho co nejefektivnější přenos. Je-li $m(t)$ signál číslicový, může se v tomto bloku ze signálu odstranit nežádoucí redundanci (data packing), nebo k datům lze přidat kontrolní údaje pro detekci a korekci chyb, které by mohl při přenosu způsobit šum v kanálu a chyba v přijímači. V analogových systémech je v bloku pro úpravu signálu ve vysílači dominantním prvkem zpracovávajícím signál adaptivní dolnoproustný analogový filtr. Používá se již stále méně, protože se v telefonních technologiích přechází na hybridní systémy, kde je filtr realizovaný většinou číslicovými obvody. V hybridních systémech je obvykle analogový vstup vzorkován, vzorky jsou digitalizovány a výsledkem je slovo digitálního signálu v základním frekvenčním spektru.

Vysokofrekvenční obvody VF, které jsou součástí vysílače, převádějí a moduluji upravený signál v základním frekvenčním pásmu do frekvenčního pásma, které je vhodné pro přenos informace přenosovým médiem - kanálem. Komunikační kanál může být realizován od kroucené telefonní dvoulinky, kde frekvenční spektrum pásmového signálu $v(t)$ je v pásmu 300-3700Hz až pro kabel s optických vláken, kde frekvenční pásmového signálu $v(t)$ je v pásmu frekvencí $10^3 - 10^7$ GHz. Pokud kanálem prochází signál v základním pásmu, vysílač modulační obvody neobsahuje a signál $s(t)$ je přímo výstupním signálem z bloku pro úpravu signálu ve vysílači.

Modulační obvody jsou nutné pouze tehdy, když kanálem mohou procházet signály s frekvenčním pásmem v blízkosti frekvence f_c , kde $f_c \gg 0$ je odvozen z anglického "carrier", frekvenci f_c je nazývána nosnou frekvencí. V takovémto případě se signál $s(t)$ nazývá pásmový signál, protože je vytvořen tak, aby měl frekvenční spektrum umístěno ve frekvenčním pásmu kolem f_c a lze takový signál označit také proměnnou $v(t)$. Například, komerční radiový vysílač vysílající amplitudově modulovaný signál AM na frekvenci 850 kHz pracuje s nosnou frekvencí $f_c = 850$ kHz. Obecně se modulaci nazývá záznam, mapování, informace, nesené v signálu $m(t)$ do pásmového signálu $v(t)$. U

komerčního radiového vysílače je signálem v základním frekvenčním pásmu, $m(t)$, například analogový řečový signál.

Modulace (modulation) je proces, při kterém se informace, obsažená ve zdrojovém modulačním signálu $m(t)$ převádí na pásmový signál - modulovaný signál $v(t)$.

Komunikační kanály lze rozdělit do dvou základních kategorií:

- Umělé
- Přírodní

Mezi **umělé kanály** patří například kroucená telefonní dvoulinka, koaxiální kabel, vlnovod, optický kabel. Mezi **přírodní kanály** lze zařadit například vzduch, vakuum, mořská voda. Základní principy modulace číslicových a analogových signálů jsou společné pro všechny typy kanálů, charakteristiky jednotlivých kanálů mají však vždy různá technologická a fyzikální omezení, která upřednostňují určitá konkrétní technická řešení. Obecně komunikační kanál tlumí vždy signál v tom smyslu, že šum přičtený k signálu v kanálu a šum přičtený k signálu v nedokonalém přijímači vždy způsobují, že informační narušený signál $\tilde{m}(t)$ je oproti vstupnímu informačnímu signálu $m(t)$ zhoršený.

Šum v kanálu může mít svůj původ v přírodních rušivých zdrojích, například v blesku, v bouři, atmosferické změny počasí. Dále může být generováno v umělých rušivých zdrojích, jako je vedení vysokého napětí, jiskření zapalovacích motorů, může to být též elektromagnetické rušení od vedle stojícího počítače. Kanál může obsahovat aktivní zesilovače, například opakovače v dálkové telefonní síti nebo transpondery (rádiové odpovídače) v satelitní komunikační síti. Tato zařízení jsou nutná k tomu, aby se signál udržel nad úrovní šumu. Navíc, kanál může používat, kvůli bezpečnosti, nebo, u přírodních kanálů kvůli nezbytnosti, mezi svým vstupem a výstupem více paralelních cest. Každá z těchto cest může mít jiné dopravní zpoždění a jiný, v čase se měnící útlum. Důkazem je vlastní zkušenost například s poslechem nějaké vzdálené krátkovlnné analogové vysílané stanice, s jejím kolísavým příjmem, měnícím se s atmosférickými podmínkami.

Přijímač získává, přijímá, narušený pásmový signál na výstupu komunikačního kanálu a převádí ho ve **VF obvodech** v přijímači, v obvodech nosné v přijímači, v demodulátoru, na signál v základním frekvenčním pásmu, který může již být zpracován **obvody pro úpravu signálu v základním frekvenčním pásmu** přijímače. V těchto obvodech je signál na základě apriorní informace o signálu $m(t)$ nebo na základě statistického vyhodnocení průběhu dosud přijatého signálu vhodně "očištěn", například filtrován, a upraven na signál $\tilde{m}(t)$, který by měl být je co nejuvěrnějším odhadem vstupního informačního signálu $m(t)$, tedy přenášené užitečné informace.

Úkolem inženýra je navrhnout komunikační systém tak, aby přenášel informaci od zdroje k příjemci s jejím co nejmenším zkreslením, přitom je třeba, nutno respektovat omezení, která se vyskytují při každém takovémto projektu, jako jsou například přípustná velikost přenášené energie, přípustná šířka frekvenčního pásma pásmového signálu, cena komunikačního systému. Návrh komunikačního systému ovlivňuje také dostupnost komunikačního vybavení, komunikační normy a dohody. U digitálních systémů se zkreslení signálu obvykle měří pravděpodobností, že dojde při přenosu k chybě bitu, srovnávají-li se signály $m(t)$ a $\tilde{m}(t)$. U analogových systémů se zkreslení signálu obvykle měří poměrem výkonu signálu a výkonu šumu na výstupu z přijímače (signal-to-noise ratio).

Působení šumu $n(t)$ na pásmový signál $v(t)$ je definována vztahem $r(t) = v(t) + n(t)$. Šum se tedy skládá se signálem aditivně. Byly by možné i jiné definice, které by v některých případech mohly vést k jednodušším matematickým postupům.

Ve vybrané literatuře, zejména anglosaské, je pojem modulace (modulation) používán jak pro označení modulačního procesu, tak pro označení signálu, modulujícího nosnou. V těchto skriptech je použitý pro označení modulačního procesu.

Historie přenosu informací sahá do dávné minulosti, kdy komunikačními prostředky byly využívány tamtamy, kouřové signály, ručkové telegrafy atd. Základy modulací a bezdrátového přenosu signálu byly objeveny již v roce 1820 výzkumem jevu, kdy v blízkosti vodiče, jímž protéká elektrický proud, se střelka kompasu vychyluje. První pokus bezdrátového přenosu informace byl proveden M. Loomisem roku 1865 pomocí kovové kostry, telegrafu a galvanometru. Maxwellovy rovnice (1865) vytvořily teoretický základ pro vynalezení prvního oscilátoru, což aplikoval v roce 1887 Heinrich Hertz, který byl schopen vybudit elektromagnetické vlny a měřit jejich vlnovou délku a rychlost. V roce 1879 D. E. Hughes vygeneroval a zachytil signály přenesené pomocí radiových vln. Roku 1895 vynalezl italský vědec Guglielmo Marconi první rádiový systém přenášející signál na vzdálenost 2 km umožněné zdokonalením koherentního detektoru elektromagnetických vln. Dále vynalezl, že rádiové vlny se šíří pomocí odrazů a přenosové podmínky jsou někdy příznivější v noci než ve dne. V roce 1901 byl uskutečněn 1. transatlantický bezdrátový přenos. Z počátku bezdrátová komunikace přenášela nejprve informace za pomoci Morseovy abecedy. Již v roce 1904 byl uskutečněn bezdrátový přenos hlasu. V roce 1913 byl objeven první anodový modulátor pro amplitudovou modulaci. V roce 1920 zahájeno v Pittsburgu v USA první veřejné rozhlasové vysílání. V roce 1923 bylo zahájeno pravidelné vysílání Československého rozhlasu. V roce 1934 byl bezdrátově přenášen signál pomocí frekvenční modulace (FM). Třicátá léta 20. století - rozvoj analogového rozhlasu. Před první světovou válkou v USA - několik set radioamatérských stanic. První mezinárodní poštovní spojení na krátkých vlnách mezi Prahou a Londýnem je od roku 1929, mezi ČSR a USA od roku 1930. V roce 1938 komerční televizní vysílání (BBC). V roce 1947 - teoretické návrhy moderních buňkových rádiových systémů - typu GSM sítí. V roce 1954 bylo zahájeno vysílání barevné televize (NTSC) v USA. V 60. letech 20. století byl zahájen provoz družicové rádiové komunikace. V roce 1961 byl testován 1. analogový buňkový radiotelefonní systém. Konec osmdesátých let 20. století - digitální radiotelefonní systémy - v Evropě systém GSM. Konec 20. století - nástup digitálních systémů.



Shrnutí pojmů 1.1.

Pásmový signál je vysokofrekvenční signál, který má nenulové frekvenční spektrum pouze v omezeném frekvenčním intervalu v okolí nosné frekvence

Komunikační systém je základní schématické znázornění popisující přenos informací od zdroje signálu k příjemci informace.

Modulace je proces převádějící informaci obsaženou ve zdrojovém modulačním signálu $m(t)$ na pásmový signál - modulovaný signál.

Šum v kanálu může mít svůj původ v přírodních rušivých zdrojích i v umělých rušivých zdrojích.



Otázky 1.1.

1. Co je pásmový signál a modulovaný signál?
2. Co znamenají následující pojmy: informační signál, narušený signál, šum, komunikační kanál?
3. Z čeho se skládá komunikační systém a jaká je funkce jednotlivých bloků?



Odměna a odpočinek

Na počátku studia jste se dozvěděli důvody a motivaci proč studovat jednotlivé modulační systémy pro zpracování pásmových signálů a jejich parametry. Nyní je tedy možné začít podrobné studium předmětu Modulované signály.

1.2. Matematický popis pásmového signálu



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat obecný matematický model signálu
- popsat přenos informace signálem
- popsat pásmový signál
- definovat komplexní obálku, amplitudovou a fázovou modulační složku
- popsat soufázovou a kvadrurní modulační složku



Výklad

□ Základní definice pásmového signálu

Signál přenášející informace, který má nenulovou spektrální hustotu pouze v určitém frekvenčním pásmu v blízkosti frekvence f_c , kde $f_c \gg 0$, se nazývá pásmový signál. Obecný matematický model signálu a popisu přenosu informace signálem je podrobně popsán v následujícím textu. Frekvenční interval, který přísluší k pásmovému signálu, se nazývá pásmo pásmového signálu (passband, pásmo propustnosti).

Obecný pásmový signál se označuje symbolem $v(t)$. V jednotlivých případech může být pásmový signál $v(t)$ stejný jako:

- modulovaný signál
- šum $n(t)$, tedy $v(t) = n(t)$
- součet signálu a šumu $r(t)$ na výstupu z komunikačního kanálu, tedy $v(t) = r(t)$
- ostatní signály.

Všechny pásmové signály, bez ohledu na to, jestli vznikly v důsledku modulace, interference, nebo představují-li šum, lze popsat shodnou formulací a matematickým modelem, který je definován níže v textu.

□ Matematický rozbor pásmového signálu

Každý **pásmový signál** $v(t)$ lze vyjádřit ve tvaru

$$v(t) = \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \quad (1.2.1)$$

, kde $\operatorname{Re}\{ \cdot \}$ označuje reálnou část z $\{ \cdot \}$, $g(t)$ je tzv. komplexní obálka signálu $v(t)$ a f_c je odpovídající frekvence nosné, $\omega_c = 2\pi f_c$. Dva další, ekvivalentní, popisy pásmového signálu jsou následující:

$$\text{popis v polárním tvaru} \quad v(t) = R(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (1.2.2)$$

$$\text{popis v kartézském tvaru} \quad v(t) = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c t \quad (1.2.3)$$

Signály $x(t)$ a $y(t)$ jsou definovány jako signály v základním pásmu, popisují je reálné funkce reálné proměnné t . Lze je generovat, modulovat, vysílat, přenášet, přijímat a měřit.

Funkce $g(t)$ se nazývá **komplexní obálka** (complex envelope) signálu $v(t)$

Funkce $x(t)$ je **soufázová modulační složka** (in-phase modulation, I-modulation) signálu $v(t)$

Funkce $y(t)$ je **kvadraturní modulační složka** (quadrature modulation, Q-modulation) signálu $v(t)$

Signály $R(t)$ a $\theta(t)$ jsou definovány jako signály v základním pásmu, popisují je reálné funkce reálné proměnné t . Lze je generovat, modulovat, vysílat, přenášet, přijímat a měřit.

Funkce $R(t)$ se nazývá **amplitudová modulační složka**, tzv. reálná obálka (amplitude modulation, AM, real envelope), signálu $v(t)$

Funkce $\theta(t)$ je **fázová**, nebo také **úhlová, modulační složka** (phase modulation, PM) signálu $v(t)$

Signály $g(t)$, $x(t)$, $y(t)$, $R(t)$ a $\theta(t)$ jsou signály v základním pásmu, s výjimkou $g(t)$, který je obecně komplexní, je jejich popis dán reálnou funkcí času t . $R(t)$ je nezáporná funkce času t . Vztahy (1.2.1) až (1.2.9) tak vyjadřují transformaci signálu v základním pásmu na pásmový signál v pásmu pásmovém signálu s frekvencí nosné f_c .

Komplexní obálku lze vyjádřit v kartézských souřadnicích a rozložit na reálnou a imaginární část:

$$g(t) = x(t) + jy(t) = |g(t)|e^{j\angle g(t)} \equiv R(t)e^{j\theta(t)} \quad (1.2.4)$$

$$x(t) = \operatorname{Re}\{g(t)\} \equiv R(t)\cos\theta(t) \quad (1.2.5)$$

$$y(t) = \text{Im}\{g(t)\} \equiv R(t) \sin \theta(t) \quad (1.2.6)$$

Komplexní obálku lze také rozložit v polárních souřadnicích části definované jako modul $R(t)$ a fáze $\theta(t)$:

$$g(t) = |g(t)| e^{j\angle g(t)} \equiv R(t) e^{j\theta(t)} \quad (1.2.7)$$

$$R(t) = |g(t)| \equiv \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (1.2.8)$$

$$\theta(t) = \angle g(t) \equiv \tan^{-1} \left(\frac{y(t)}{x(t)} \right) \quad (1.2.9)$$

Matematický zápis převodu od definované tvaru (1.2.1) ke tvaru (1.2.3) je rozepsán následujícím způsobem:

$$\begin{aligned} v(t) &= \text{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \} \\ &= \text{Re} \{ [x(t) + jy(t)] [\cos \omega_c t + j \sin \omega_c t] \} \\ &= \text{Re} \{ x(t) \cos \omega_c t + x(t) j \sin \omega_c t + jy(t) \cos \omega_c t + jy(t) j \sin \omega_c t \} \\ &= \text{Re} \{ x(t) \cos \omega_c t + j x(t) \sin \omega_c t + jy(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t \} \\ &= x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t \end{aligned} \quad (1.2.10)$$

Fourierovou transformací matematického vztahu pro výpočet pásmového signálu $v(t) = \text{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \}$, který se rozloží na jednotlivé komplexně sdružené komplexní obálky signálu

$$v(t) = \text{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \} = \frac{1}{2} g(t) e^{j\omega_c t} + \frac{1}{2} g^*(t) e^{-j\omega_c t} \quad (1.2.11)$$

je tedy řešená Fourierova transformace každé komplexní obálky

$$V(f) = F\{v(t)\} = \frac{1}{2} F\{g(t) e^{j\omega_c t}\} + \frac{1}{2} F\{g^*(t) e^{-j\omega_c t}\} \quad (1.2.12)$$

Z čehož lze získat vyjádření pásmového signálu ve frekvenční oblasti

$$V(f) = \frac{1}{2} G(f - f_c) + \frac{1}{2} G^*(-(f + f_c)) = \frac{1}{2} G(f - f_c) + \frac{1}{2} G^*(-f - f_c) \quad (1.2.13)$$

Libovolný fyzikální signál, nemusí být periodický, lze na časovém intervalu $T_0 \rightarrow \infty$ vyjádřit pomocí komplexní Fourierovy řady

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}, \quad \omega_0 = 2\pi/T_0 \quad (1.2.14)$$

Protože pro koeficienty Fourierova spektra každého reálného signálu platí, že $c_{-n} = c_n^*$, lze s využitím vztahu $\text{Re}\{ \cdot \} = \frac{1}{2} \{ \cdot \} + \frac{1}{2} \{ \cdot \}^*$ předchozí výraz upravit na následující

$$v(t) = \operatorname{Re} \left\{ c_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \right\} \quad (1.2.15)$$

Rozšíří-li se výše popsaný výraz beze změny o parametr f_c , který má význam frekvence nosné, pak se získá následující vztah, kde c_0 je pro pásmový signál rovna 0

$$v(t) = \operatorname{Re} \left\{ \left(c_0 e^{-j\omega_c t} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{j(n\omega_0 - \omega_c)t} \right) e^{j\omega_c t} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \left(2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{j(n\omega_0 - \omega_c)t} \right) e^{j\omega_c t} \right\} \quad (1.2.16)$$

Vyjádřením části struktury se získá vztah (1.2.1)

$$g(t) = c_0 e^{-j\omega_c t} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{j(n\omega_0 - \omega_c)t} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{j(n\omega_0 - \omega_c)t} \quad (1.2.17)$$

Protože je $v(t)$ pásmový signál, má nenulové spektrum pouze pro frekvence f v blízkosti f_c . Z toho vyplývá, že Fourierovy koeficienty c_n pásmového signálu mají nenulové hodnoty pouze pro n kde $\pm n f_0$ leží v okolí f_c , v rozsahu

$$\pm n f_0 \approx f_c \quad (1.2.18)$$

Z rovnice (1.2.17) je proto ihned zřejmé, že frekvenční spektrum signálu $g(t)$ je soustředěno kolem frekvence $f = 0$, signál $g(t)$ je signál v základním frekvenčním pásmu.

Protože je $g(t)$ komplexní obálka komplexní funkce reálné proměnné, určuje její fyzikální interpretaci vztah $v(t) = \operatorname{Re} \{ g(t) e^{j\omega_c t} \}$.

Dále uvidíme, že podle toho, jak se informace nesená okamžitou hodnotou signálu $m(t)$ zapisuje do pásmového signálu, existují dva následující krajní případy úhlové modulace:

- přímo úměrně okamžité hodnotě $m(t)$ se nastavuje $\theta(t)$, tj. odchylka, rozdíl, počáteční fáze signálu $v(t)$ oproti počáteční fázi nosné $v_0(t)$ je přímo úměrná $m(t)$. Tato modulace se nazývá fázová modulace (phase modulation, P-modulation).
- přímo úměrně okamžité hodnotě $m(t)$ se nastavuje $\frac{d\theta(t)}{dt}$, tj. odchylka, rozdíl, kmitočtu signálu $v(t)$ oproti kmitočtu nosné $v_0(t)$ je přímo úměrná $m(t)$. Tato modulace se nazývá frekvenční modulace (frequency modulation, F-modulation).

Uvedený matematický model pásmového signálu má významné použití. V moderních komunikačních systémech se často pásmový signál $v(t)$ pro přenos rozkládá do dvou komunikačních kanálů:

- komunikační kanál pro přenos složky $x(t)$ (I-kanál, in-phase channel).
- komunikační kanál pro přenos složky $y(t)$ (Q-kanál, quadrature-phase channel).



Shrnutí pojmů 1.2.

Pásmový signál je vysokofrekvenční signál, který má nenulové frekvenční spektrum pouze v omezeném frekvenčním intervalu v okolí nosné frekvence

Komplexní obálka matematicky definovává modulaci signálu v základním frekvenčním pásmu

Soufázová modulační složka $x(t)$, **kvadraturní modulační složka** $y(t)$, **amplitudová modulační složka** $R(t)$, **fázová, nebo také úhlová, modulační složka** $\theta(t)$ jsou funkce definující modulaci informačního signálu v základním frekvenčním spektru a jsou součástí komplexní obálky.



Otázky 1.2.

1. Co je pásmový signál a jakým způsobem lze tento signál popsat?
2. Jaký je základní rozdíl mezi kmitočtovým spektrem pásmového signálu versus kmitočtové spektrum signálu v základním pásmu?
3. Jaký je matematický popis komplexní obálky pásmového signálu?



Odměna a odpočinek

Nyní již znáte základní matematický popis a parametry pásmového signálu. Tuto kapitolu je potřeba velmi pečlivě prostudovat jelikož je základem ostatnímu probíranému učivu. Z tohoto důvodu si kapitolu ještě jednou pečlivě přečtěte.

1.3. Filtrace pásmového signálu a přenos pásmového signálu komunikačním kanálem



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat pásmový filtr
- popsat filtraci pásmového signálu
- definovat ekvivalentní filtr
- popsat nezkreslující soustavu a nezkreslující přenos kanálem

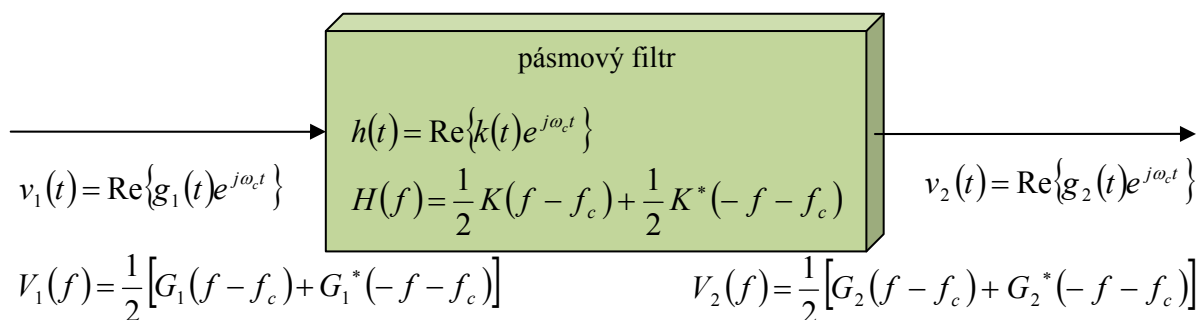


Výklad

□ Filtrace pásmového signálu

Filtrace (signal filtering) je obecně tvarování průběhu signálu jeho průchodem fyzikální soustavou. Filtrování signálu se v mnoha aplikacích ztotožňuje s úlohou odstranit ze signálu rušení, šum. Pro zjednodušení a prezentaci základních pojmů se předpokládá lineární filtrace pásmového signálu. Jde tedy o průchod pásmového signálu lineární soustavou. Shodně jako pásmový signál, může být i pásmový filtr popsán pomocí komplexní obálky, která je funkcí v základním pásmu a převeden tak celý problém na analýzu úlohy v základním pásmu. Návrh filtru lze provádět shodně jako pro signál v základním pásmu.

Jelikož se předpokládá, že filtr je lineární, tak vstupním a výstupním signálem filtru je pásmový signál s nosnou o téže frekvenci. **Pásmový filtr** je znázorněn ve schématu Obr. 1.3.1.



Obr. 1.3.1. Schéma pásmového filtru

$v_1(t)$ je pásmový signál na vstupu pásmového filtru

$g_1(t)$ je komplexní obálka signálu $v_1(t)$

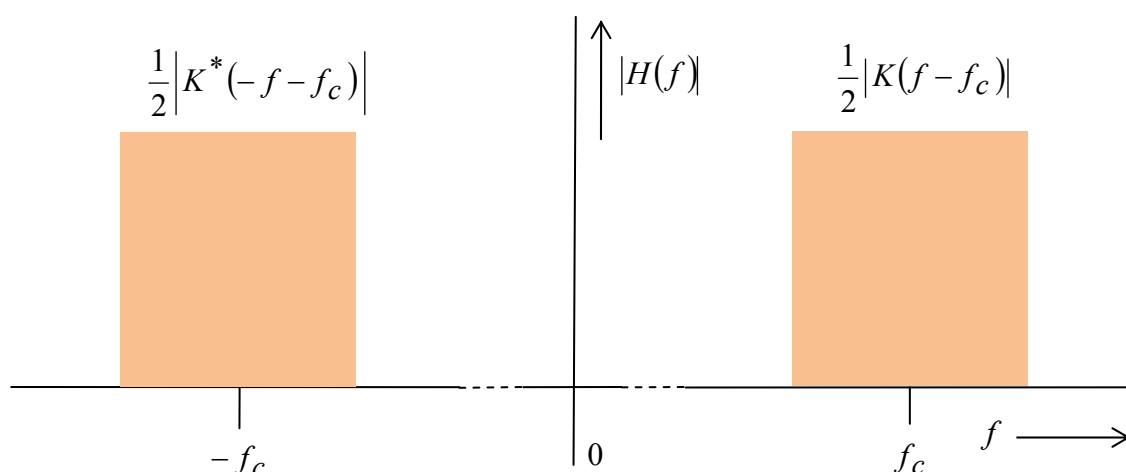
$u_2(t)$ je pásmový signál na výstupu pásmového filtru

$g_2(t)$ je komplexní obálka signálu $v_2(t)$

$h(t)$ je impulsová charakteristika pásmového filtru

$k(t)$ je komplexní obálka impulsové charakteristiky signálu $h(t)$, kde impulsová charakteristika $h(t)$ pásmového filtru je pásmový signál.

Amplitudová frekvenční charakteristika zvoleného pásmového filtru je znázorněna na Obr. 1.3.2. Charakteristika prezentuje pásmovou propust. $H(f)$, která je vázána s $h(t)$ dvoustrannou Fourierovou transformací.



Obr. 1.3.2. Amplitudová frekvenční charakteristika pásmového filtru

V případě známého kmitočtu ω_c nosné je podle vztahu (1.3.1) pásmový signál určen svojí komplexní obálkou. Vstupní signál $v_1(t)$ je určen komplexní obálkou $g_1(t)$. Výstupní signál $v_2(t)$ je určen komplexní obálkou $g_2(t)$. Hledaný filtr tedy transformuje $g_1(t)$ na $g_2(t)$. Komplexní obálky jsou komplexní signály v základním pásmu, hledaný filtr bude tedy filtr v základním pásmu. Tento filtr má komplexní přenos $\frac{1}{2}K(f)$ a je prezentován na Obr.1.3.3.

Komplexní obálky vstupního signálu $v_1(t)$, výstupního signálu $v_2(t)$ a impulsové charakteristiky $h(t)$ pásmového filtru jsou vzájemně vázány následujícím vztahem

$$\frac{1}{2}g_2(t) = \frac{1}{2}g_1(t) * \frac{1}{2}k(t) \quad (1.3.1)$$

, kde $k(t)$ je komplexní obálka impulsové charakteristiky pásmového filtru $h(t)$.

Fourierovou transformací konvoluce se získá ihned odpovídající výraz ve frekvenční oblasti:

$$\frac{1}{2}G_2(f) = \frac{1}{2}G_1(f) \frac{1}{2}K(f) \quad (1.3.2)$$

Při použití lineární filtrace je tedy možno s pásmovými signály pracovat jako se signály v základním pásmu, postačí navrhnout filtr pro komplexní obálku pásmového signálu. Vztahy (1.3.1), (1.3.2) nejsou však snadné a je potřeba je odvodit. Postačí odvodit jeden z těchto vztahů. Pomocí vlastností lineárních soustav lze dokázat vztah (1.3.2).

Kanál, soustava, je lineární. Matematický vztah pro výpočet frekvenčního spektra výstupního signálu filtru je definován pro lineární komunikační kanál resp. soustavu

$$V_2(f) = V_1(f)H(f) \quad (1.3.3)$$

Protože jsou $v_1(t)$, $v_2(t)$, $h(t)$ pásmové signály, lze jejich frekvenční spektra vyjádřit pomocí frekvenčních spekter jejich komplexních obálek.

(1.3.4)

$$\begin{aligned} V_2(f) &= \frac{1}{2} [G_2(f - f_c) + G_2^*(-f - f_c)] \\ &= \frac{1}{2} [G_1(f - f_c) + G_1^*(-f - f_c)] \frac{1}{2} [K(f - f_c) + K^*(-f - f_c)] \\ &= \frac{1}{4} [G_1(f - f_c)K(f - f_c) + G_1(f - f_c)K^*(-f - f_c) \\ &\quad + G_1^*(-f - f_c)K(f - f_c) + G_1^*(-f - f_c)K^*(-f - f_c)] \end{aligned}$$

Ve výrazu pro $V_2(f)$ je ale $G_1(f - f_c)K^*(-f - f_c) = 0$, protože $G_1(f - f_c)$ má v oblasti frekvencí v okolí $-f_c$, kde je $K^*(-f - f_c)$ nenulové, nulovou hodnotu. Jinak řečeno, spektra $G_1(f - f_c)$ a $K^*(-f - f_c)$ se nepřekrývají, protože $G_1(f)$ a $K(f)$ mají nenulovou hodnotu pouze v blízkosti frekvence $f = 0$. Jsou to signály v základním pásmu. Obdobně platí, že $G_1^*(-f - f_c)K(f - f_c) = 0$. Po vypuštění nulových členů z výše uvedené rovnice lze upravit výraz na následující tvar

(1.3.5)

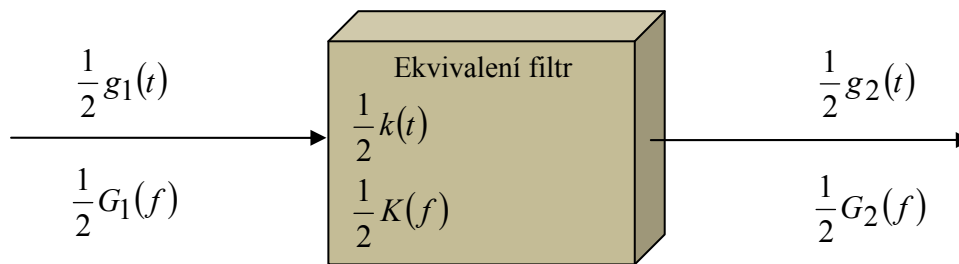
$$\begin{aligned} V_2(f) &= \left[\frac{1}{2} G_2(f - f_c) \right] + \left[\frac{1}{2} G_2^*(-f - f_c) \right] \\ &= \left[\frac{1}{2} G_1(f - f_c) \cdot \frac{1}{2} K(f - f_c) \right] + \left[\frac{1}{2} G_1^*(-f - f_c) \cdot \frac{1}{2} K^*(-f - f_c) \right] \end{aligned}$$

Z čehož vyplývá odvozený důkaz následujícího matematického vztahu

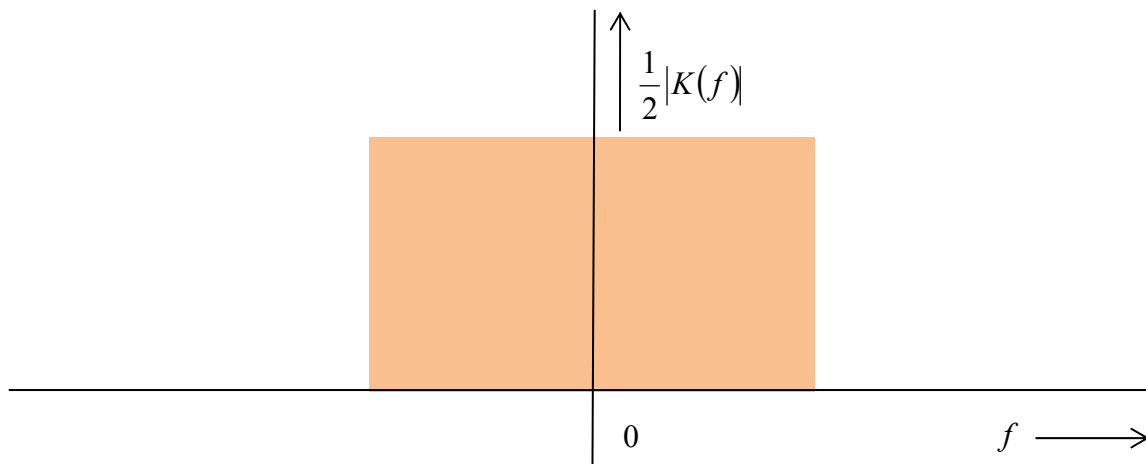
$$\frac{1}{2} G_2(f) = \frac{1}{2} G_1(f) \frac{1}{2} K(f) \quad (1.3.6)$$

Inverzní Fourierovou transformací obou stran vztahu (1.3.6) lze dokázat vztah (1.3.1).

Filtr v základním pásmu, filtrující komplexní obálku pásmového signálu nebo její reálné složky se nazývá **ekvivalentní filtr**. Ekvivalentní filtr ukazuje Obr.1.3.3. Amplitudovou frekvenční charakteristiku ekvivalentního filtru ukazuje Obr.1.3.4. Je zobrazena ekvivalentní dolní propust odpovídající pásmové propusti na Obr.1.3.2.



Obr. 1.3.3. Schéma ekvivalentního filtru



Obr. 1.3.4. Amplitudová frekvenční charakteristika ekvivalentního filtru

Matematické vztahy (1.3.1) a (1.3.2) ukazují, že pásmový signál, procházející pásmovým filtrem lze vyšetřovat postupy známými pro analýzu signálů a filtrů v základním pásmu. Výpočetní vztahy a postupy pro signál v základním pásmu jsou obvykle podstatně jednodušší, než přímé výpočetní vztahy a postupy pro pásmový signál. Výše uvedené vyjádření pásmového signálu pomocí komplexní obálky a pásmového filtru pomocí ekvivalentního filtru je též podstatou většiny CAD programů v oblasti výpočtu a návrhu pásmových regulačních a komunikačních systémů. Ekvivalentní dolnopropustný filtr je také vhodným východiskem pro odvození Shannonova - Nyquistova vzorkovacího teorému pro pásmový signál.

Řešení pásmového filtru jako lineární soustavy je významné zjednodušení problému. Lineární filtr může změnit amplitudu a fázi vstupního harmonického signálu, nemůže však změnit jeho frekvenci.

Skutečnost, že pro analýzu filtrace pásmového signálu lze využít pouze model situace v základním pásmu, není neočekávaná, jelikož informaci nese modulační signál, který se v základním pásmu nachází. Nosná vlna informaci nenese a při její znalosti ji lze z pásmového signálu vždy oddělit.

Impulsová charakteristika $h(t)$ popisuje lineární soustavu. Komplexní obálky $g_2(t)$ a $g_1(t)$ jsou proto vázány lineárním vztahem. Komplexní obálka $g_2(t)$ vznikla lineární filtrací komplexní obálky

$g_1(t)$. Komplexní obálka $g_2(t)$ je lineární funkcí $g_1(t)$. Pro jejich fázové a amplitudové modulační složky to ale neplatí. Fázová modulační složka $\theta_2(t) = \angle g_2(t)$ a amplitudová modulační složka $R_2(t) = |g_2(t)|$ komplexní obálky $g_2(t)$ vznikly nelineární filtrací $g_1(t)$. Je tomu tak, protože jak $\theta_2(t)$, tak $R_2(t)$ jsou nelineárními funkcemi $g_2(t)$. Fázová modulační složka $\theta_2(t)$ proto obecně není lineární funkcí $\theta_1(t) = \angle g_1(t)$. Amplitudová modulační složka $R_2(t)$ proto obecně není lineární funkcí $R_1(t) = |g_1(t)|$.

U lineárního pásmového filtru mohou změnám reálné obálky $R_1(t)$ vstupního signálu $v_1(t)$ odpovídat změny fázové modulační složky $\theta_2(t)$ výstupního signálu $v_2(t)$. Tento jev a tato funkční závislost se nazývá AM-PM konverze (AM-to-PM conversion). Analogicky, u lineárního pásmového filtru mohou změnám fázové modulační složky $\theta_1(t)$ vstupního signálu $v_1(t)$ odpovídat změny reálné obálky $R_2(t)$ výstupního signálu $v_2(t)$. Tento jev a tato funkční závislost se nazývá PM-AM konverze (PM-to-AM conversion).

Analýza nelineárního zkreslení je obecně složitá úloha. I když bylo v odborné literatuře uvedeno mnoho prací, zabývajících se touto problematikou, nebyla dosud publikována práce, která by přinesla uspokojivou obecnou metodiku řešení pro celou problematiku. Na druhé straně, je-li určitá konkrétní úloha již fyzikálně a matematicky popsána, lze její partikulární řešení možno zjistit numericky pomocí moderní výpočetní techniky.

□ Nezkreslující přenos kanálem

V komunikační technice je důležitým pojmem **nezkreslující kanál**. Obecně je nezkreslující kanál takový, jehož výstupní signál $y(t)$ je přímo úměrný posunutému vstupnímu signálu $x(t)$.

$$y(t) = Ax(t - T_d) \quad (1.3.7)$$

, kde A je zesílení, které může být větší nebo menší než jedna, a T_d je časové fázové zpoždění.

Po transformování obou stran rovnice Fourierovou transformací lze získat výraz

$$Y(f) = AX(f)e^{-j2\pi fT_d} \quad (1.3.8)$$

Frekvenční přenos nezkreslujícího kanálu tedy je

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = Ae^{-j2\pi fT_d} \quad (1.3.9)$$

Odtud vyplývá, že k tomu, aby lineární soustava nezkreslovala vstupní signál, musí splňovat následující dva požadavky:

- musí mít konstantní amplitudovou frekvenční charakteristiku

$$|H(f)| = \sqrt{\text{Re}^2\{H(f)\} + \text{Im}^2\{H(f)\}} = \text{konst.} = A \quad (1.3.10)$$

- její fázová frekvenční charakteristika musí být lineární funkcí frekvence

$$\angle H(f) = \arctg \frac{\text{Im}\{H(f)\}}{\text{Re}\{H(f)\}} = -2\pi f T_d \quad (1.3.11)$$

Taková soustava se nazývá **nezkreslující lineární soustava**. Druhý z výše uvedených požadavků se často definuje pomocí požadavku na fázové zpoždění $T_d(f)$ soustavy. Fázové zpoždění (phase delay) $T_d(f)$ soustavy je definováno vztahem

$$T_d(f) = -\frac{1}{2\pi f} \angle H(f) = -\frac{1}{2\pi f} \theta(f) \quad (1.3.12)$$

Podle vztahu (1.3.9) je třeba, aby pro nezkreslující soustavu, pro nezkreslující kanál, pro nezkreslující přenos, bylo

$$T_d(f) = \text{konst} \quad (1.3.13)$$

Kmitočtové charakteristiky a frekvenční průběh $T_d(f)$ ideální nerealizovatelné nezkreslující soustavy prezentuje Obr. 1.3.5.

Výše uvedené podmínky jsou příliš silné, soustava splňující výše uvedené požadavky na všech frekvencích je technicky nerealizovatelná. V základním pásmu se soustava aproximuje například náročnými stejnosměrnými lineárními zesilovači.

U pásmových signálů, kde je informace zakódována do jejich komplexních obálek, však není potřeba předat soustavou nezkresleně celý signál, je třeba předat nezkresleně komplexní obálku. Tento požadavek je požadavkem na nezkreslený přenos komplexní obálky, který se navíc uskutečňuje v určitém známém intervalu frekvencí, pásmu pásmového signálu. V tomto případě tedy není nutné studovat nezkreslující přenos signálu pro všechny frekvence, ale pouze v pásmu frekvencí, ve kterém se nachází pásmový signál. Celkově jsou proto podmínky pro nezkreslující pásmový kanál nižší a realizovatelnější.

Pro **nezkreslený přenos pásmového signálu** komunikačním kanálem musí přenosová funkce, přenos,

$$H(f) = |H(f)|e^{j\angle H(f)} = |H(f)|e^{j\theta(f)} \quad , \quad \theta(f) = \arctg \frac{\text{Im}\{H(f)\}}{\text{Re}\{H(f)\}} \quad , \quad \text{kanálu splňovat v pásmu}$$

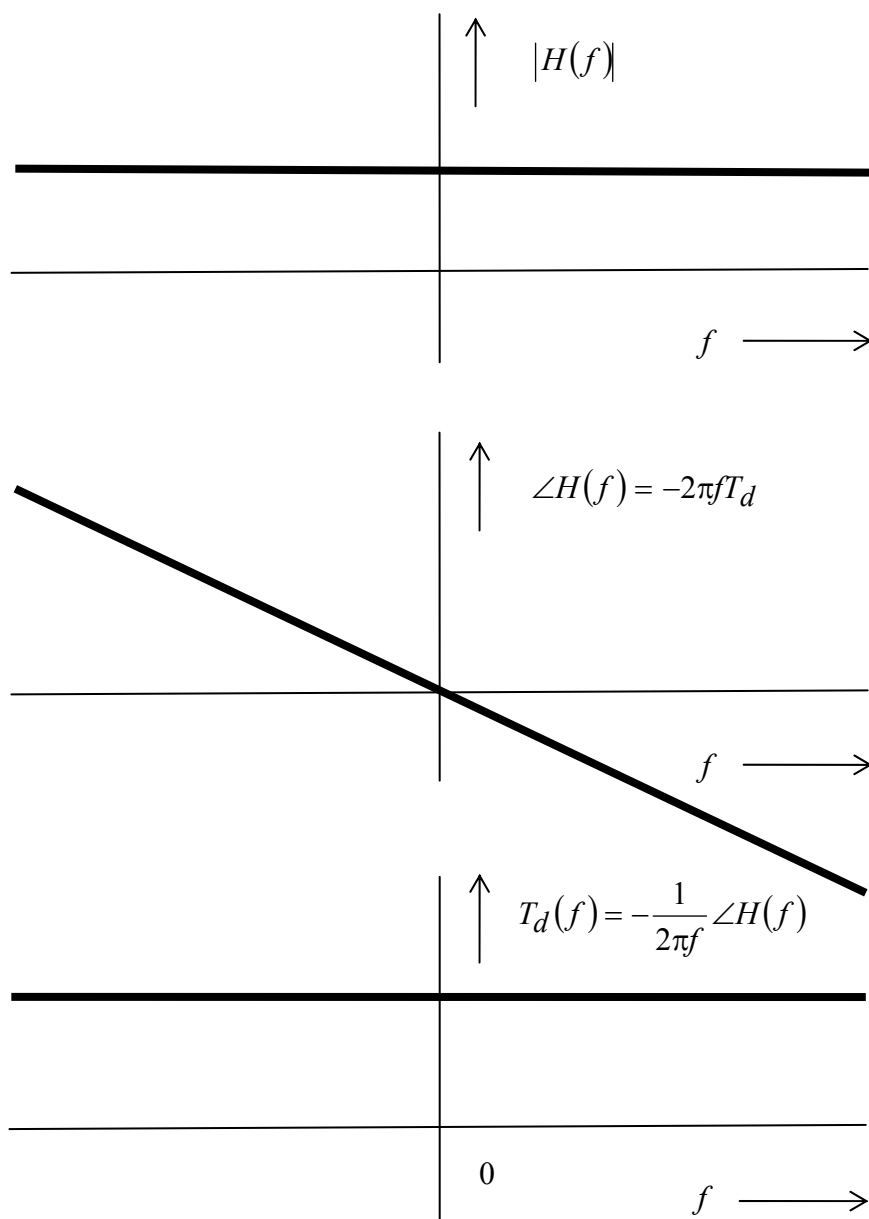
pásmového signálu následující dva požadavky:

- musí mít konstantní amplitudovou frekvenční charakteristiku, kde A je kladná reálná konstanta

$$|H(f)| = \text{konst.} = A \quad (1.3.14)$$

- derivace jeho fázové frekvenční charakteristiky musí být konstantní, kde konstanta T_g se nazývá zpoždění komplexní obálky nebo skupinové zpoždění (group delay, information delay)

$$-\frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(f)}{df} = T_g \quad (1.3.15)$$

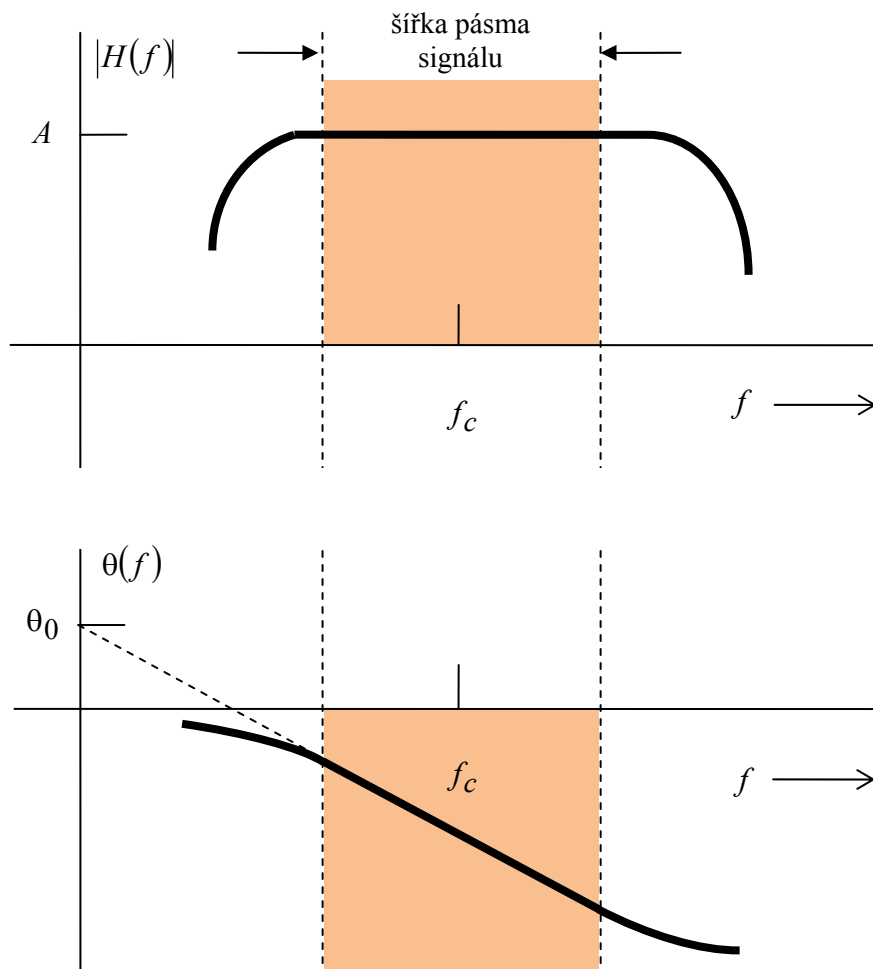


Obr. 1.3.5. Kmitočtové charakteristiky a frekvenční průběh $T_d(f)$ ideální nerealizovatelné nezkreslující soustavy

První z podmínek je shodná s podmínkou (1.3.10) pro obecnou nezkreslující soustavu, druhá z podmínek je méně omezující. Při splnění podmínky (1.3.14) je podmínka (1.3.10) vždy splněna, při splnění podmínky (1.3.15), pak podmínka (1.3.11) nemusí být splněna. Integruje-li se výraz pro T_g , získá se matematický vztah

$$\theta(f) = -2\pi f T_g + \theta_0 \quad (1.3.16)$$

, kde θ_0 je konstantní fázový posun. Situaci pro nezkreslující pásmový kanál ukazuje Obr.1.3.6. Je-li θ_0 nenulové, nesplňují podmínky pro nezkreslující pásmový kanál podmínky pro obecnou nezkreslující soustavu.



Obr. 1.3.6. Frekvenční charakteristiky nezkreslujícího pásmového kanálu

Podmínky (1.3.14) a (1.3.15) jsou skutečně postačující pro nezkreslující přenos pásmových signálů. Ze vztahů (1.3.14) a (1.3.15) vyplývá, že přenos takového kanálu, nebo filtru, je ve frekvenčním pásmu pásmového signálu roven

$$H(f) = Ae^{j(-2\pi f T_g + \theta_0)} = (Ae^{j\theta_0})e^{-j2\pi f T_g} \quad (1.3.17)$$

Vyjádření vstupního signálu do pásmového kanálu ve tvaru

$$v_1(t) = x_1(t)\cos\omega_c t - y_1(t)\sin\omega_c t \quad (1.3.18)$$

Z výše uvedeného vztahu pro přenos nezkreslujícího kanálu, s využitím znalosti, že A způsobuje zesílení signálu, $e^{-j\theta_0}$ způsobuje fázové zpoždění signálu a $e^{-j2\pi f T_g}$ způsobuje dopravní zpoždění v čase o T_g , se získá výraz pro výstupní signál kanálu

$$v_2(t) = Ax_1(t - T_g)\cos[\omega_c(t - T_g) + \theta_0] - Ay_1(t - T_g)\sin[\omega_c(t - T_g) + \theta_0] \quad (1.3.19)$$

Pomocí (1.3.16) lze matematický vztah upravit do tvaru

$$v_2(t) = Ax_1(t - T_g) \cos[\omega_c t + \theta(f_c)] - Ay_1(t - T_g) \sin[\omega_c t + \theta(f_c)] \quad (1.3.20)$$

Vztah (1.3.20) se upraví tak, aby v něm místo $\theta(f_c)$ vystupovalo fázové zpoždění T_d na frekvenci nosné, fázové zpoždění je definované vztahem (1.3.12), jen tedy $\theta(f_c) = -2\pi f_c T_d$ (teprve nyní bude zřejmé, proč se pro toto zpoždění používá název fázové zpoždění. Tím se výraz pro výstupní signál nezkreslujícího pásmového kanálu, soustavy, filtru, zjednoduší do tvaru

$$v_2(t) = Ax_1(t - T_g) \cos[\omega_c(t + T_d)] - Ay_1(t - T_g) \sin[\omega_c(t + T_d)] \quad (1.3.21)$$

kde T_d je fázové zpoždění kanálu a T_g je skupinové zpoždění kanálu.

Rovnice (1.3.21) ukazuje, že složky $x_1(t)$ a $y_1(t)$ komplexní obálky $g_1(t)$ vstupního signálu jsou zpožděny o skupinové zpoždění T_g a harmonická nosná je zpožděna o fázové zpoždění T_d . Výsledkem je nezkreslený přenos, protože komplexní obálka vstupního signálu $g_1(t) = x_1(t) + jy_1(t)$ je při přenosu pouze násobena konstantou A a zpožděna o čas T_g .



Shrnutí pojmů 1.3.

Filtrace tvaruje průběh signálu průchodem fyzikální soustavou. Filtrování signálu se v mnoha aplikacích ztotožňuje s úlohou odstranit ze signálu rušení, šum.

Pásmový filtr zpracovává pásmový signál procházející soustavou a je popsán pomocí přenosu nebo impulsní charakteristiky.

Ekvivalentní filtr převádí problematiku filtrace pásmové signálu na analýzu úlohy v základním frekvenčním pásmu. Vychází z principu, že pásmový signál je popsán přenosem obsahujícím komplexní obálku.

Nezkreslující kanál (soustava) je definován komunikační prostor, kde výstupní signál $y(t)$ je přímo úměrný posunutému vstupnímu signálu $x(t)$. S ohledem na definované podmínky nelze realizovat.

Nezkreslený přenos pásmového signálu komunikačním kanálem musí přenosová funkce, přenos kanálu splňovat definované podmínky pouze v ohraničeném frekvenčním pásmu pásmového signálu



Otázky 1.3.

1. Jaký průběh mají základní frekvenční charakteristiky nezkreslujícího pásmového kanálu?
2. Jaký průběh mají základní frekvenční charakteristiky nezkreslující soustavy?
3. Co znamenají základní pojmy nezkreslující soustava, fázové a skupinové zpoždění?
4. Jaká je funkce, využití a souvislosti mezi ekvivalentním a pásmovým filtrem?



Úlohy k řešení 1.3.

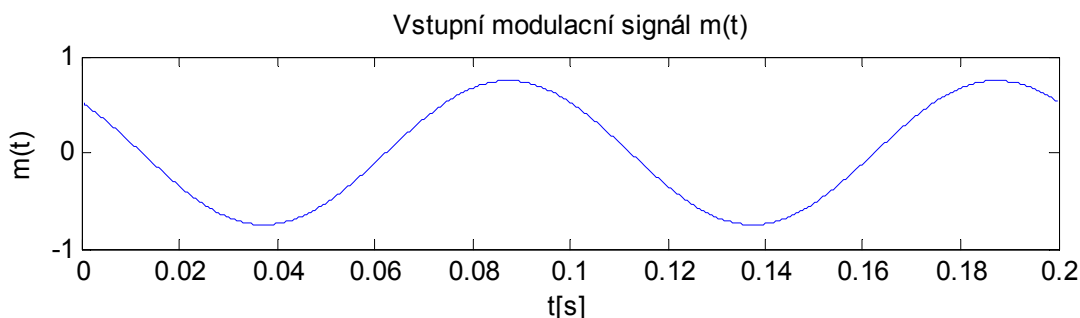
1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu

$m(t) = 0,75 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$, nosná frekvence je $f_c = 400\text{Hz}$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je AM. Modulovaný signál je doplněn o rušivé harmonické signály na frekvencích $f_{r1} = 900\text{Hz}$, $f_{r2} = 2400\text{Hz}$, $f_{r3} = 5400\text{Hz}$. Výsledný vysokofrekvenční signál je přiveden na vstup filtru definovaného kmitočtovým přenosem

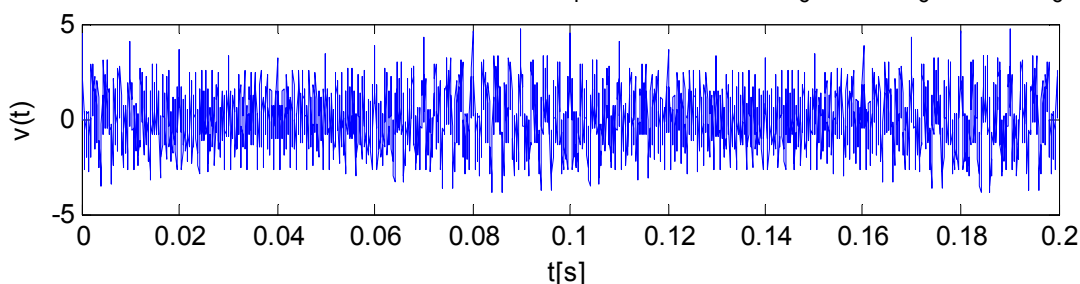
$$H(\omega) = \frac{j \cdot \omega \cdot 10^{-3}}{(j \cdot \omega)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} + j \cdot \omega \cdot 10^{-3} + 3}$$

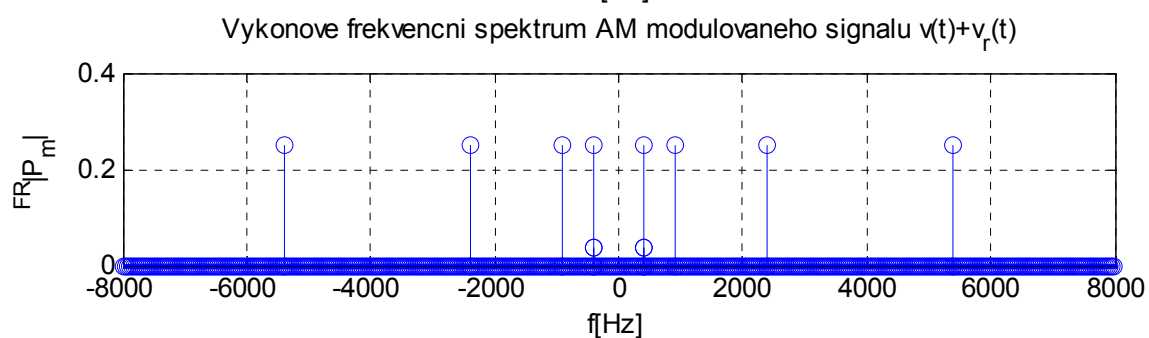
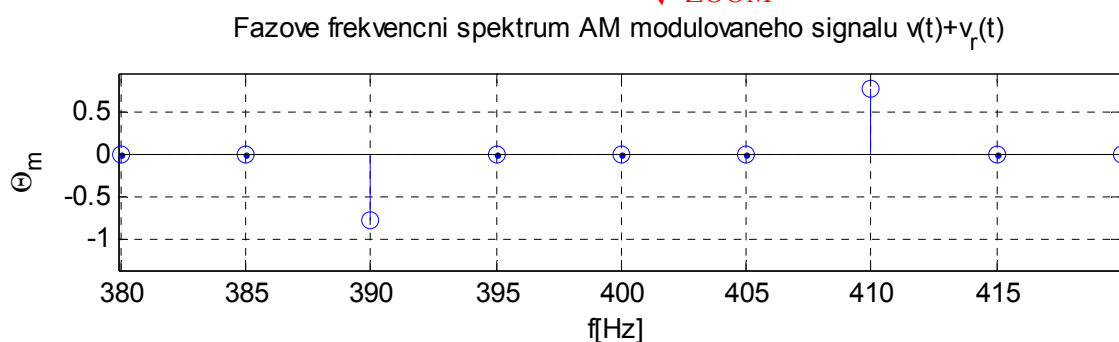
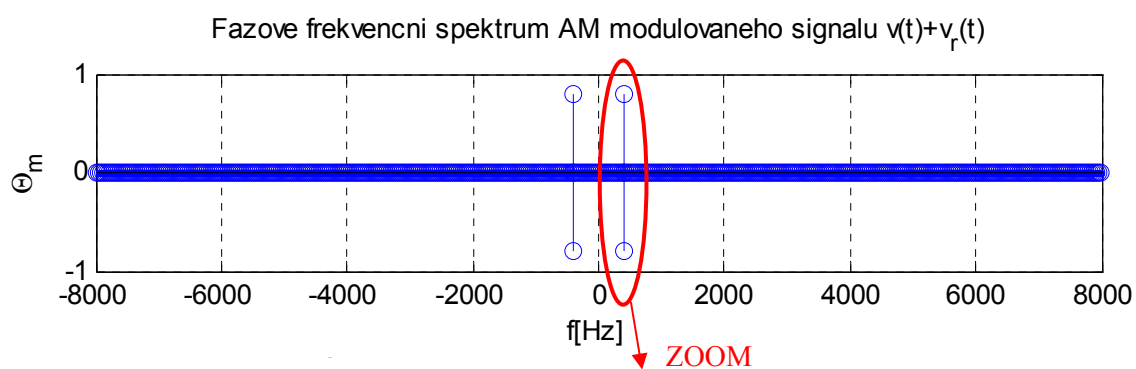
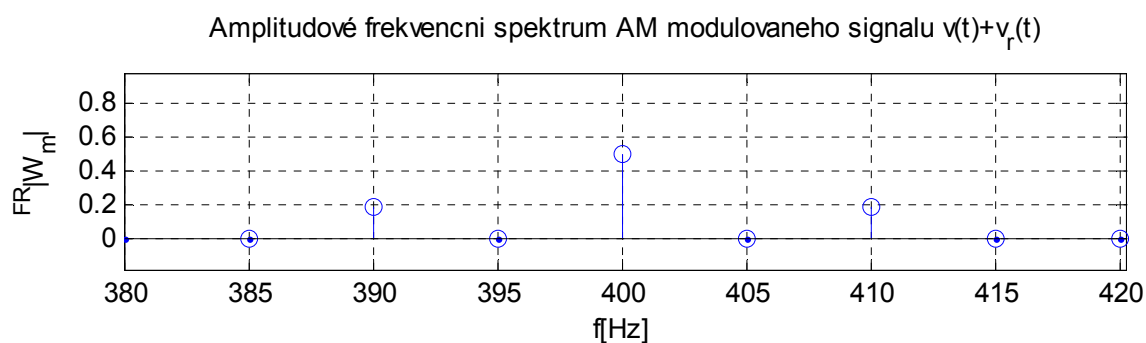
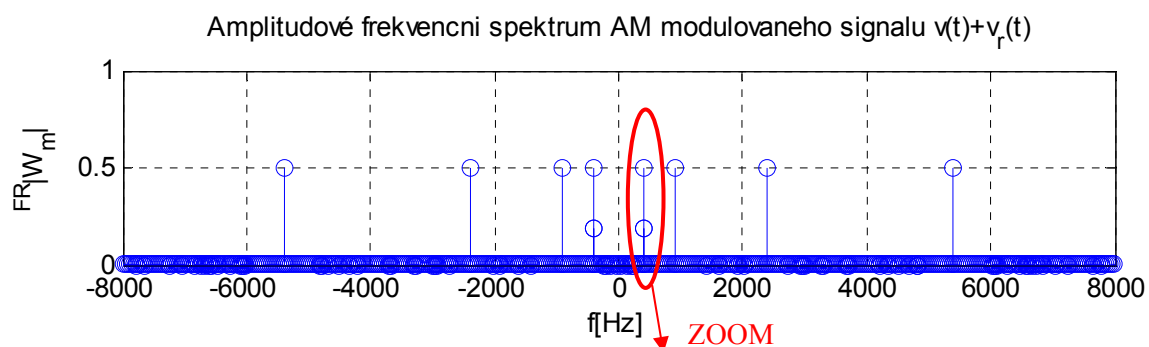
propouští frekvenční pásmo přenášející modulovaný signál obsahující informační signál a ostatní rušivé signály utlumuje. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

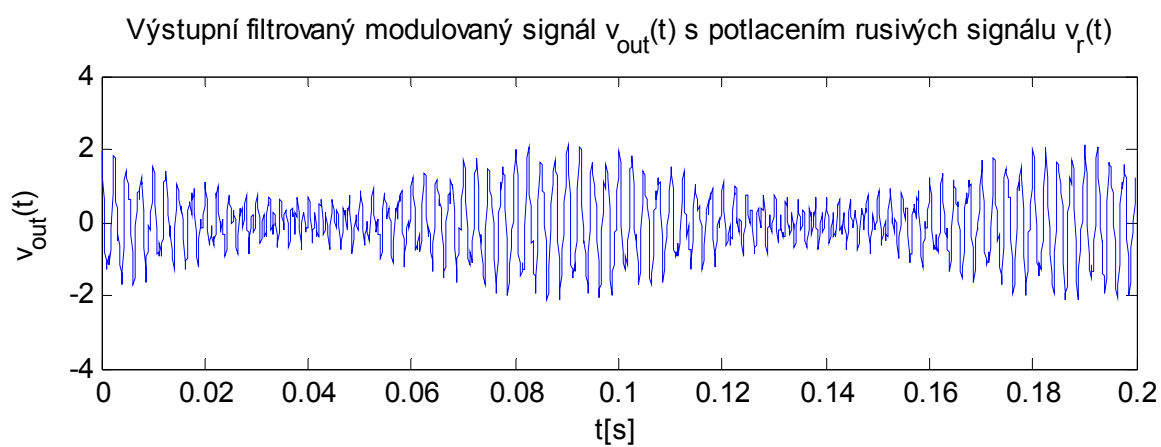
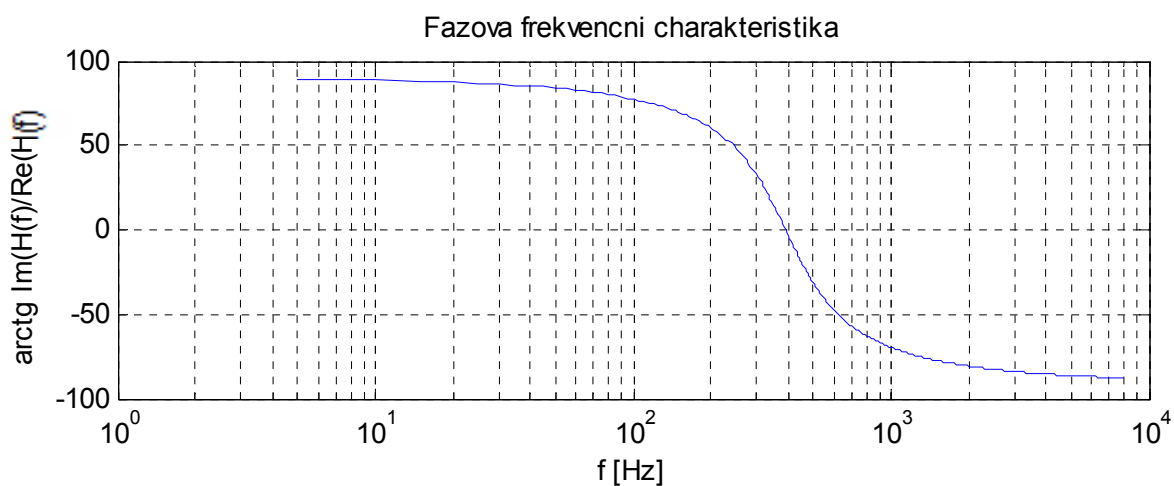
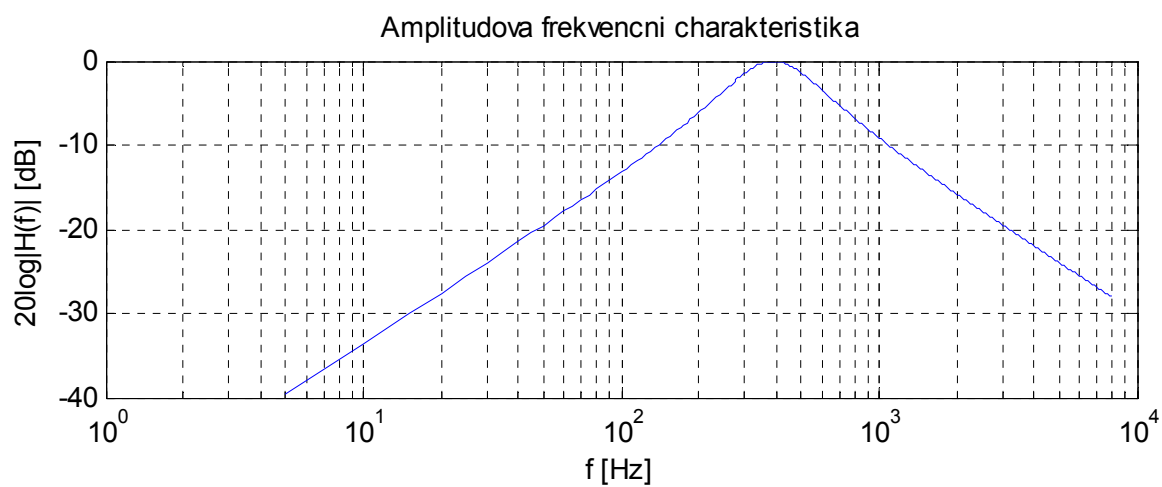
- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním pásmu.
- Časový průběh vysokofrekvenčního vstupního signálu $v_{in}(t)$ složeného z modulovaného pásmového signálu $v(t)$ doplněného o rušivé harmonické signály $v_r(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum vstupního vysokofrekvenčního modulovaného signálu $v_{in}(t)$.
- Amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku pásmového filtru.
- Časový průběh vysokofrekvenčního výstupního filtrovaného signálu $v_{out}(t)$ propouštějícího modulovaný pásmový signál $v(t)$ a tlumící rušivé harmonické signály $v_r(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum výstupního vysokofrekvenčního modulovaného signálu $v_{out}(t)$.



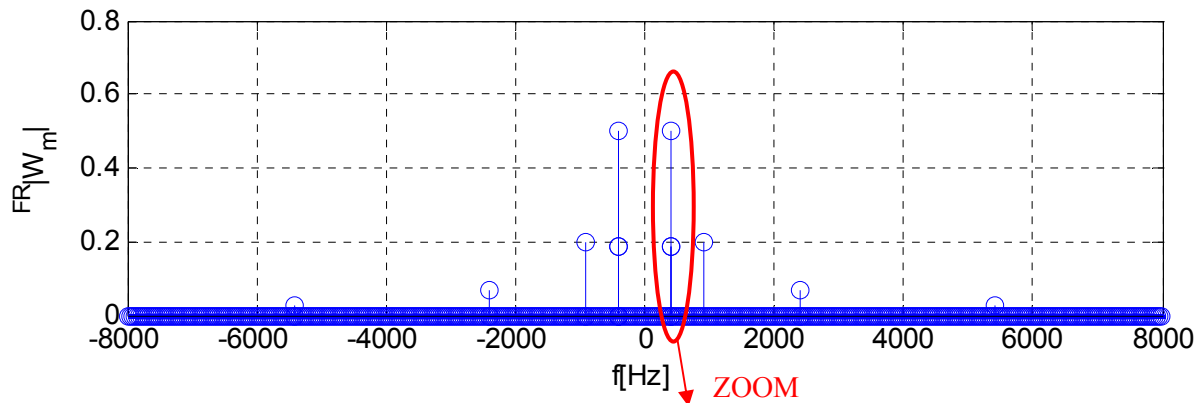
Vstupní AM modulovaný signál $v(t)$ + rušivé signály $v_r(t)$ na frekvencích $f_c + 500\text{Hz}$, $f_c + 2000\text{Hz}$, $f_c + 5000\text{Hz}$



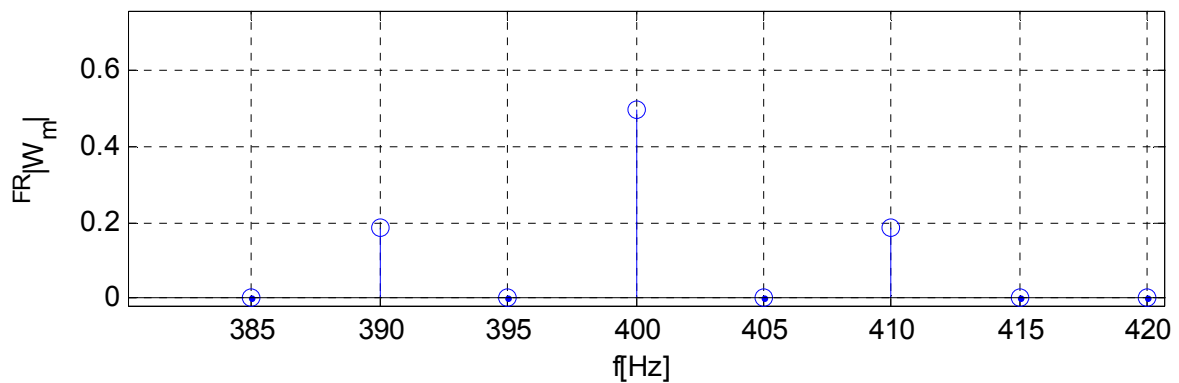




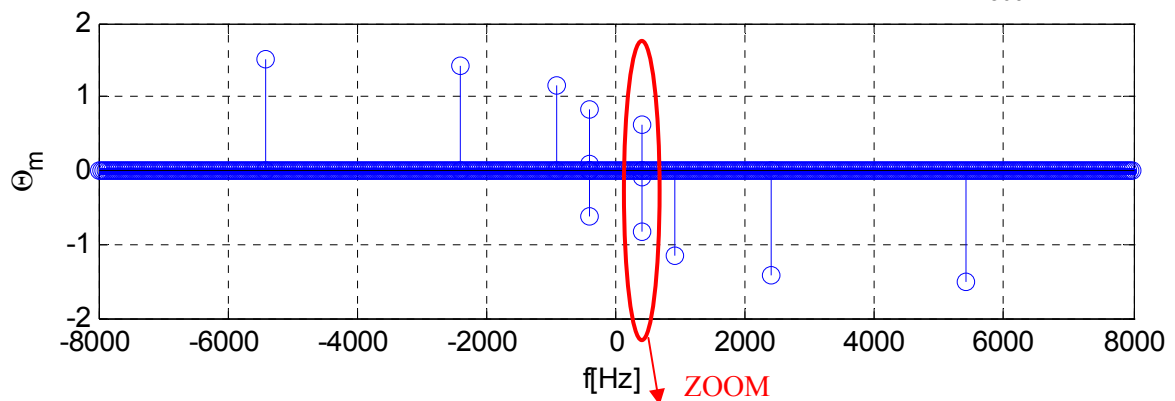
Amplitudové frekvencni spektrum filtrovaného modulovaného signálu $v_{out}(t)$



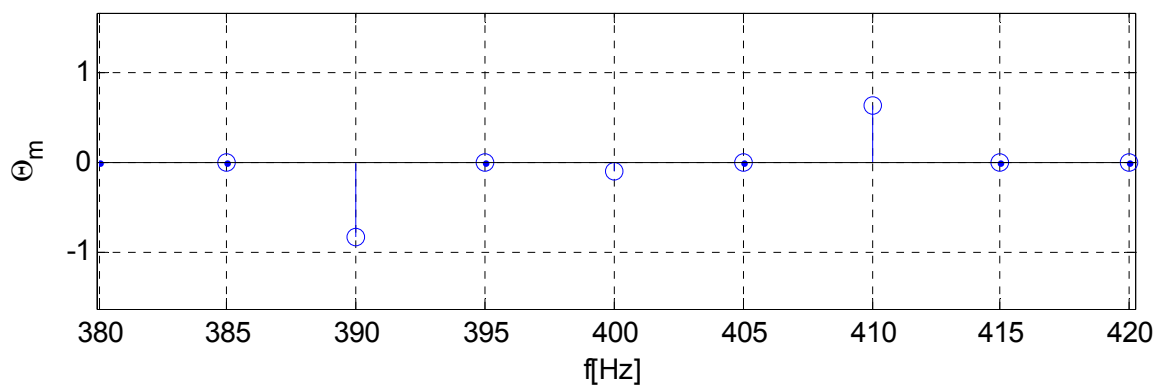
Amplitudové frekvencni spektrum filtrovaného modulovaného signálu $v_{out}(t)$

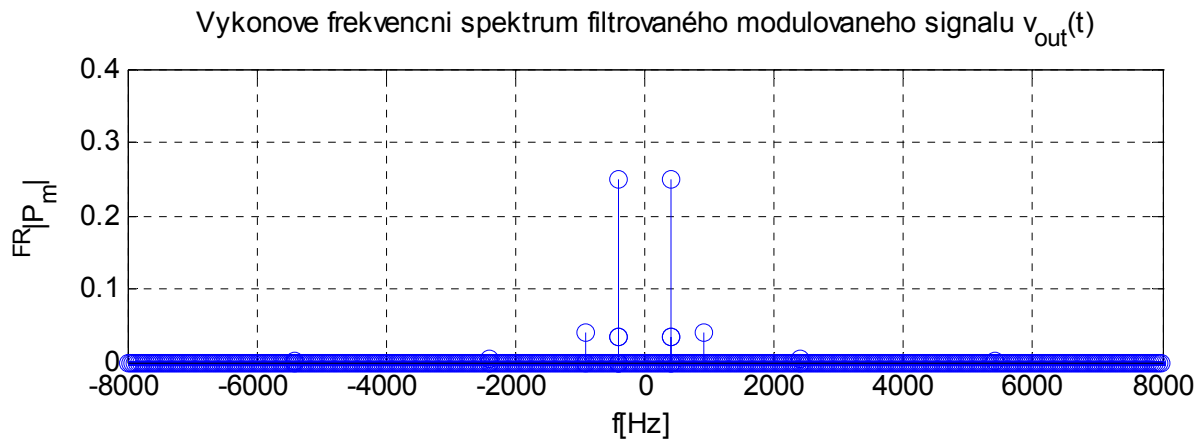


Fazove frekvencni spektrum filtrovaného modulovaného signálu $v_{out}(t)$



Fazove frekvencni spektrum filtrovaného modulovaného signálu $v_{out}(t)$

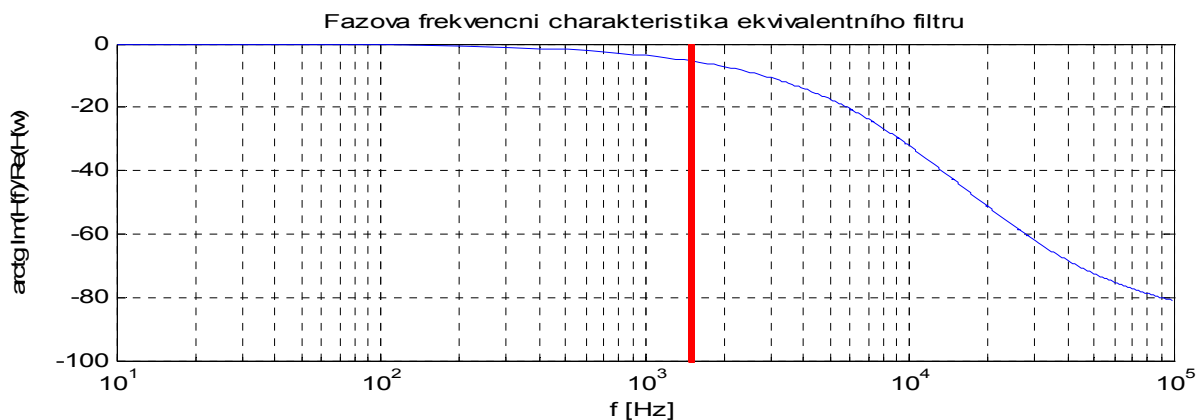
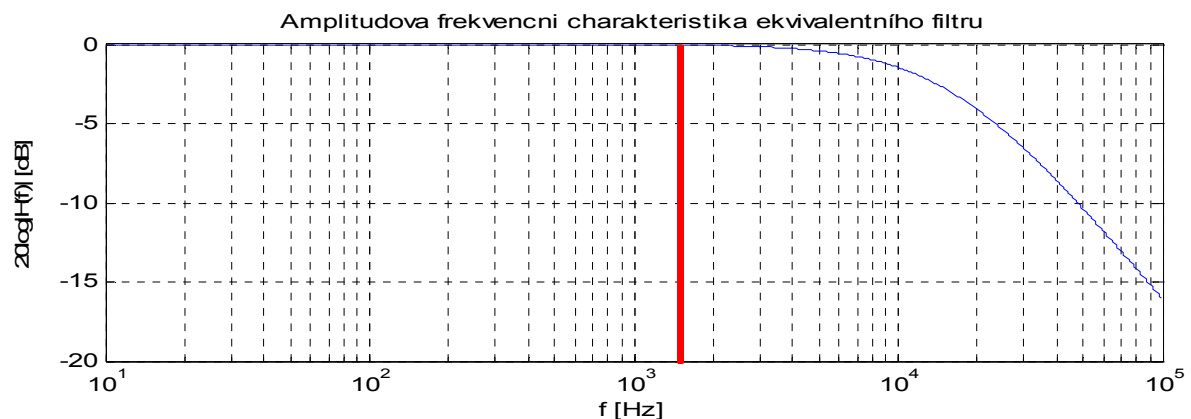




2. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán ekvivalentní RC filtr, který je popsán kmitočtovým přenosem $H(\omega) = \frac{j \cdot \omega \cdot 10^{-3}}{(j \cdot \omega)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} + j \cdot \omega \cdot 10^{-3} + 3}$, kde časový parametr je $RC = 10^{-6}$. Pásmový signál vstupující do filtru má nosnou frekvenci $f_c = 10000$ a šířku frekvenčního pásma $B_T = 2000$. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Frekvenční průběh skupinového zpoždění $T_g(f)$ navázaného ekvivalentního filtru s vyznačením frekvenčního pásma zpracovávaného signálu.
- Frekvenční průběh fázového zpoždění $T_d(f)$ navázaného ekvivalentního filtru s vyznačením frekvenčního pásma zpracovávaného signálu.
- Amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku ekvivalentního filtru s vyznačením frekvenčního pásma zpracovávaného signálu.





CD-ROM

Řešená úloha č.1 je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab07_filtrace.m*

Řešená úloha č.2 je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab08_nezkr_prenos.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *Filtrace pásmového signálu.exe*

Výuková animace je realizována ve vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *Nezkresl_soustava.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *Filtrovani.exe*

1.4. Vzorkování pásmového signálu



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- popsat možnosti a princip vzorkování pásmového signálu
- vyřešit vzorkování pásmového signálu s minimálním vzorkováním
- popsat vzorkovací teorémy pro zpracování signálu bez ztráty informace



Výklad

□ Základní popis vzorkování pásmového signálu

Ve většině moderních řídicích, informačních a komunikačních systémech se používá výpočetní technika. Počítače, mikroprocesory, digitální signálové procesory se mohou využívat jednak pro analýzu a syntézu těchto systémů, jednak pro vlastní realizaci obvodů a jejich funkcí používaných v komunikačních technologiích.

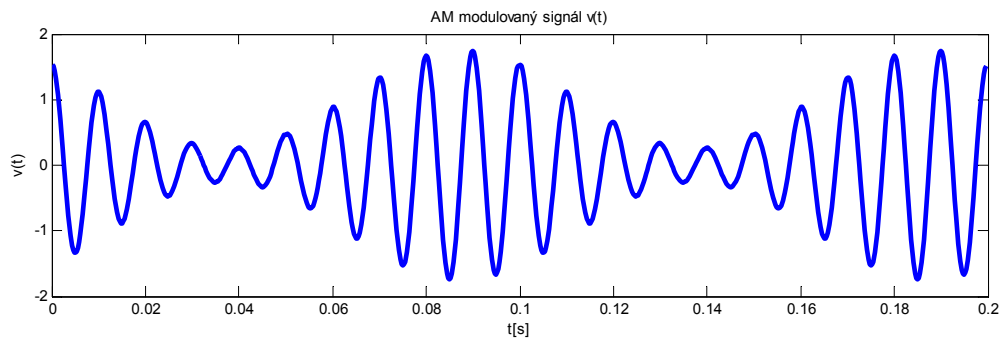
V situaci, kdy se má například na počítači modelovat funkce obvodu zpracovávajícího informaci nesenou pásmovým signálem, to vyžaduje, aby byl pásmový signál také vzorkován, jelikož na počítači jsou prováděny instrukce nespojitě. Po těchto úpravách bude možné změřená data zpracovávat na počítači. Pokud by bylo vzorkování prováděno s frekvencí odpovídající **Shanon-Kotelnikova teorému**, $f_s > 2B$, kde B je nejvyšší frekvence vyskytující se ve spektru pásmového signálu, vycházela by vzorkovací frekvence plus frekvence modulačního signálu, pro vysoké hodnoty f_c pro aktuální výpočetní techniku nerealizovatelně vysoká, pro hodnoty f_c odpovídající např. radiovému vysílání na dlouhých nebo středních vlnách by bylo možné dnes již úlohu poměrně snadno realizovat, bylo by to ale pro účely modelování funkce obvodu zpracovávajícího informaci nesenou pásmovým signálem zbytečné. Pro telefonní signály v družicovém komunikačním pásmu, kde jsou pracovní hodnoty $f_c \approx 10 \text{ GHz}$, pak přímou aplikací Nyquistovu teorému by byla nutná frekvence vzorkování $f_s \approx 20^9 \text{ s}^{-1}$. Převodník by musel provést 20^9 převodů a zpracování dat za sekundu. I z tohoto důvodu tento postup není vhodný, protože takto měřená data jsou redundantní, zbytečně a zahlcují výpočetní techniku. Je nutností pro korektní zpracování signálu se zabývat otázkou měření informační složky signálu a tu nese komplexní obálka, která se nachází v základním pásmu.

Popisované parametry vzorkování jsou využitelné v případě měření informace nesené pásmovým signálem. V principu jiná úloha je například úloha přímého číslicového generování pásmového signálu. V takovém případě je nutné nosnou frekvenci aproximovat z jejich numericky generovaných hodnot a vzorkování se musí provádět s vysokými frekvencemi dle Shanon-Kotelnikova teorému.

U pásmového signálu je informace nesena složkami jeho komplexní obálky, která leží v základním pásmu. Nosnou frekvenci příjemce zná, nebo ji zjistí jinými technikami. Minimální frekvence vzorkování proto nezávisí na frekvenci nosného signálu, ale na šířce pásma komplexní obálky, která je funkcí šířky pásma modulačního signálu.

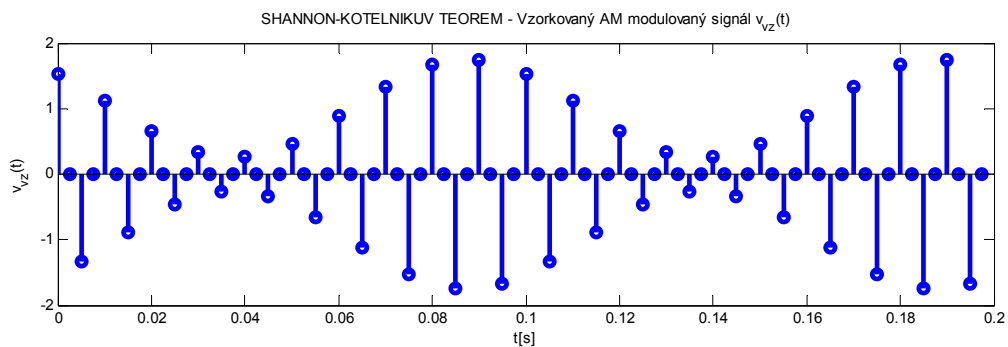
Využívání těchto základních principů lze analyzovat například u komerčního radiového vysílání, kdy posluchač dokáže naladit stanici bez znalosti o amplitudě a fázi nosného signálu, jelikož informaci posluchači dává vysílaný signál v základním pásmu (například řečový signál), samotný nosný signál informaci neobsahuje.

Na uvedeném časové průběhu je modulovaný signál pomocí AM modulační o nosné frekvenci $f_c = 100\text{Hz}$, který přenáší informační harmonický signál $m(t) = 0,75 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$.



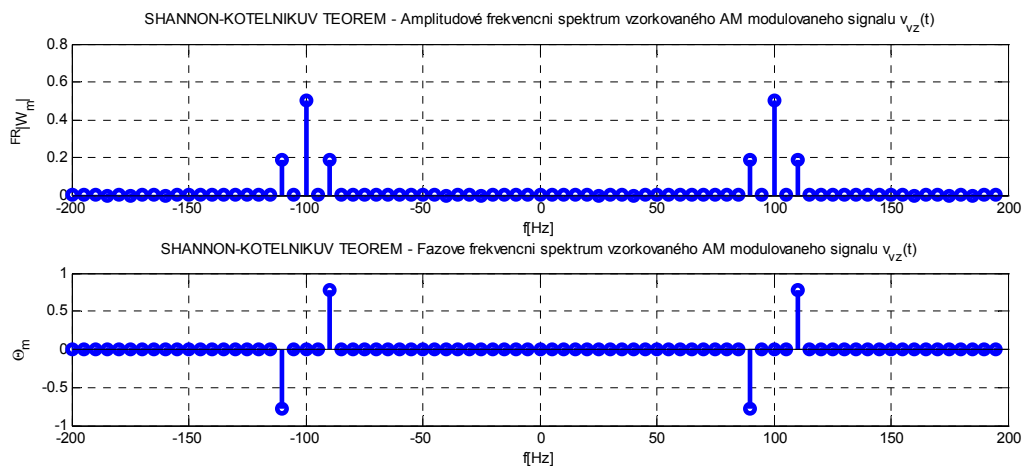
Obr. 1.4.1. Časový průběh spojitého AM modulovaného signálu

AM modulovaný signál $v(t)$ je navzorkován dle Šanon-Kotelnikova teorému, tedy vzorkovací frekvence $f_s > 2B$ je alespoň 2x vyšší než je maximální harmonická frekvence obsažená ve vzorkovaném signálu $v(t)$.



Obr. 1.4.2. Časový průběh vzorkovaného AM modulovaného signálu dle Shannon-Kotelnikova teorému

Aplitudové a fázové frekvenční spektrum navzorkovaného AM modulovaného signálu $v_{vz}(t)$ dle Šanon-Kotelnikova teorému je shodné s teoretickými předpoklady a se spektry spojitého AM modulovaného signálu $v(t)$, dle popisu v kapitole zabývající se AM modulacemi.



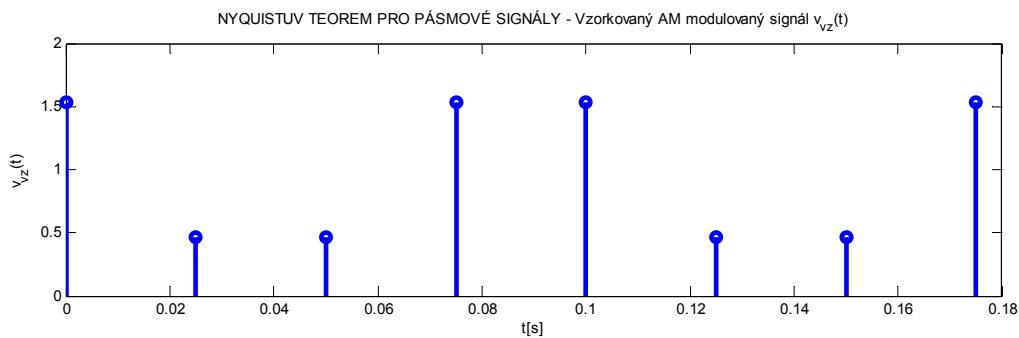
Obr. 1.4.3. Kmitočtové spektrum amplitudy a fáze vzorkovaného AM modulovaného signálu dle Shannon-Kotelnikova teorému

□ Vzorkovací teoremy pro pásmové signály

Nyquistův teorém pro pásmový signál I (Bandpass Sampling Theorem): Necht' reálný pásmový signál $v(t)$ má nenulové spektrum pouze ve frekvenčním intervalu (f_1, f_2) . Šířka frekvenčního pásma B_T (transmission bandwidth) tohoto signálu tedy je $B_T = f_2 - f_1$. Za tohoto předpokladu lze pásmový signál $v(t)$ obnovit, je-li vzorkován se vzorkovací frekvencí

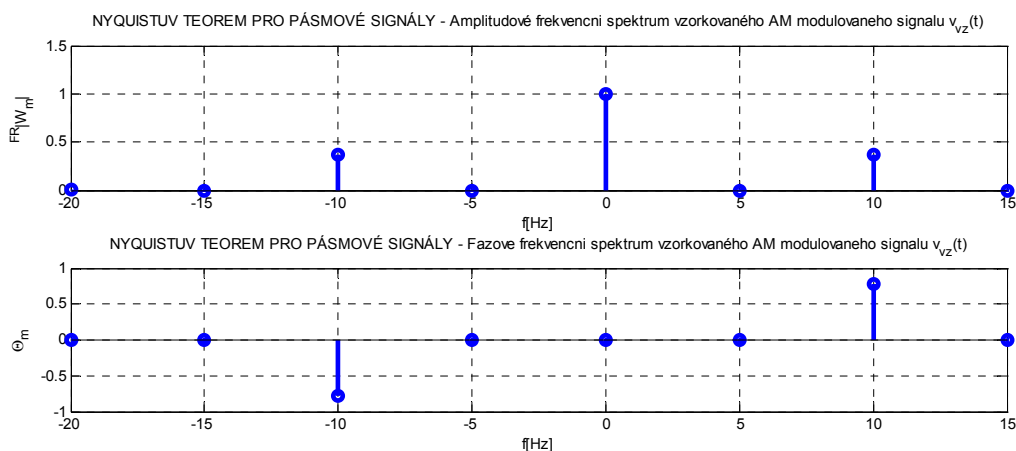
$$f_s > 2B_T \quad (1.4.1)$$

Jestliže se navzorkuje AM modulovaný signál $v_{VZ}(t)$ dle Nyquistova teorému pro pásmový signál I, tedy vzorkovací frekvence $f_s > 2B_T$ je alespoň dvojnásobkem šířky přenášeného frekvenčního pásma, pak je dle níže uvedeného časového průběhu patrné snížení nutného množství vzorků v porovnání se navzorkováním AM modulovaného signálu $v_{VZ}(t)$ dle Shanon-Kotelnikova teorému.



Obr. 1.4.4. Časový průběh vzorkovaného AM modulovaného signálu dle Nyquistova teorému pro pásmový signál I

Aplitudové a fázové frekvenční spektrum navzorkovaného AM modulovaného signálu $v_{VZ}(t)$ dle Nyquistova teorému pro pásmový signál I je shodné s teoretickými předpoklady a se spektry spojitého přenášeného informačního signálu $m(t)$ v základní frekvenční oblasti doplněného o konstantní složku rovnu 1, což také vyplývá z popisu v kapitole zabývající se AM modulacemi.



Obr. 1.4.5. Kmitočtové spektrum amplitudy a fáze vzorkovaného AM modulovaného signálu dle Nyquistova teorému pro pásmový signál I

Potvrzení korektnosti teorému je provedeno odvození a rozbor výše uvedeného vztahu o vzorkování pásmového signálu. Pásmový signál $v(t)$ se запиše ve tvaru

$$v(t) = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c t \quad (1.4.2)$$

Střed frekvenčního pásma pásmového signálu je označeno f_c , $f_c = (f_2 - f_1)/2$. Ze vztahu (1.4.2) je zřejmé, že jak $x(t)$, tak $y(t)$ jsou signály v základním pásmu, šířka B jejich pásma je omezena na $B = B_T/2$. Nyquistův teorém pro vzorkování těchto signálů ležících v základním pásmu říká, že je nutno je vzorkovat s frekvencí vzorkování $f_b > 2B = B_T$. Rovnice (1.4.2) má potom tvar

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[x\left(\frac{n}{f_b}\right)\cos\omega_c t - y\left(\frac{n}{f_b}\right)\sin\omega_c t \right] \left[\frac{\sin\{\pi f_b [t - (n/f_b)]\}}{\pi f_b [t - (n/f_b)]} \right] \quad (1.4.3)$$

V obecném případě, kdy se získají vzorky $x\left(\frac{n}{f_b}\right)$ a $y\left(\frac{n}{f_b}\right)$ nezávisle, je třeba pro každou hodnotu n získat dva reálné vzorky signálu $v(t)$, je tedy $f_s = 2f_b > 2B_T$. To odpovídá vztahu (1.4.1) a je dostatečné pro většinu aplikací kde $f_c \gg B_T$. V takovém případě lze vzorky $x(t)$ a $y(t)$ získat vzorkováním $v(t)$ v čase $t \approx (n/f_b)$, s tím že se t okamžik vzorkování mírně posune tak, aby v okamžiku vzorkování $x(t)$ byl $\cos\omega_c t = 1$ a v okamžiku vzorkování $y(t)$ byl $\sin\omega_c t = 1$. Výsledkem je, že vzorkováním signálu $v(t)$ se obdrží přímo v čase $t \approx n/t_s$

- když byl $\cos\omega_c t = 1$, tj. když byl $\sin\omega_c t = 0$ signál $v(n/f_b) = x(n/f_b)$
- když byl $\sin\omega_c t = 1$, tj. když byl $\cos\omega_c t = 0$ signál $v(n/f_b) = y(n/f_b)$

Není-li f_c dostatečně vysoká, aby bylo možno získávat vzorky $x(t)$ a $y(t)$ přímo ze vzorků $v(t)$, oddělí se složky $x(t)$ a $y(t)$ ze signálu například pomocí hardwarového kvadrurního součinového IQ detektoru. Demodulované signály za detektorem $x(t)$ a $y(t)$ jsou signály v základním pásmu, které lze vzorkovat, jsou dva, s celkovou frekvencí vzorkování $f_s = 2f_b > 2B_T$.

Při provádění výpočtu bylo provedeno několik zjednodušení, kdy vzorec (1.4.3) ukazuje reprodukci signálu $v(t)$ z dvojic vzorků $x(t)$ a $y(t)$, snímaných současně. Signál $v(t)$ se proto podle vztahu (1.4.3) mění s frekvencí $f_b = \frac{1}{2}f_s$.

Pásmový signál $v(t)$ je tedy vzorkován v principu neekvidistantně (nonuniform sampling), tedy ne periodicky, jak by to vyžadoval vztah (1.4.3). Pro střídavé periodické vzorkování složek $x(t)$ a $y(t)$ platí výše uvedený vztah $f_s > 2B_T$. Dá se ukázat, že pro neekvidistantní vzorkování pásmového signálu mohou být poměry horší, v krajním případě může být minimální požadovaná frekvence vzorkování $f_{s,neekvidis\ tan\ ni}$ pásmového signálu rovna až $f_{s,neekvidis\ tan\ ni} = 4B_T$.

Nyquistův teorém pro pásmový signál II (Bandpass Dimensionality Theorem): Necht' reálný pásmový signál $v(t)$ má nenulové spektrum pouze ve frekvenčním intervalu (f_1, f_2) . Šířka frekvenčního pásma B_T (transmission bandwidth) pásmového signálu tedy je $B_T = f_2 - f_1$. Necht' $B_T \ll f_1$, pak lze pásmový signál $v(t)$ na časovém intervalu délky T_0 sekund zcela obnovit z jeho nezávisle sejmутých vzorků N , což je celé nezáporné číslo určující rozměr signálu.

$$N = 2B_T T_0 \quad (1.4.4)$$

Fourierova řada popisuje pásmový signál v časovém intervalu T_0 . Počet koeficientů c_n Fourierovy řady odpovídajících hodnotám diskrétního spektra ve frekvenčním intervalu B_T je B_T/f_0 , kde f_0 je vzdálenost mezi jednotlivými spektrálními čarami. Koeficienty c_n jsou obecně komplexní čísla, $c_n = |c_n|e^{j\angle c_n}$, $c_{-n} = c_n^*$. Počet nezávislých reálných hodnot, nutných pro určení koeficientů c_n je proto roven $2B_T/f_0 = 2B_T T_0$. Nyquistův teorém pro pásmový signál II popisuje pásmový signál, nacházející se v pásmu o šířce B_T , který lze v časovém intervalu T_0 obnovit pomocí jeho vzorků za předpokladu, že je k dispozici minimálně $N = 2B_T T_0$ nezávislých vzorků tohoto signálu.



Shrnutí pojmů 1.4.

Vzorkování signálu je operací prováděnou za účelem převodu spojitého signálu na vzorkovaný diskrétní signál například pro zpracování pomocí moderních řídicích, informačních a komunikačních technologií.

Shanon-Kotelnikův teorém definuje vzorkovací frekvenci s ohledem na nejvyšší frekvenci vyskytující se ve spektru signálu, což je pro pásmový signál velmi vysoká hodnota.

Nyquistův teorém pro pásmový signál I umožňuje vzorkovat pásmový signál, který bude obnovitelný, pouze frekvencí nejméně dvojnásobnou k šířce frekvenčního pásma B_T .

Nyquistův teorém pro pásmový signál II definuje pro pásmový signál počet vzorků N nutných pro obnovení signálu na časovém intervalu délky T_0 nachází-li se v dané šířce frekvenčního pásma B_T .



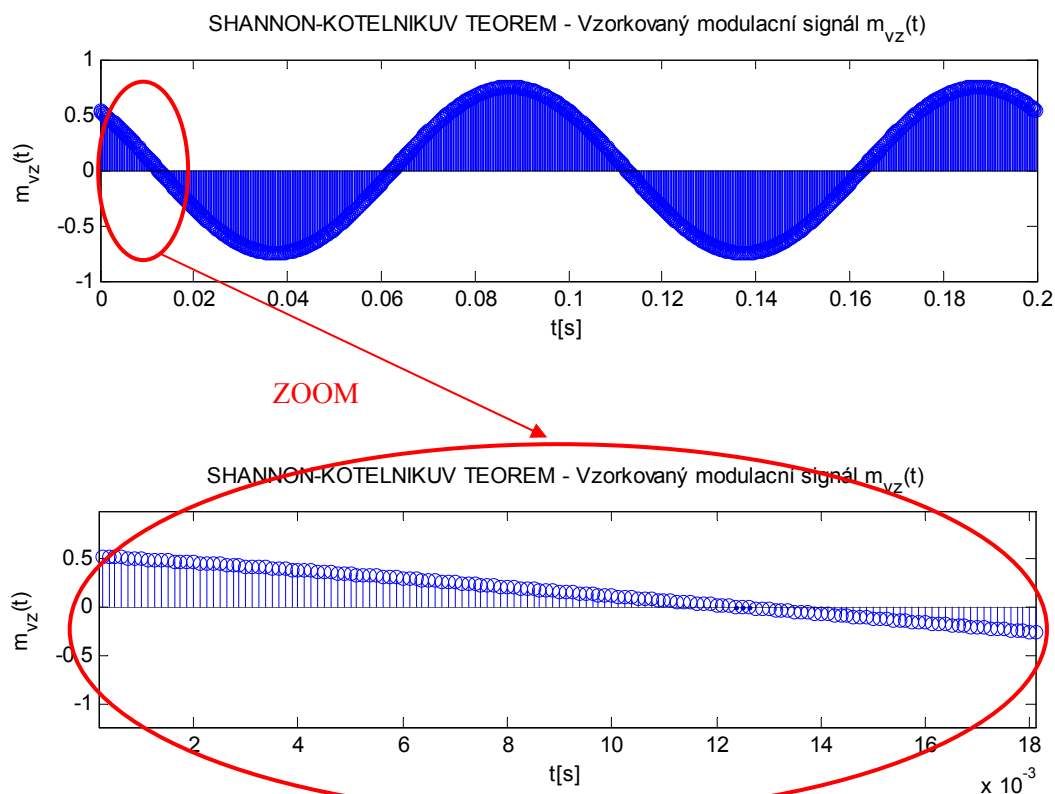
Otázky 1.4.

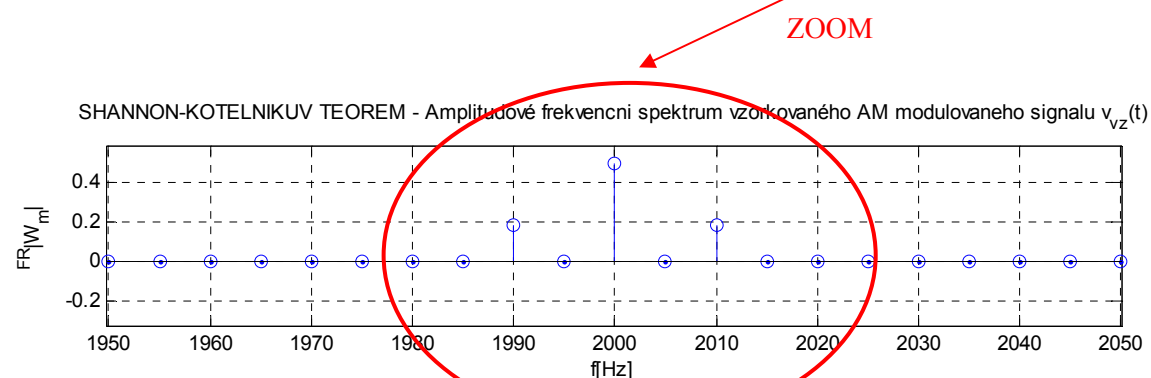
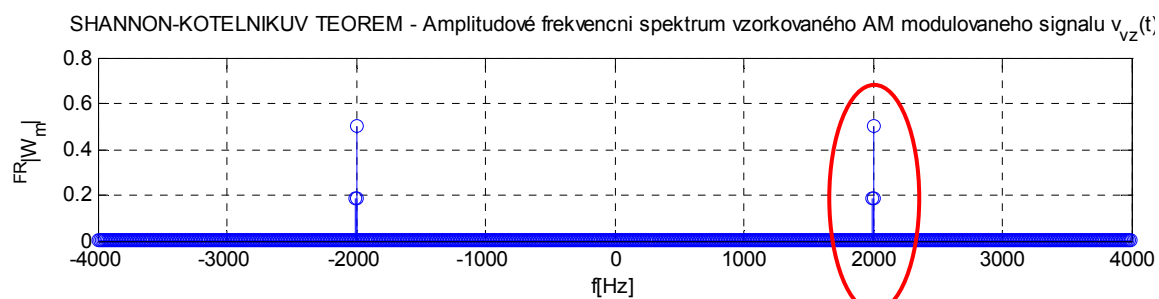
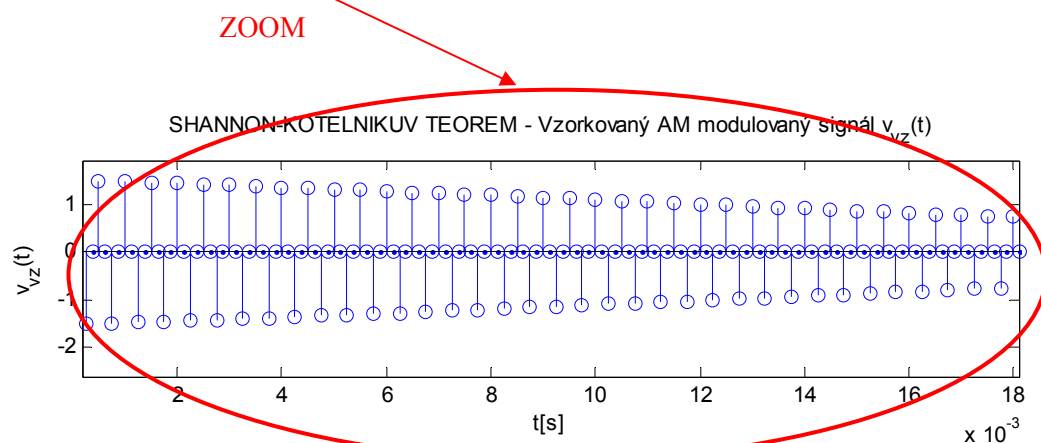
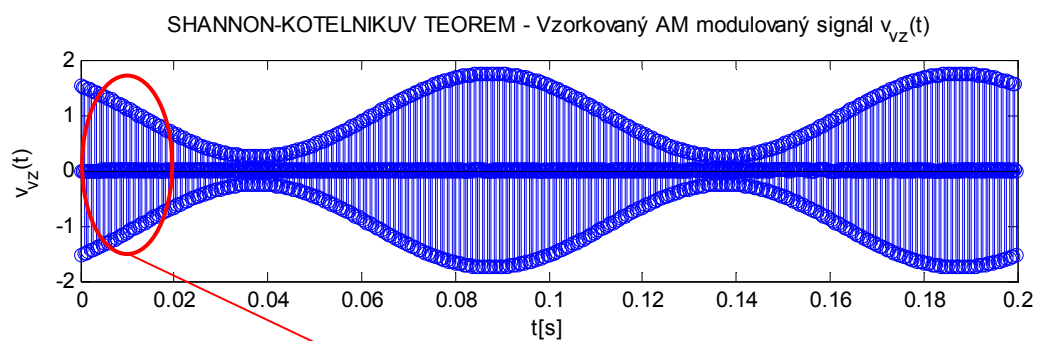
1. Jaký je základní princip a důvody vzorkování pásmového signálu?
2. Co se nazývá Shanon-Kotelnikův teorém a jak souvisí se vzorkováním signálu v základním frekvenčním spektru?
3. Jaké jsou principy Nyquistových teorémů a jak souvisí se vzorkováním pásmového signálu?
4. Jaké jsou základní typy a vlastnosti vzorkování signálu?

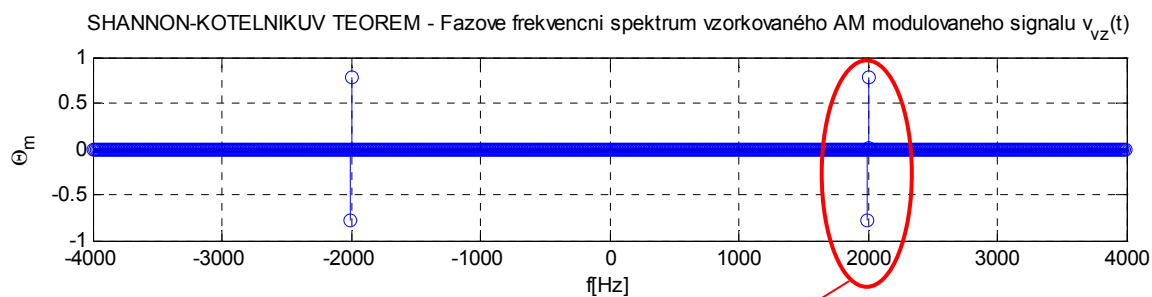


Úlohy k řešení 1.4.

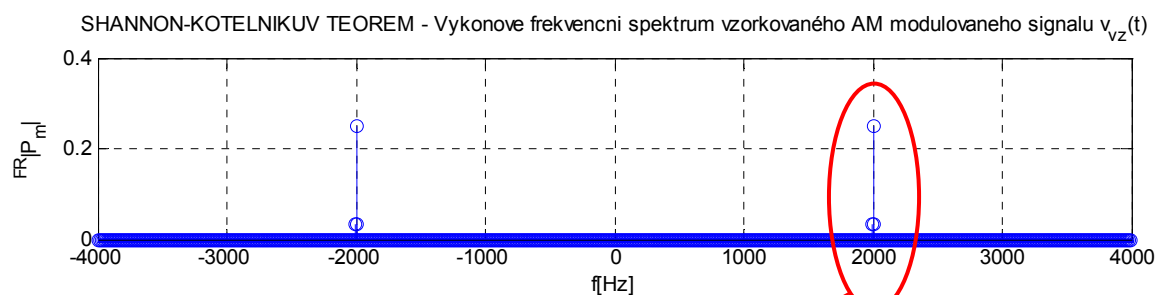
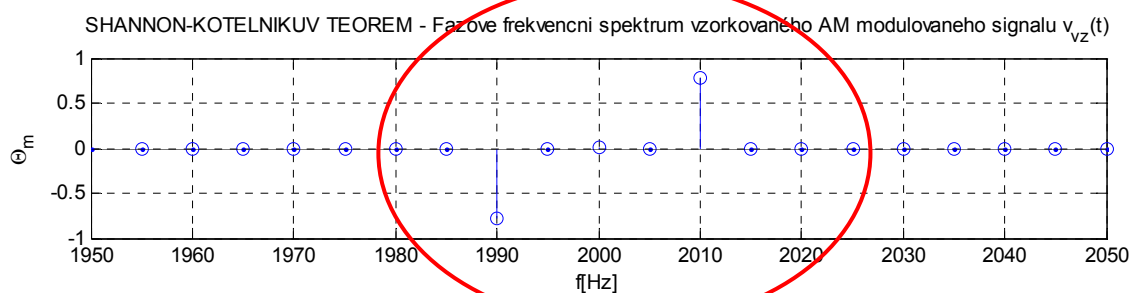
5. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán amplitudově modulovaný AM signál $v(t)$, kterým je přenášén modulační signál v základním pásmu $m(t) = 0,75 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$, nosná frekvence je $f_c = 2000\text{Hz}$. Proveďte vzorkování modulovaného signálu $v(t)$ podle Šanon-Kotelnikova teorému se zvolenou frekvencí $f_{vz1} = 8000\text{Hz}$ a Nyquistova teorému pro pásmové signály se zvolenou frekvencí $f_{vz2} = 40\text{Hz}$. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
- Časový průběh vzorkovaného modulačního signálu $m(t)$ v základním pásmu dle Šanon-Kotelnikova teorému.
 - Časový průběh vzorkovaného modulovaného pásmového signálu $v(t)$ dle Šanon-Kotelnikova teorému.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum vzorkovaného modulovaného signálu $v(t)$ dle Šanon-Kotelnikova teorému.
 - Časový průběh vzorkovaného modulačního signálu $m(t)$ v základním pásmu dle Nyquistova teorému pro pásmové signály.
 - Časový průběh vzorkovaného modulovaného pásmového signálu $v(t)$ dle Nyquistova teorému pro pásmové signály.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum vzorkovaného modulovaného signálu $v(t)$ dle Nyquistova teorému pro pásmové signály.



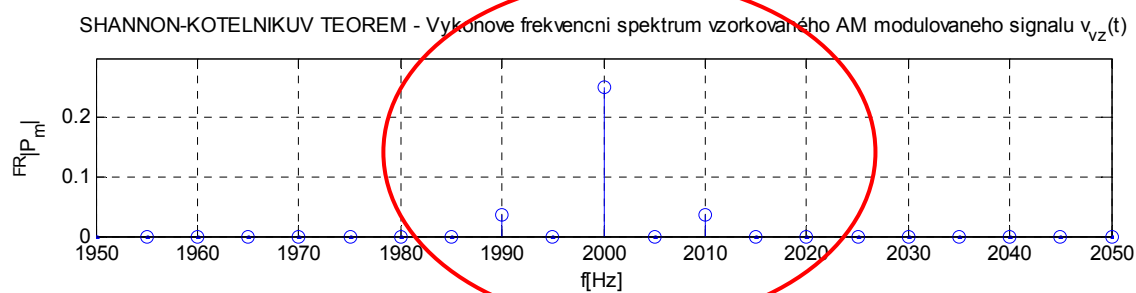


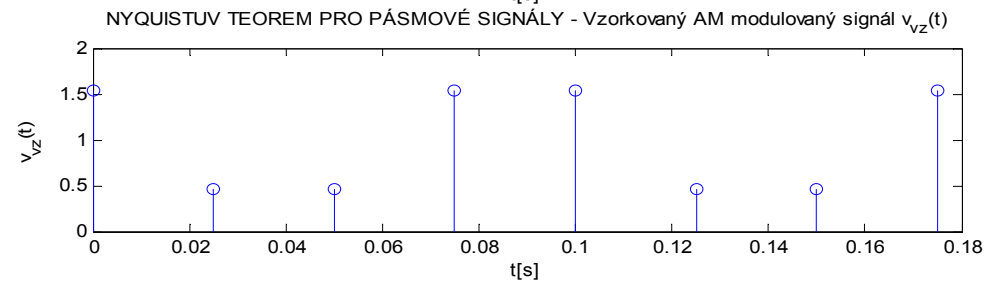
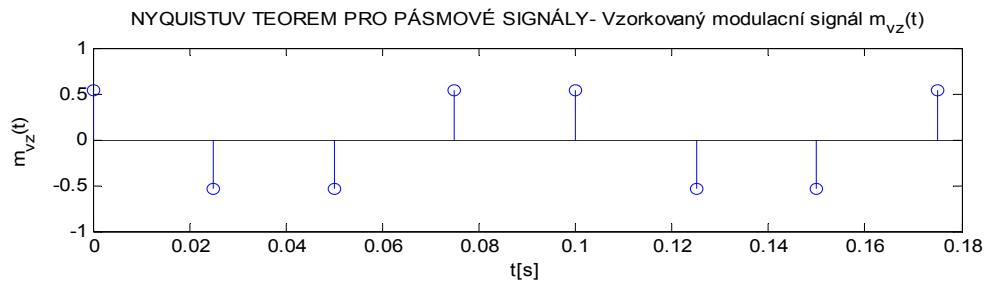


ZOOM

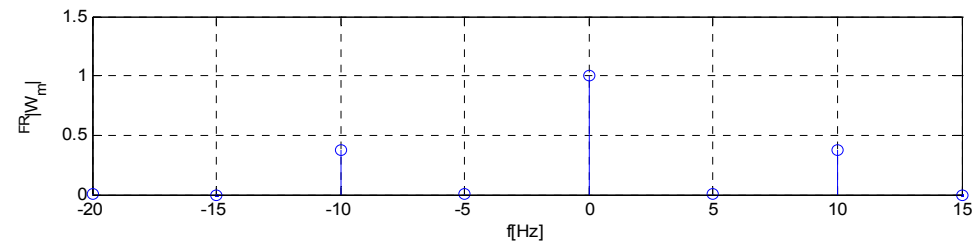


ZOOM

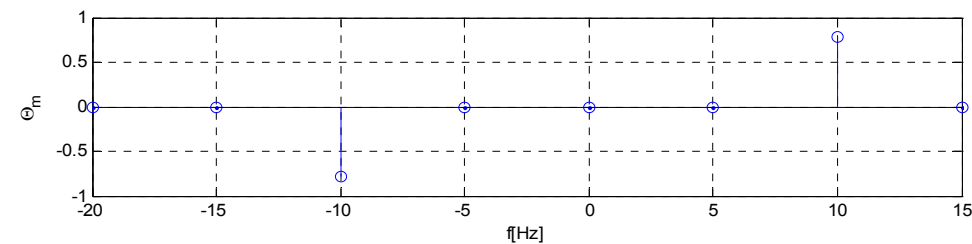




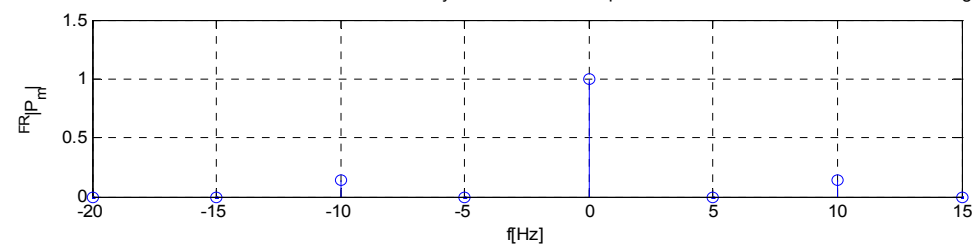
NYQUISTUV TEOREM PRO PÁSMOVÉ SIGNÁLY - Amplitudové frekvencní spektrum vzorkovaného AM modulovaného signálu $v_{vz}(t)$



NYQUISTUV TEOREM PRO PÁSMOVÉ SIGNÁLY - Fazové frekvencní spektrum vzorkovaného AM modulovaného signálu $v_{vz}(t)$



NYQUISTUV TEOREM PRO PÁSMOVÉ SIGNÁLY - Výkonové frekvencní spektrum vzorkovaného AM modulovaného signálu $v_{vz}(t)$



CD-ROM

Řešená úloha je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab09_vzorkovani.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *Vzorkovac_teorem.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *Vzorkovani.exe*

1.5. Autokorelační funkce, frekvenční spektrum výkonu a výkon pásmového signálu



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat frekvenční spektrum výkonu pásmového signálu
- popsat autokorelační funkci pásmového signálu a komplexní obálky
- popsat výkon pásmového signálu



Výklad

□ Frekvenční spektrum výkonu a autokorelační funkce pásmového signálu

Frekvenční spektrum $V(f)$ **pásmového signálu** $v(t)$ je vázáno se spektrem $G(f)$ jeho komplexní obálky $g(t)$, což vychází ze vztahu pro pásmový signál $v(t)$, který je popsán vztahem

$$v(t) = \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \quad (1.5.1)$$

potom frekvenční spektrum $V(f)$ pásmového signálu $v(t)$ je rovno

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)] \quad (1.5.2)$$

a SHV – **spektrální hustota výkonu** $P_v(f)$ **pásmového signálu** $v(t)$ je rovna

$$P_v(f) = \frac{1}{4} [P_g(f - f_c) + P_g(-f - f_c)] \quad (1.5.3)$$

, kde $G(f) = F\{g(t)\}$ a $P_g(f)$ je SHV $g(t)$.

Pro odvození SHV $P_v(f)$ pásmového signálu $v(t)$ se nejdříve odvodí jeho **autokorelační funkci** $R_v(\tau)$ **pásmového signálu** $v(t)$.

$$R_v(\tau) = \langle v(t)v(t+\tau) \rangle = \langle \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \operatorname{Re}\{g(t+\tau)e^{j\omega_c(t+\tau)}\} \rangle \quad (1.5.4)$$

Protože pro součin dvou reálných částí komplexních čísel c_1, c_2 platí

$$\operatorname{Re}\{c_1\} \operatorname{Re}\{c_2\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{c_2^* c_1\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{c_2 c_1\} \quad (1.5.5)$$

Po přiřazení $c_2 = g(t)e^{j\omega_c t}$ a $c_1 = g(t+\tau)e^{j\omega_c(t+\tau)}$ se získává

$$R_v(\tau) = \left\langle \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{g^*(t)g(t+\tau)e^{-j\omega_c t}e^{j\omega_c(t+\tau)}\} \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{g(t)g(t+\tau)e^{j\omega_c t}e^{j\omega_c(t+\tau)}\} \right\rangle \quad (1.5.6)$$

Výpočet reálné hodnoty a výpočet průměru v čase jsou lineární operace, může se proto přehodit pořadí jejich provádění z čehož se získává výsledná autokorelační funkce ve tvaru

$$\begin{aligned} R_v(\tau) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \langle g^*(t)g(t+\tau)e^{j\omega_c\tau} \rangle \right\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \langle g(t)g(t+\tau)e^{j2\omega_c t} e^{j\omega_c\tau} \rangle \right\} \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \langle g^*(t)g(t+\tau)e^{j\omega_c\tau} \rangle \right\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \langle g(t)g(t+\tau)e^{j2\omega_c t} e^{j\omega_c\tau} \rangle \right\} \end{aligned} \quad (1.5.7)$$

Výraz $\langle g^*(t)g(t+\tau) \rangle$ je **autokorelační funkce komplexní obálky** $g(t)$ signálu $v(t)$.

$$R_g(t) = \langle g^*(t)g(t+\tau) \rangle \quad (1.5.8)$$

Druhý člen v rovnici (2.6.10) má zanedbatelnou hodnotu, neboť $e^{j2\omega_c t} = \cos 2\omega_c t + j \sin 2\omega_c t$ představuje, srovnáno s rychlostí změn $g(t)g(t+\tau)$, rychle oscilující složku, jejíž integrál je při výpočtu časového průměru zanedbatelný. Tím se autokorelační funkce $R_v(\tau)$ pásmového signálu $v(t)$ redukuje do tvaru

$$R_v(\tau) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ R_g(\tau) e^{j\omega_c\tau} \} \quad (1.5.9)$$

SHV pásmového signálu získáme podle Wienerovy věty Fourierovou transformací autokorelační funkce $R_v(\tau)$ pásmového signálu. Až na konstantu má výraz pro autokorelační funkci stejný tvar jako má výraz (1.5.1) pro signál vyjádřený pomocí komplexní obálky, Fourierova transformace autokorelační funkce proto dává

$$P_v(f) = F\{R_v(\tau)\} = \frac{1}{4} [P_g(f - f_c) + P_g^*(-f - f_c)] \quad (1.5.10)$$

SHV je ovšem reálná funkce. Platí proto $P_g^*(f) - P_g(f)$, čímž je vztah (1.5.3) dokázán.

Tvrzení, že složka

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \langle g(t)g(t+\tau)e^{j2\omega_c t} \rangle e^{j\omega_c\tau} \right\} \quad (1.5.11)$$

Tedy rozepsána do tvaru

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} [g(t)g(t+\tau)e^{j2\omega_c t}] dt e^{j\omega_c\tau} \right\} \quad (1.5.12)$$

má zanedbatelnou hodnotu vyplývá z Lebesqueovy-Riemanovy věty: Pro každou $f(x)$, pro

kterou existuje $\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)| dx$, je $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx = 0$ a též $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx = 0$, n reálné.

Místo pojmu spektrální hustota výkonu signálu se vyskytuje také pojem spojité frekvenční spektrum výkonu signálu. Obdobně, jako se místo pojmu spektrální hustota signálu používá pojem spojité frekvenční spektrum signálu.

□ Výkon pásmového signálu

Střední výkon P_v **pásmového signálu** $v(t)$, který vychází ze závislosti na komplexní obálce signálu $v(t) = \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$, je roven autokorelační funkci s nulovým posunutím $R_v(0)$ a je dán následujícím vztahem

$$P_v = \int_{-\infty}^{\infty} P_v(f) df = R_v(0) = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle \quad (1.5.13)$$

Pro odvození středního výkonu P_v pásmového signálu $v(t)$ se vychází ze středního výkonu P signálu $w(t)$, který je obecně definovaný vztahem

$$P = \langle w^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df \quad (1.5.14)$$

V případě pásmového signálu

$$P_v = \langle v^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} P_v(f) df \quad (1.5.15)$$

Autokorelační funkce je vypočtena pomocí zpětné Fourierovy transformace

$$R_v(\tau) = F^{-1}\{P_v(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} P_v(f) e^{-j2\pi f\tau} df \quad (1.5.16)$$

Z tohoto vztahu je zřejmý vztah pro výpočet autokorelační funkce s nulovým posunutím

$$R_v(0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_v(f) df \quad (1.5.17)$$

Podle matematických vztahů (1.5.8), (1.5.9) při dosazení nulového posunutí se získá

$$\begin{aligned} R_v(0) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{R_g(0)\} \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\langle g^*(t)g(t+0) \rangle\} \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\langle |g(t)|^2 \rangle\} \end{aligned} \quad (1.5.18)$$

, absolutní hodnota komplexní obálky $|g(t)|$ je ovšem vždy reálný, takže

$$R_v(0) = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle \quad (1.5.19)$$

, čímž je dokončeno odvození vztahu pro výpočet středního výkonu P_v pásmového signálu $v(t)$.

Dále se pro přenos pásmového signálu definuje **výkon pásmového signálu $v(t)$ při maximální absolutní hodnotě jeho komplexní obálky** (peak envelope power PEP) P_{PEP} , který je roven střednímu výkonu P_v pásmového signálu $v(t)$ s komplexní obálkou $g(t) = \max\{|g(t)|\}$. Vyhodnocuje se vlastně výkon nemodulovaného harmonického vysokofrekvenčního signálu, jehož amplituda A je dána vztahem $A = \max\{|g(t)|\}$. Výkon pásmového signálu $v(t)$ při maximální absolutní hodnotě jeho komplexní obálky je roven

$$P_{PEP} = \frac{1}{2} [\max |g(t)|]^2 \quad (1.5.20)$$

K výše uvedeným definicím výkonu se v komunikační technice a elektrotechnice často dodává přídatné jméno normalizovaný. Tím se vyjadřuje, že je ho lze přímo vztáhnout na odpor 1 ohm.



Shrnutí pojmů 1.5.

Frekvenční spektrum $V(f)$ pásmového signálu $v(t)$ prezentuje vlastnosti signálu ve frekvenční oblasti a je vázáno s frekvenčním spektrem $G(f)$ jeho komplexní obálky $g(t)$.

Spektrální hustota výkonu $P_v(f)$ pásmového signálu prezentuje rozložení výkonu v závislosti na frekvenčním pásmu.

Autokorelační funkce $R_v(\tau)$ pásmového signálu $v(t)$ a **autokorelační funkce komplexní obálky** $R_g(t)$ popisují závislosti obsažené v signálech, které se opakují v čase.

Střední výkon P_v pásmového signálu $v(t)$ je definován komplexní obálkou signálu a je roven autokorelační funkci s nulovým posunutím.

Maximální výkon P_{PEP} pásmového signálu $v(t)$ je definován při maximální absolutní hodnotě jeho komplexní obálky.



Otázky 1.5.

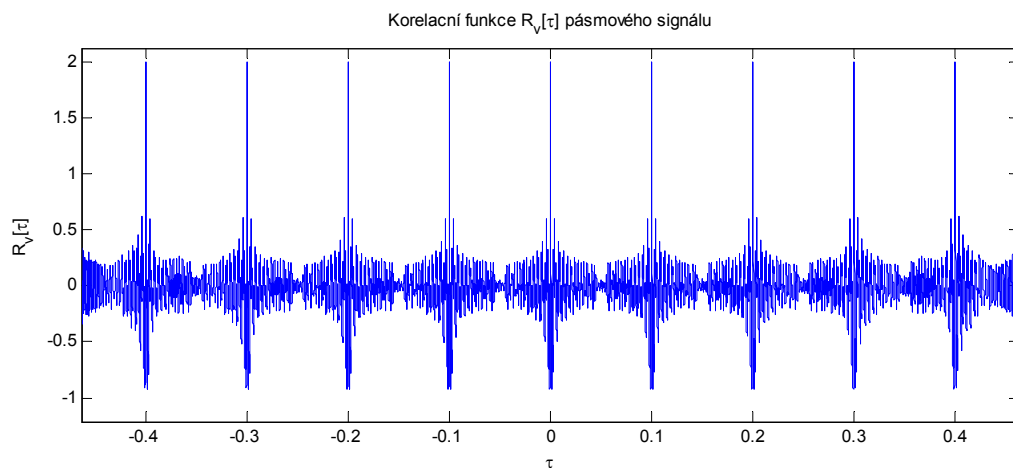
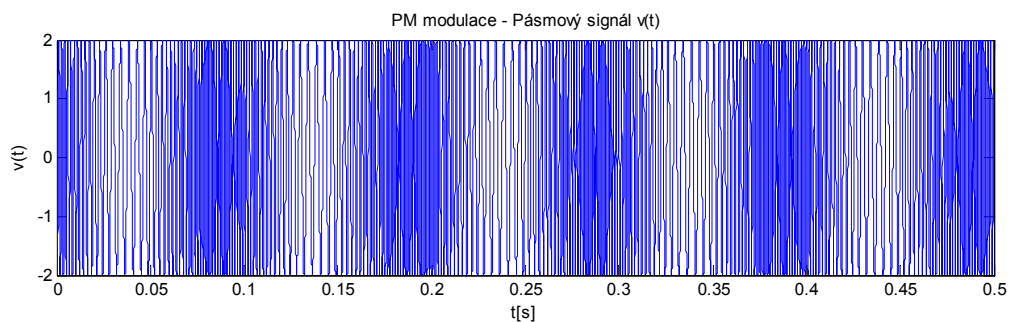
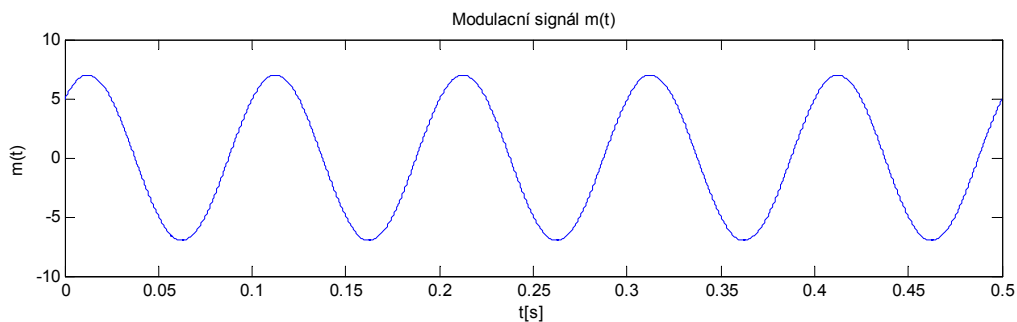
1. Co znamená pojem frekvenční spektrum pásmového signálu?
2. Co nazýváme a jak vypočteme autokorelační funkci pásmového signálu?
3. Jak souvisí autokorelační funkce pásmového signálu a jeho komplexní obálky?
4. Jakým způsobem lze vypočítat spektrum hustoty výkonu?
5. Jaké jsou základní typy výkonů pro pásmový signál?
6. Jakým způsobem lze výkony pro pásmový signál vypočítat?

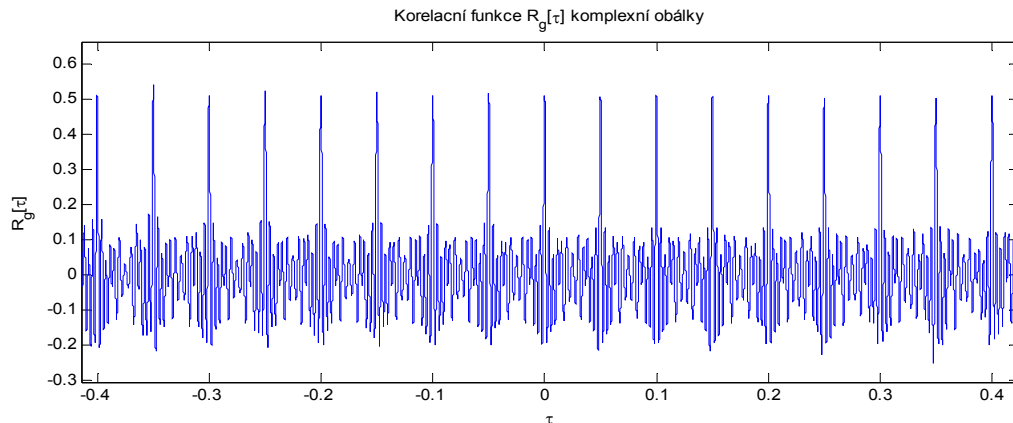


Úlohy k řešení 1.5.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán fázově modulovaný PM signál $v(t)$, kterým je přenášén modulační signál v základním pásmu $m(t) = 7 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{4}\right)$, nosná frekvence je $f_c = 500\text{Hz}$. Vypočtete autokorelační funkci $R(\tau)$ modulovaného signálu $v(t)$. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh modulačního signálu $m(t)$.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Autokorelační funkci $R_v(\tau)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Autokorelační funkci $R_g(\tau)$ komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.





2. Vypočtete a znázorníte níže popsané úkoly, je-li zadán amplitudově modulovaný AM signál $v(t)$, kterým je přenášen modulační signál v základním pásmu $m(t) = 0,25 \cdot \cos\left(4 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{8}\right)$, nosná frekvence je $f_C = 1000\text{Hz}$. Vypočtete výkon P modulovaného signálu $v(t)$. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Vypočet středního výkonu P_v pásmového signálu $v(t)$.
- Vypočet maximálního výkonu P_{PEP} pásmového signálu $v(t)$.

Implementace algoritmu pro výpočet středního výkonu P_v pásmového signálu $v(t)$:

```
% algoritmus výpočtu výkonu pásmového signálu Pv(t)
P_v = 1/2*(1/T_m*int((abs(g_t)).^2,0,1/f_m))
```

Výpis výsledku výpočtu středního výkonu P_v pásmového signálu $v(t)$ na obrazovku:

Střední výkon pásmového signálu $v(t)$ vypočtený podle vztahu:

$$P_v = 1/2 \langle |g(t)|^2 \rangle$$

$$P_v = 33/64$$

Implementace algoritmu pro výpočet maximálního výkonu P_{PEP} pásmového signálu $v(t)$:

```
% algoritmus výpočtu maximálního výkonu pásmového signálu Ppeak(t)
P_peak = 1/2*max(sqrt(real(g_tvz).^2+imag(g_tvz).^2)).^2
```

Výpis výsledku výpočtu maximálního výkonu P_{PEP} pásmového signálu $v(t)$ na obrazovku:

Maximální výkon pásmového signálu $v(t)$ vypočtený podle vztahu:

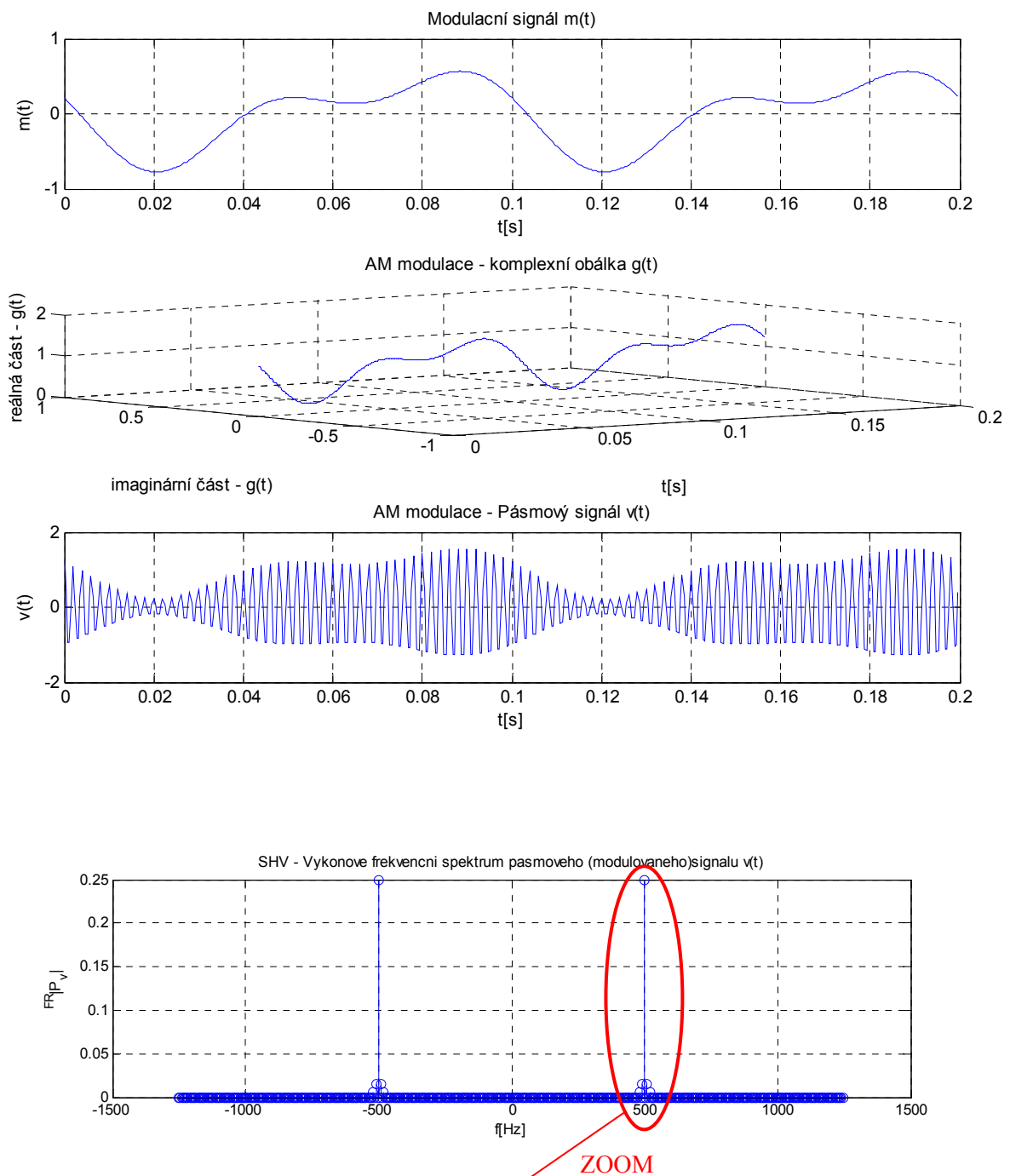
$$P_{PEAK} = 1/2 [\max |g(t)|]^2$$

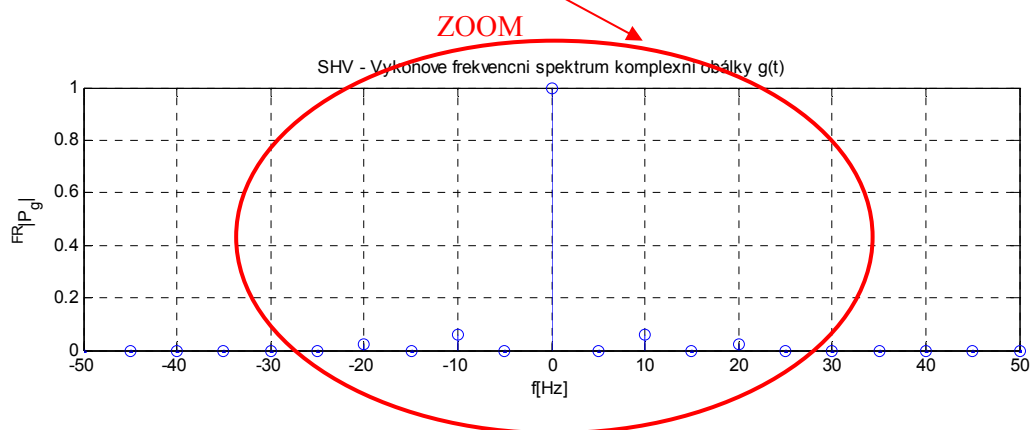
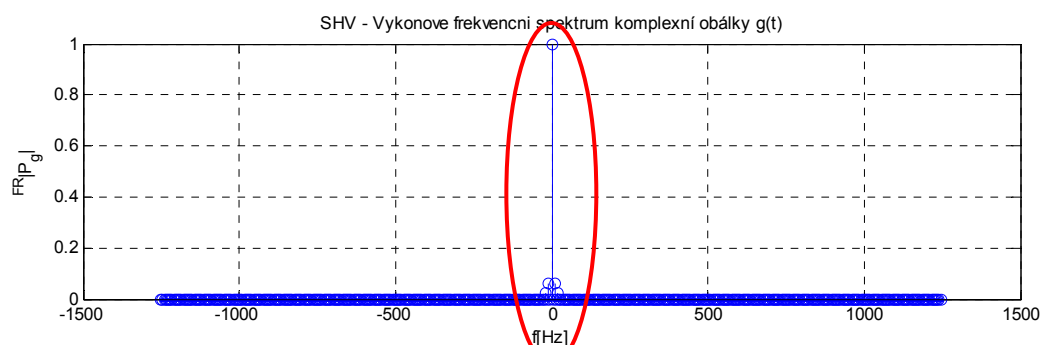
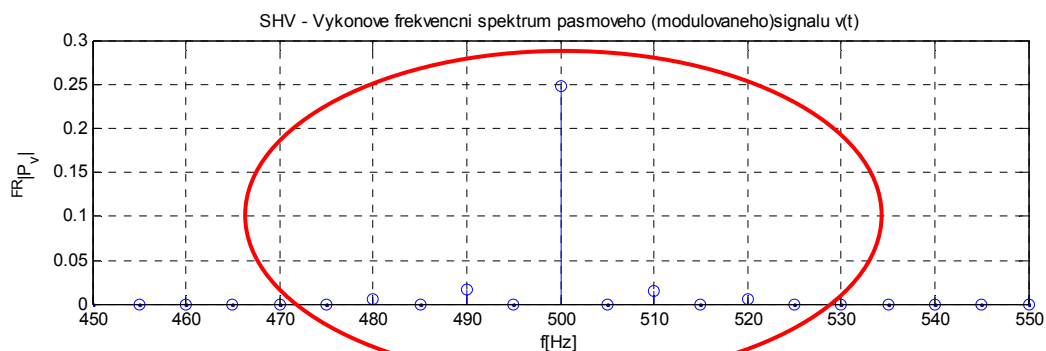
$$P_{peak} = 0.7812$$

3. Vypočtete a znázorníte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu $m(t) = 0,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,3 \cdot \cos\left(40 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$, nosná frekvence je $f_C = 1000\text{Hz}$.

Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je AM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním pásmu.
- Časový průběh komplexní obálky $g(t)$ pásmového signálu $v(t)$.
- Časový průběh pásmového signálu $v(t)$.
- Výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.
- Výkonové frekvenční spektrum komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha č.1 je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab10_autokorelace.m*

Řešená úloha č.2 je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab11_vykon.m*

Řešená úloha č.3 je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab12_SHV.m*

2. ANALOGOVÉ MODULACE PÁSMOVÉHO SIGNÁLU

2.1. Základní rozbor analogových modulací pásmového signálu



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat matematické vztahy modulovaného signálu.
- popsat základní principy modulování signálu
- popsat jednotlivé typy modulací a jejich matematické vyjádření



Výklad

Modulace je proces, při kterém se informace obsažená ve zdrojovém **informačním (modulačním) signálu** $m(t)$ kóduje do průběhu pásmového signálu $v(t)$. **Modulovaný signál** $s(t)$ tak patří do množiny pásmových signálů,

$$v(t) = \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \quad (2.1.1)$$

, kde $\omega_c = 2\pi f_c$, f_c je frekvence nosné, tedy nosného vysokofrekvenčního signálu. Komplexní obálka $g(t)$ je funkcí modulačního signálu $m(t)$,

$$g(t) = g[m(t)] \quad (2.1.2)$$

Funkce $g[\cdot]$ tak definuje mapování, definuje modulaci nízkofrekvenčního signálu $m(t)$.

Tabulka 2.1.1 udává modulační vztahy a funkce $g[m]$ pro základní používané způsoby analogových modulací:

- amplitudová modulace, amplitude modulation (AM)
- amplitudová modulace s oběma postranními pásmy a s potlačenou nosnou, double-sideband suppressed carrier (DSB-SC)
- amplitudová modulace s jedním postranním pásmem a s potlačenou nosnou, single-sideband AM suppressed carrier (SSB-AM-SC)
- fázová modulace, phase modulation (PM)
- frekvenční modulace, frequency modulation (FM)
- kvadrurní modulace, Q-modulace, quadrature modulation (QM)

Výběr vhodné analogové modulace je dán jednak tradicí, jednak cenou vysílačů a zejména cenou přijímačů, kde se musí obnovit signál $m(t)$ a kde se tedy musí realizovat funkce mezi komplexní obálkou a demodulováním modulačního signálu $m[g]$. Jsou zde též čistě fyzikální problémy jako je především potlačení šumu, zamezení přeslechů a odposlechů.

typ modulační	$g[m(t)]$	rozklad $g[m(t)]$ na složky	linearita	poznámka
AM	$1 + m(t)$	$x(t) = 1 + m(t)$ $y(t) = 0$ $R(t) = 1 + m(t) $ $\theta(t) = 0$ pro $m(t) > -1$ $= \pi$ pro $m(t) < -1$	L (NL pro nosnou)	pro detekci obálky je třeba $m(t) > -1$
DSB-SC	$m(t)$	$x(t) = m(t)$ $y(t) = 0$ $R(t) = m(t) $ $\theta(t) = 0$ pro $m(t) > 0$ $= \pi$ pro $m(t) < 0$	L	koherentní detekce
SSB-AM	$m(t) + j\hat{m}(t)$	$x(t) = m(t)$ $y(t) = \pm\hat{m}(t)$ $R(t) = \sqrt{[m(t)]^2 + [\hat{m}(t)]^2}$ $\theta(t) = \text{atan}[\pm \hat{m}(t)/m(t)]$	L	$\pm$ horní/dolní pásmová propust- Koherentní detekce. $\hat{m}(t)$ Hilbertova transformace $m(t)$
PM	$e^{jD_p m(t)}$	$x(t) = \cos[D_p m(t)]$ $y(t) = 0$ $R(t) = 1$ $\theta(t) = D_p m(t)$	NL	D_p je index fázové modulační
FM	$e^{jD_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau}$	$x(t) = \cos\left[D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right]$ $x(t) = \sin\left[D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right]$ $R(t) = 1$ $\theta(t) = D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$	NL	D_f je index frekvenční, kmitočtové, modulační
QM	$m_1(t) + jm_2(t)$	$x(t) = m_1(t)$ $y(t) = m_2(t)$ $R(t) = \sqrt{[m_1(t)]^2 + [m_2(t)]^2}$ $\theta(t) = \text{atan}[m_2(t)/m_1(t)]$	L	modulační použita pro barevnou televizi, vyžaduje koherentní detekci

Tab. 2.1.1. Seznam základních používaných analogových modulačních

**Shrnutí pojmů 2.1.**

Modulace je proces, při kterém se informace kóduje do průběhu pásmového signálu $v(t)$.

Informační (modulační) signál $m(t)$ obsahuje zdrojovou přenášenou informaci.

Modulovaný signál $s(t)$ patří do množiny pásmových signálů a obsahuje kódovanou informaci.

**Otázky 2.1.**

1. Co znamená pojem analogová modulace signálu?
2. Jaký je vztah mezi analogovým modulovaným a modulačním signálem?
3. Jaký je základní princip a parametry amplitudových analogových modulací pásmového signálu?
4. Jaký je základní princip a parametry úhlových analogových modulací pásmového signálu?

**Odměna a odpočinek**

Nyní jste prostudovali základní parametry a možnosti zpracování pásmového signálu a souhrn základních analogových modulací, které jsou v dalších kapitolách podrobně popsány.

2.2. Amplitudová modulace AM



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat AM modulovaný signál
- popsat hloubku modulace AM signálu
- popsat střední výkon AM signálu
- popsat účinnost modulace AM signálu
- definovat kmitočtové a frekvenční spektrum AM signálu



Výklad

Amplitudová modulace je nejstarší modulací, kdy první experimenty započaly těsně po roce 1900. V roce 1906 byla amplitudová modulace demonstrována Reginaldem Fessendenem přenosem zvukového signálu. Komerčně se amplitudová modulace využila při rádiovém vysílání po roce 1920. Od roku 1970 je amplitudová modulace nahrazována frekvenční FM modulací, z důvodu vyšší kvality a odolnosti vůči rušení. Amplitudově modulovaný signál je náchylný na rušení atmosférickými a elektrickými interferencemi a z tohoto důvodu se amplitudová modulace používá pouze pro rozhlasové vysílání soustředující se na hovorová rádia a zpravodajství. Další nevýhodou amplitudové modulace je rovněž šířka přenášeného frekvenčního pásma, kdy v případě, že maximální přenášený kmitočet je 4,5 kHz při šířce přenosového kanálu 9 kHz.

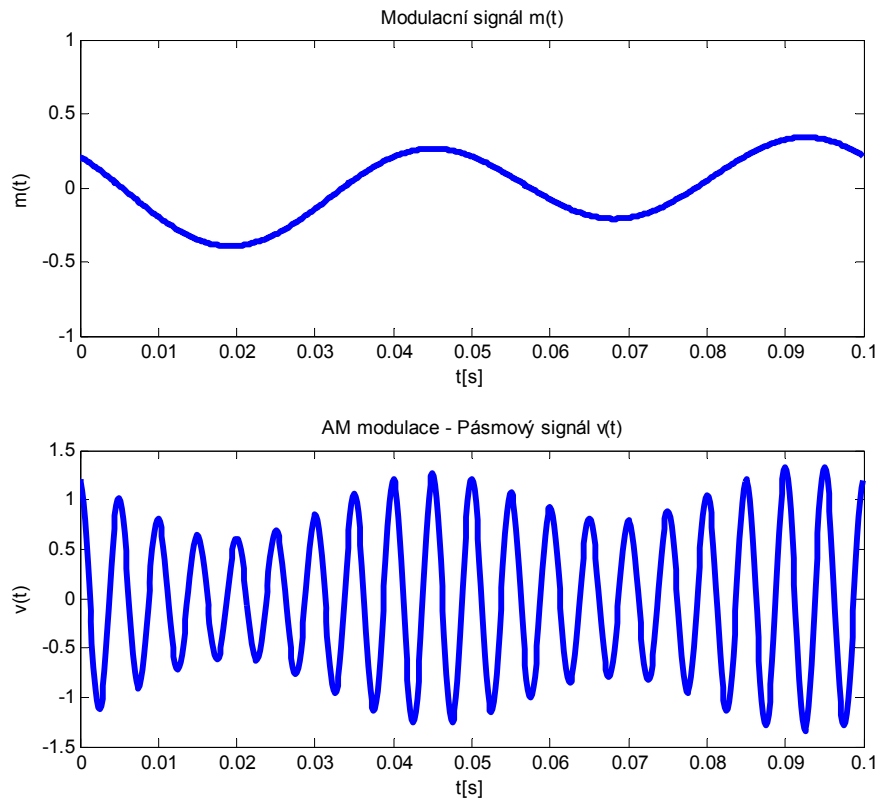
Každý pásmový resp. modulovaný signál může být vyjádřen ve tvaru (2.1.1) tedy $v(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$. Amplitudově modulovaný signál, modulovaný AM modulací - amplitudovou modulací s oběma postranními pásmy s nepotlačenou nosnou má komplexní obálku definovanou vztahem

$$g(t) = A_c [1 + m(t)] \quad (2.2.1)$$

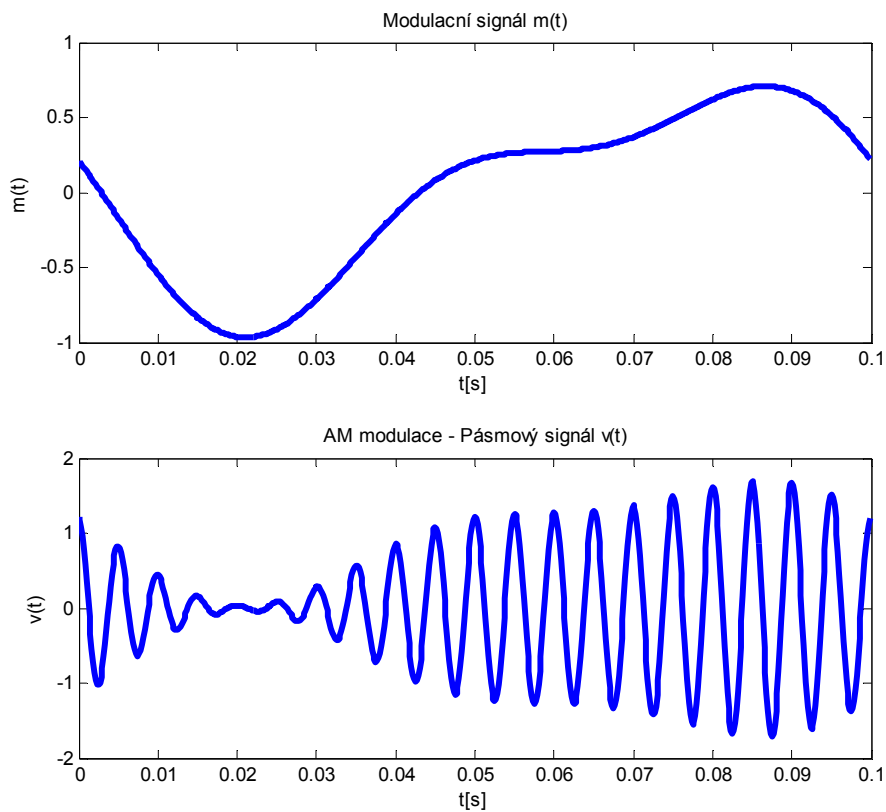
, kde A_c je konstanta určující amplitudu nemodulované nosné a tím i výkon modulovaného signálu, $m(t)$ je modulační signál nesoucí informaci, který může být analogový nebo digitální. V případě náročných rychlých moderních digitálních systémů se pro modulaci digitálních signálů používají jiné typy modulací. Amplitudově modulovaný AM signál se získá použitím **multiplikativního modulátoru** a lze jej zapsat ve tvaru

$$v(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t \quad (2.2.2)$$

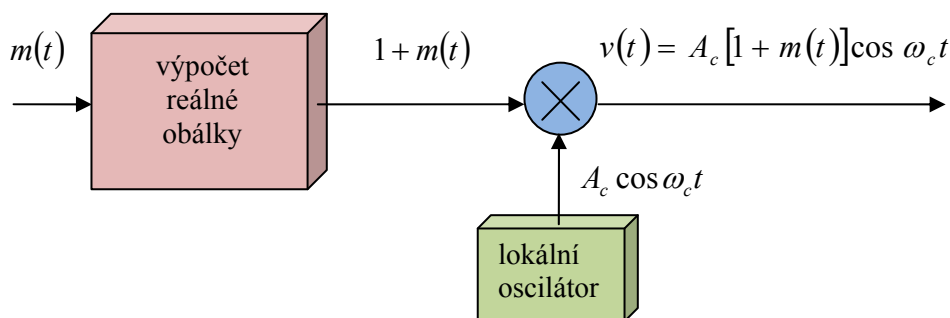
Blokové matematické schéma (Obr. 2.2.3) pro generování AM modulovaného signálu je složené z bloku pro úpravu a výpočet reálné obálky, bloku lokálního vysokofrekvenčního oscilátoru nosné, které jsou vzájemně vynásobeny, čímž vzniká modulovaný AM signál $v(t)$.



Obr.2.2.1 Časový průběh modulačního signálu $m(t)$ a pásmového signálu $v(t)$ modulovaného AM modulací, kde s ohledem na velikost informačního signálu $m(t)$ má nízkou hloubku modulace Hm .



Obr.2.2.2 Časový průběh modulačního signálu $m(t)$ a pásmového signálu $v(t)$ modulovaného AM modulací, kde s ohledem na velikost informačního signálu $m(t)$ má vysokou hloubku modulace Hm .



Obr. 2.2.3. Blokové schéma generování modulovaného AM signálu

Signál $A_c [1 + m(t)]$ tvoří soufázovou složku $x(t)$ signálu $v(t)$.

$$x(t) = A_c [1 + m(t)] \quad (2.2.3)$$

Obvykle pro modulační signál platí $m(t) \leq 1$, přičemž platí následující vztah

$$\begin{aligned} x(t) &= A_c [1 + m(t)] \\ &= |g(t)| \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Má-li signál $m(t)$ špičkovou kladnou hodnotu rovnou $+1$ a špičkovou zápornou hodnotu rovnou -1 , je amplitudově AM modulovaná nosná modulovaná 100% modulací.

Hloubka pozitivní modulace AM signálu v procentech, Hpm, (percentage of positive modulation) je definovaná vztahem

$$\text{Hpm} = \frac{A_{\max} - A_c}{A_c} \cdot 100 \text{ [\%]} \quad (2.2.5)$$

Hloubka negativní modulace AM signálu v procentech, Hnm, (percentage of negative modulation) je definovaná vztahem

$$\text{Hnm} = \frac{A_c - A_{\min}}{A_c} \cdot 100 \text{ [\%]} \quad (2.2.6)$$

Hloubka modulace AM signálu v procentech, Hm, (the overall modulation percentage) je definovaná vztahem

$$\text{Hm} = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2A_c} \cdot 100 = \frac{\max\{m(t)\} - \min\{m(t)\}}{2} \cdot 100 \text{ [\%]} \quad (2.2.7)$$

, kde $A_{\max}$ je maximální hodnota komplexní obálky $A_c [1 + m(t)]$, $A_{\min}$ je minimální hodnota komplexní obálky $A_c [1 + m(t)]$, A_c je hodnota komplexní obálky při $m(t) = 0$.

Hloubka modulace může být u AM modulace vyšší než 100%, generování takového nestandardního AM signálu vyžaduje čtyřkvadrantový modulátor pro realizaci součinu $A_c[1+m(t)]\cos\omega_c t$ ve vztahu (2.2.2). Často používaný konstrukčně jednoduchý dvoukvadrantový modulátor generuje pro záporné $A_c[1+m(t)]$ nulový výstupní signál:

$$\begin{aligned} v(t) &= A_c[1+m(t)]\cos\omega_c t & \text{pro } m(t) \geq 0 \\ v(t) &= 0 & \text{pro } m(t) < 0 \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Signál podle vztahu (2.2.8) může mít velkou, teoreticky až nekonečnou, šířku pásma a telekomunikační normy ho nepřipouštějí.

Je-li hloubka AM modulace velmi vysoká, blízká nekonečnu, přechází modulace AM (tj. modulace DSB-AM) na modulaci DSB-AM-SC.

Je-li hloubka negativní modulace menší než 100%, lze pro demodulaci modulačního signálu $m(t)$ použít **detektor obálky** (kapitola 5.8). Platí vztah

$$\begin{aligned} |g(t)| &= |A_c[1+m(t)]| \\ &= A_c[1+m(t)] \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

Je-li hloubka negativní modulace větší než 100%, lze pro demodulaci modulačního signálu $m(t)$ použít multiplikativní detektor. Výstupem multiplikativního detektoru je signál roven $v_{out}(t) = \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t) - \theta_0] = \frac{1}{2} A_0 \operatorname{Re}\{g(t)e^{-j\theta_0}\}$, tedy pro frekvenci lokálního generátoru rovnou frekvenci nosné a nulovou fází lokálního generátoru $\theta_0 = 0$ se získá detektor AM signálu

$$A_c[1+m(t)] = \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t)] = \frac{1}{2} A_0 \operatorname{Re}\{g(t)\} \quad (2.2.10)$$

kde ovšem

$$g(t) = R(t)e^{j\theta(t)} = x(t) + jy(t) \quad (2.2.11)$$

$$\operatorname{Re}\{g(t)\} = x(t) \quad (2.2.12)$$

Multiplikativní detektor (kapitola 5.7) lze použít při všech hloubkách modulace AM signálu. Bylo by možné ukázat, že multiplikativní detektor má oproti detektoru obálky výhodu zejména v případech, kdy má vstupní signál malý poměr výkonu signálu k výkonu šumu.

Střední výkon AM signálu se získá aplikací vztahu (1.5.13) $P_v = \int_{-\infty}^{\infty} P_v(f) df = R_v(0) = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle$.

Je tedy

$$\begin{aligned} P_v &= \langle v^2(t) \rangle = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \langle [1+m(t)]^2 \rangle \\ &= \frac{1}{2} A_c^2 \left[1 + \langle 2m(t) \rangle + \langle m^2(t) \rangle \right] \\ &= \frac{1}{2} A_c^2 + A_c^2 \langle m(t) \rangle + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Vztah (2.2.13) se zjednoduší pro častý případ, kdy $m(t)$ neobsahuje konstantní složku. Potom je $\langle m(t) \rangle = 0$ a

$$\langle v^2(t) \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 + \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle \quad (2.2.14)$$

Ve vztahu (2.2.14) reprezentuje první člen na pravé straně rovnice, člen $\frac{1}{2} A_c^2$ výkon nosné, druhý člen $\frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) \rangle$ výkon postranních pásem, která nesou informační signál.

Účinnost modulace E v procentech (modulation efficiency) je procento z celkového výkonu modulovaného signálu, které připadá na informační složku signálu

$$E = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{1 + \langle m^2(t) \rangle} 100\% \quad (2.2.15)$$

V některých případech se definuje účinnost modulace bez násobení procenty, jako část z celkového výkonu modulovaného signálu, které připadá na informační složku signálu:

$$e = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{1 + \langle m^2(t) \rangle} \quad (2.2.16)$$

Nejvyšší účinnost E, kterou lze při AM modulaci dosáhnout je při 100% modulovaném AM signálu, $H_m = 100\%$, je $E = 50\%$. Dosáhne se jí tehdy, je-li modulačním signálem pravoúhlý obdélníkový signál. Dle vztahu (2.8.6) $P_{PEP} = \frac{1}{2} [\max |g(t)|]^2$ vychází vztah pro **špičkový výkon** amplitudově AM modulovaný signál

$$P_{PEP} = \frac{1}{2} A_c^2 [1 + \max \{m(t)\}]^2 \quad (2.2.17)$$

Komplexní obálka AM signálu je dána vztahem (2.2.1) $g(t) = 1 + m(t)$ v případě, že $A_c = 1$.

Pak **frekvenční spektrum** této komplexní obálky je roven

$$G(f) = \delta(f) + M(f) \quad (2.2.18)$$

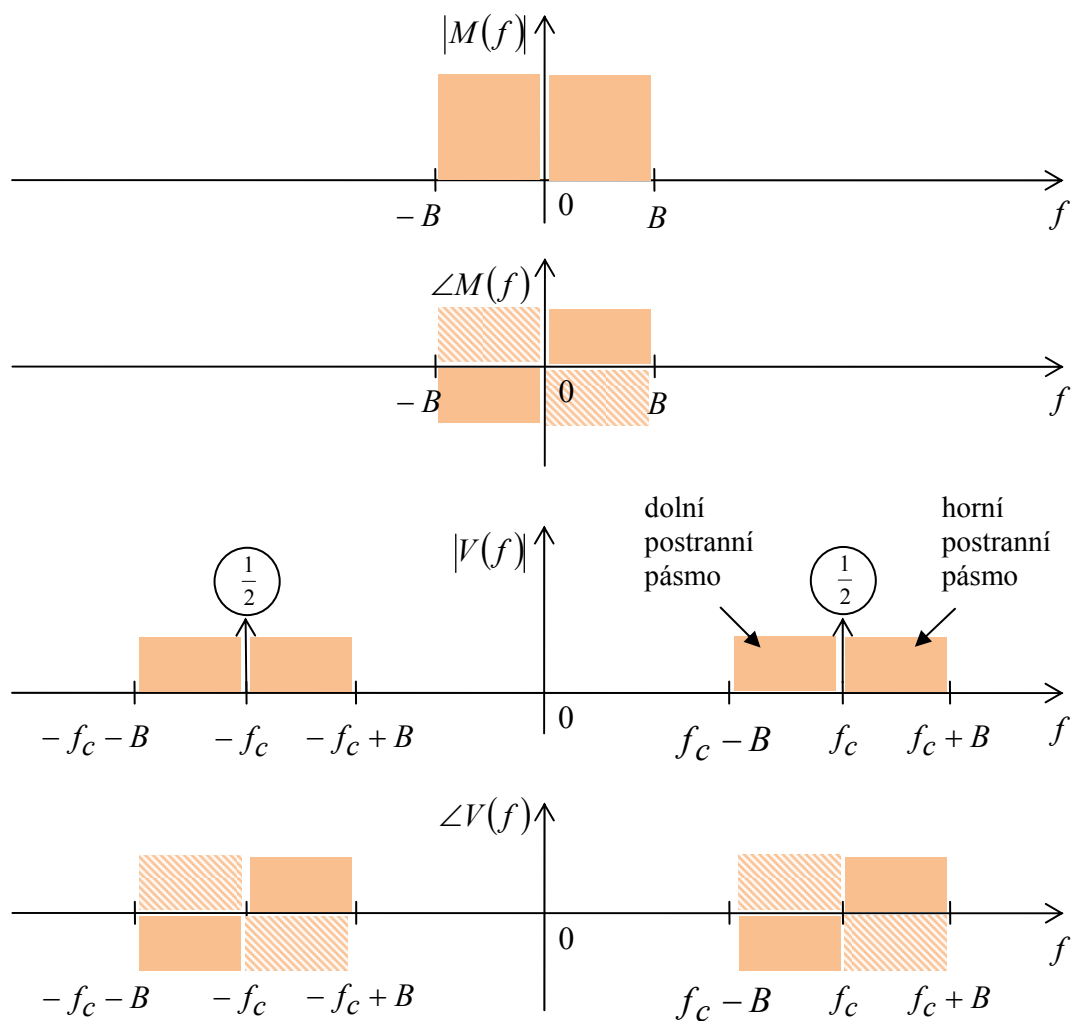
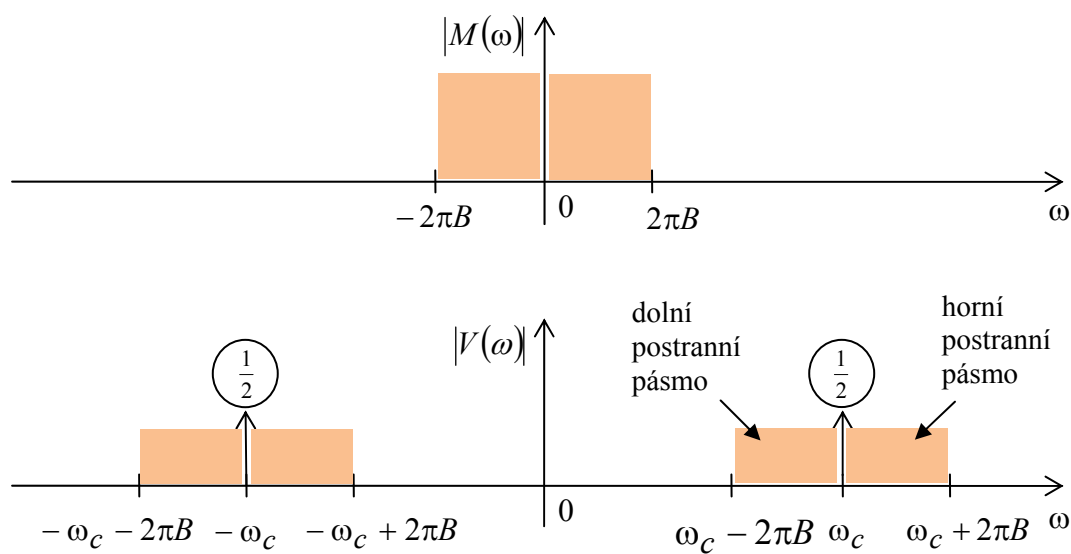
Signál $m(t)$ je reálný, je tedy $M^*(f) = M(-f)$. Distribuce delta je definována jako sudá, je tedy $\delta(f) = \delta(-f)$. **Fourierova transformace AM signálu** je

pro $A_c = 1$

$$V(f) = \frac{1}{2} [\delta(f - f_c) + M(f - f_c) + \delta(f + f_c) + M(f + f_c)] \quad (2.2.19)$$

pro jiné A_c

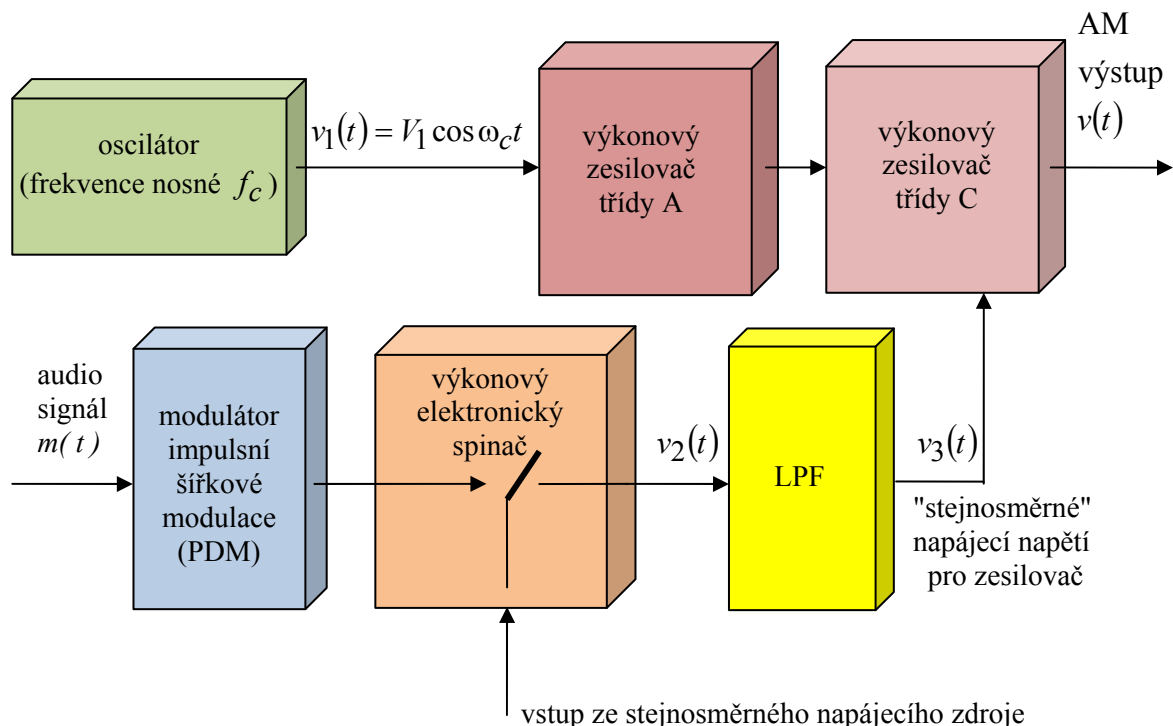
$$V(f) = \frac{1}{2} A_c [\delta(f - f_c) + M(f - f_c) + \delta(f + f_c) + M(f + f_c)] \quad (2.2.20)$$


 Obr. 2.2.4. Frekvenční spektrum amplitudy a fáze pro případ amplitudové modulace AM pro $A_c = 1$

 Obr. 2.2.5. Kmitočtové spektrum amplitudy pro případ amplitudové modulace AM pro $A_c = 1$

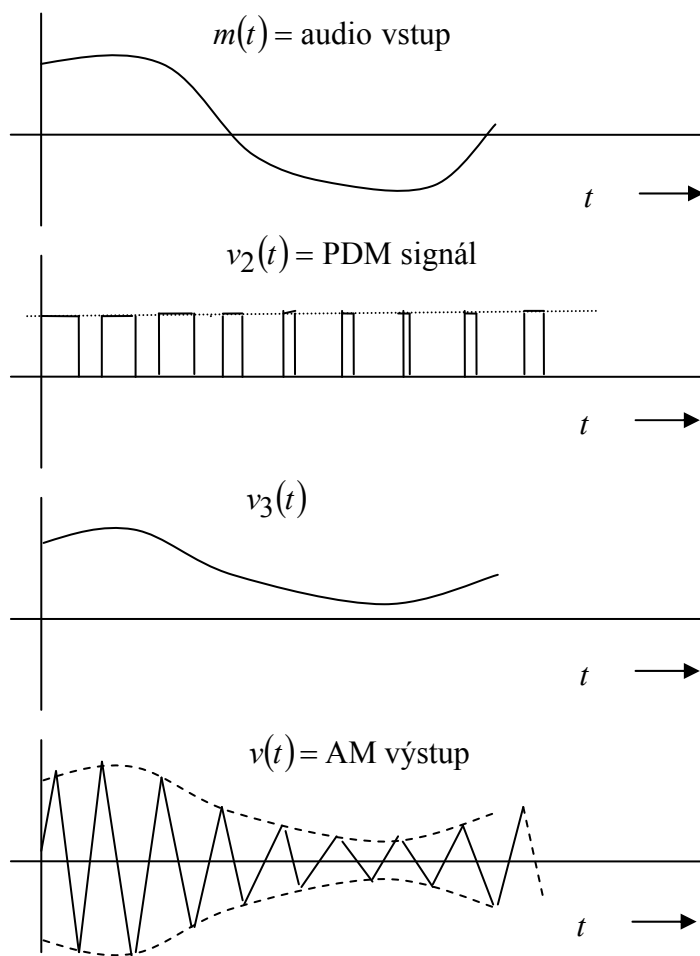
Frekvenční šířka pásma AM signálu $V(f)$ je dvakrát tak velká, jako je šířka modulačního signálu $M(f)$. AM signál $v(t)$, tedy jeho frekvenční spektrum $V(f)$ má dvě zrcadlově shodná postranní pásma, horní (upper sideband) a dolní (lower sideband) a nosnou. AM modulace se proto také někdy nazývá amplitudovou modulací s oběma postranními pásmy a nosným signálem, v používané zkratce DSB AM (double-side-band amplitude modulation).

Kmitočtové spektrum amplitudy zobrazené na Obr. 2.2.5. je vypočteno pro shodný modulační a modulovaný signál jako je na Obr. 2.2.4. pro $A_c = 1$, avšak v ose x je závislost na kmitočtu $\omega = 2\pi f$.

Pro realizaci vysílače AM signálu existuje řada cest. Lze je rozdělit na postupy, kdy se realizace provádí na výkonově, a obvykle i napětově, nízké úrovni, modulovaný signál je poté zesilovaný na požadovanou výstupní úroveň, a na postupy, kdy se modulace provádí na výkonově, a obvykle i napětově, úrovni, srovnatelné s úrovní výstupního modulovaného signálu. Výhodou prvních postupů je jednoduchost principu, nevýhodou je nutnost používat lineární zesilovač ve třídě A nebo B, tyto zesilovače mají malou účinnost - velké množství energie dodávané zdrojem zesilovače se promrhá na teplo. Vysílače pracující s velkým výkonem proto zesilují nosnou na zesilovačích pracujících ve třídě C nebo D a vlastní modulaci signálu posunují až na koncový stupeň zesilovací kaskády. Na Obr. 2.2.6. je prezentováno jedno takovéto zapojení mixeru a modulátoru. Na Obr. 2.2.7. jsou prezentovány průběhy signálů za některými z bloků na Obr. 2.2.6. Jednotlivé výstupy z bloků jsou dále principiálně rozepsány. Audio signál je převeden na šířkově modulovaný impulsní signál (PMD, pulse duration modulation), který je použitý pro řízení výkonového elektronického spínače. Impulsní signál za spínačem je filtrován dolnoproputným filtrem a je tak generována výkonová kopie audionapětí, sloužící jako "stejnoseměrné" napájecí napětí pro výkonový zesilovač, respektive zesilovací stupeň v kaskádě nosné. Nosná, která má u AM modulace ve skutečnosti harmonický průběh, je na Obr. 2.2.7. znázorněna trojúhelníkovým průběhem. Spínací frekvence PDM se obvykle volí v intervalu mezi 70 až 80 kHz, aby se dala základní a harmonické složky PDM signálu snadno potlačit dolnoproputným LPF filtrem a aby přitom filtrem propouštěné pásmo mělo šířku od nuly do 12 až 15 kHz. Tato šířka pásma je potřebná pro dobrý přenos AM audiosignálu.



Obr. 2.2.6. Blokové schéma realizace AM vysílače ve výkonovém stupni



Obr. 2.2.7. Vstupní a výstupní signály realizace AM vysílače ve výkonovém stupni

**Shrnutí pojmů 2.2.**

AM modulovaný signál je amplitudově modulovaný signál pomocí amplitudové modulace s oběma postranními pásmy s nepotlačenou nosnou

Multiplikativního modulátor je určen pro generování AM modulovaného signálu složený z bloku pro úpravu a výpočet reálné obálky a bloku lokálního vysokofrekvenčního oscilátoru nosné, které jsou vzájemně vynásobeny.

Hloubka pozitivní modulace AM signálu, hloubka negativní modulace AM signálu, hloubka modulace AM signálu se udává v procentech a určuje velikost kódovaného informačního signálu.

Detektor obálky, multiplikativní detektor jsou systémy pásmových signálů pro detekci a demodulaci amplitudově modulovaného signálu.

Střední výkon AM signálu je závislý na zesílení modulace a velikosti informačního signálu.

Účinnost modulace E se udává v procentech z celkového výkonu modulovaného signálu, které připadá na informační složku signálu

Špičkový výkon modulovaného signálu je vypočten z maxima komplexní obálky.

Frekvenční spektrum pásmového signálu a komplexní obálky udává frekvenční závislost jednotlivých harmonických složek obsažených v informačním signálu.



Otázky 2.2.

1. Jaký je základní princip a parametry amplitudové analogové AM modulace pásmového signálu?
2. Co se nazývá multiplikací detektor a jakým způsobem se v AM modulaci využívá?
3. Co je pojem hloubka modulace a jaké existují hloubky modulace?
4. Jaké jsou základní parametry a hodnoty AM modulace?
5. Jaké základní vlastnosti má frekvenční spektrum AM modulovaného signálu?
6. Co se nazývá detektor obálky a jakým způsobem se v AM modulaci využívá?
7. Jakým způsobem se realizuje vysílač AM signálu?



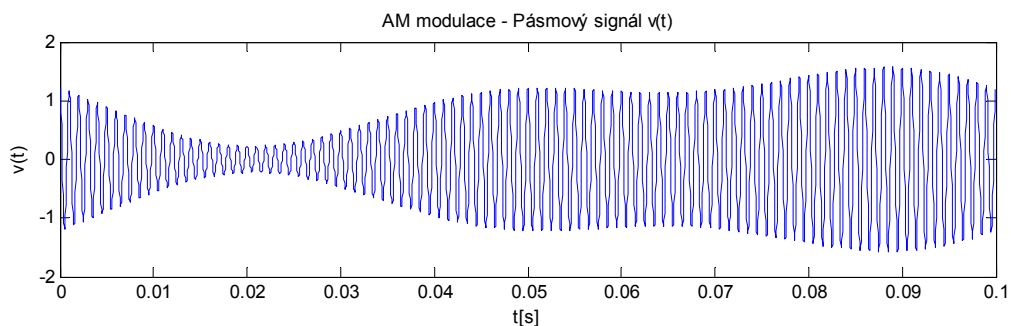
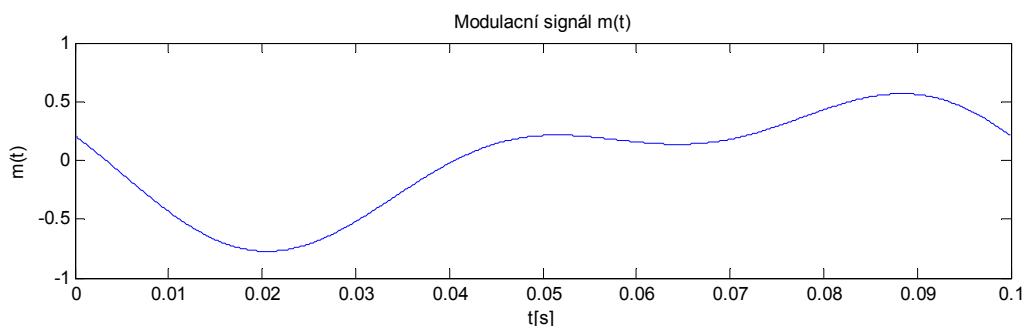
Úlohy k řešení 2.2.

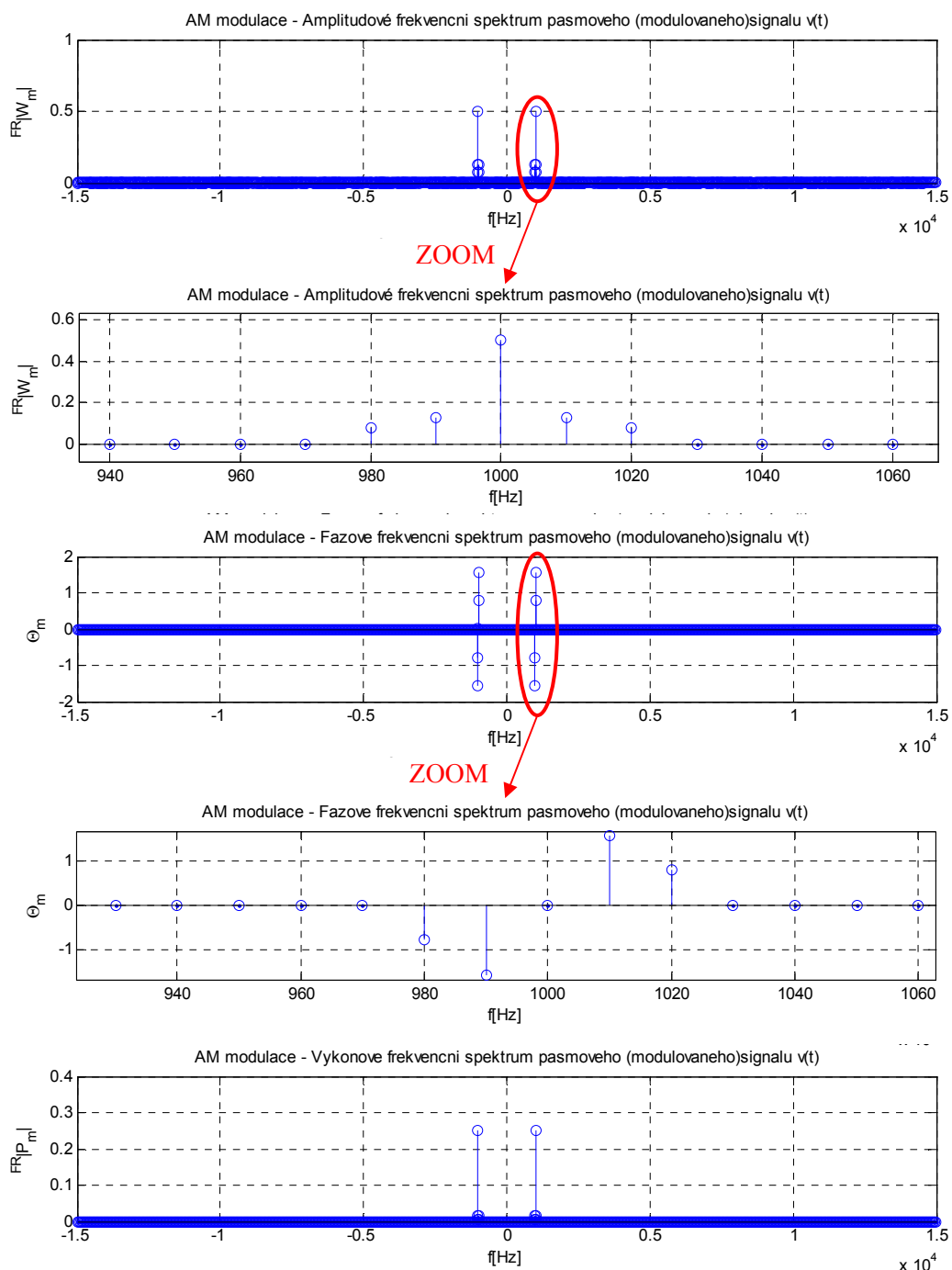
1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu

$$m(t) = 0,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,3 \cdot \cos\left(40 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right), \text{ nosná frekvence je } f_C = 1000 \text{ Hz}.$$

Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je AM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab01_AM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *AM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *AM_DSBSC_SSBSC.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *AM.m*

2.3. Amplitudová dvoustranná modulace s potlačenou nosnou DSB-SC



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat DSB-SC modulovaný signál
- popsat hloubku modulace DSB-SC signálu
- definovat kmitočtové a frekvenční spektrum DSB-SC signálu
- popsat demodulaci DSB-SC signálu



Výklad

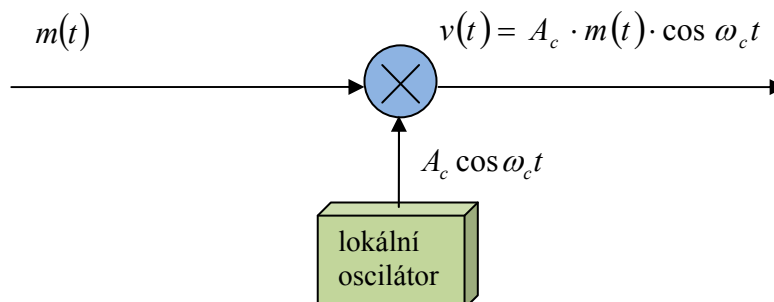
Modulace DSB-SC (double-sideband suppressed carrier modulation), tedy **amplitudová modulace s oběma postranními pásmy a s potlačenou nosnou**. Modulace DSB-SC je v podstatě AM modulace s nekonečnou hloubkou modulace, kdy je nosná v modulovaném signálu potlačena. Ze základního přehledu jednotlivých modulací a tabulky 2.1.1 je signál, modulovaný modulací DSB-SC tj. amplitudovou modulací s oběma postranními pásmy a potlačenou nosnou, popsán komplexní obálkou ve tvaru

$$g(t) = A_c m(t) \quad (2.3.1)$$

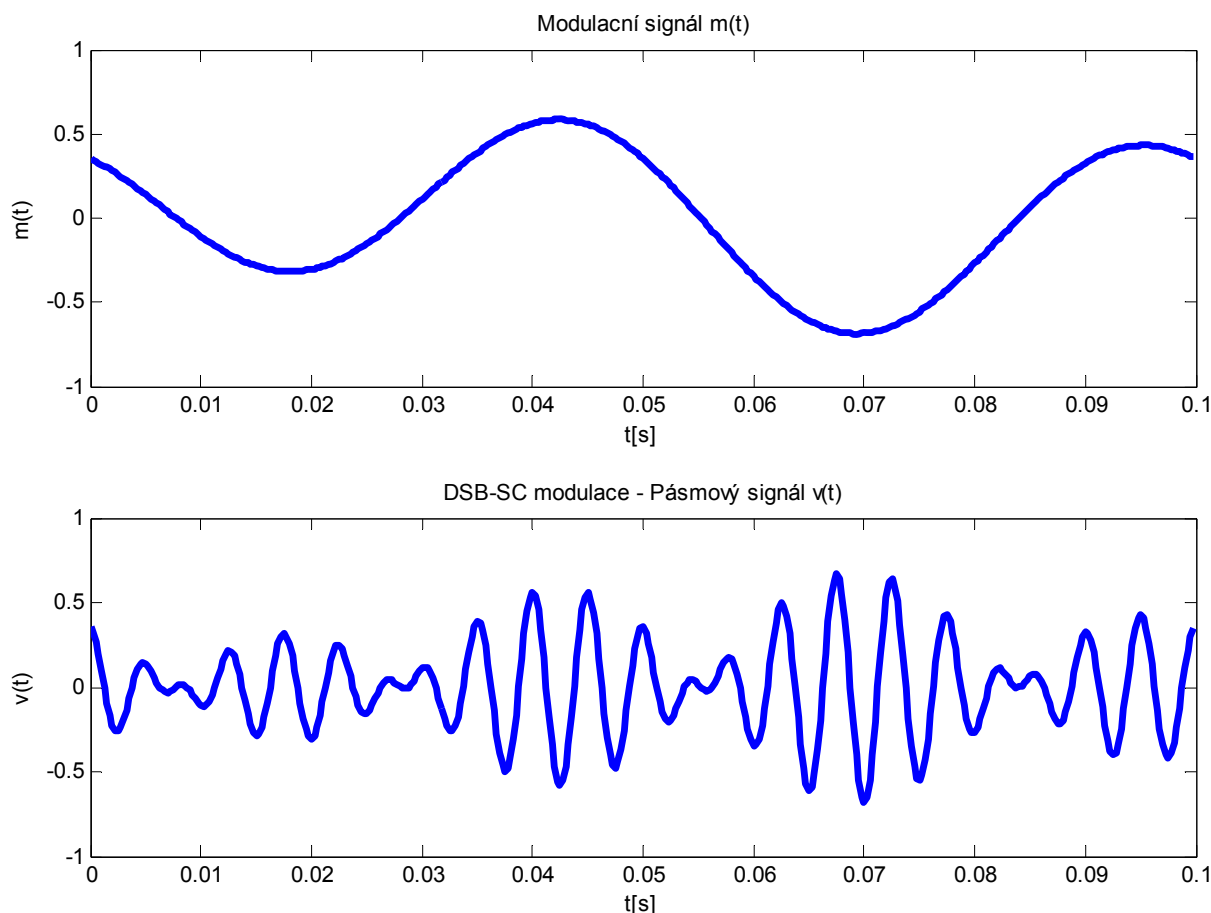
, kde A_c je konstanta určující amplitudu nemodulované nosné a tím i výkon modulovaného signálu, $m(t)$ je modulační signál, který je analogový. DSB-SC signál se získá jako výstup z multiplikativního modulátoru a lze jej zapsat dle základního popisu pásmového signálu ze vzorce (2.1.1) $v(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$ ve tvaru

$$v(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} = A_c m(t) \cos \omega_c t \quad (2.3.2)$$

Blokové schéma generování DSB-SC signálu ukazuje Obr. 2.3.1. U tohoto typu amplitudové modulace se informační modulační signál $m(t)$ a zesílená nosná $A_c \cos \omega_c t$ mezi sebou prostě násobí, výsledkem násobení je součin signálů, kterým je modulovaná nosná, tedy DSB-SC signál $v(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$.



Obr. 2.3.1. Blokové schéma generování DSB-SC signálu



Obr.2.3.2 Časový průběh modulačního signálu $m(t)$ a pásmového signálu $v(t)$ modulovaného DSB-SC modulací

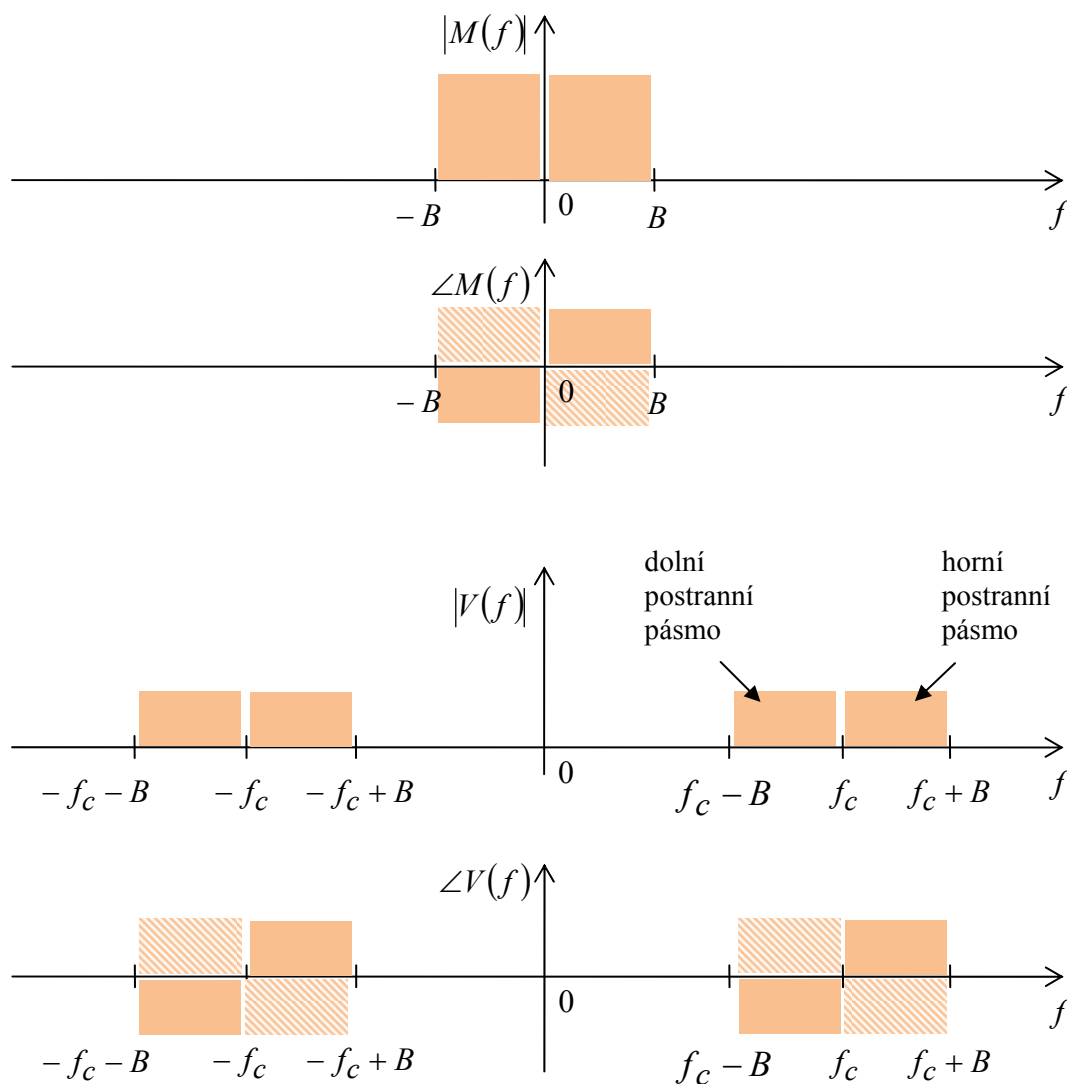
Frekvenční spektrum DSB-SC signálu $v(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$ lze snadno určit následujícím postupem, kdy se předpokládá, že signál $m(t)$ má konečnou šířku frekvenčního pásma B

$$|M(f)| = 0 \text{ pro } f > B \quad (2.3.3)$$

, kde $M(f)$ je Fourierova transformace informačního signálu $m(t)$. Také se předpokládá, že platí $f_c > B$. Fourierovou transformaci signálu při jeho posuvu v kmitočtové oblasti (modulační věta) se získává Fourierova transformace $V(f)$ modulovaného signálu $v(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$

$$V(f) = \frac{A_c}{2} [M(f + f_c) + M(f - f_c)] \quad (2.3.4)$$

Vztah (2.3.4) prezentuje fakt, že při modulaci došlo k posunu spektra $M(f)$ modulačního signálu $m(t)$ do kmitočtového intervalu dvojnásobné šířky od $f_c - B$ do $f_c + B$ (a v dvoustranné Fourierově transformaci též do nefyzikálního intervalu záporných frekvencí od $-f_c - B$ do $-f_c + B$). Spektra $M(f)$ a $V(f)$ jsou schématicky znázorněna na Obr. 2.3.3. Pásmový (modulovaný) signál $v(t)$ neobsahuje nosnou. Odtud je odvozen název modulace, modulace s oběma postranními pásmy a s potlačenou nosnou.



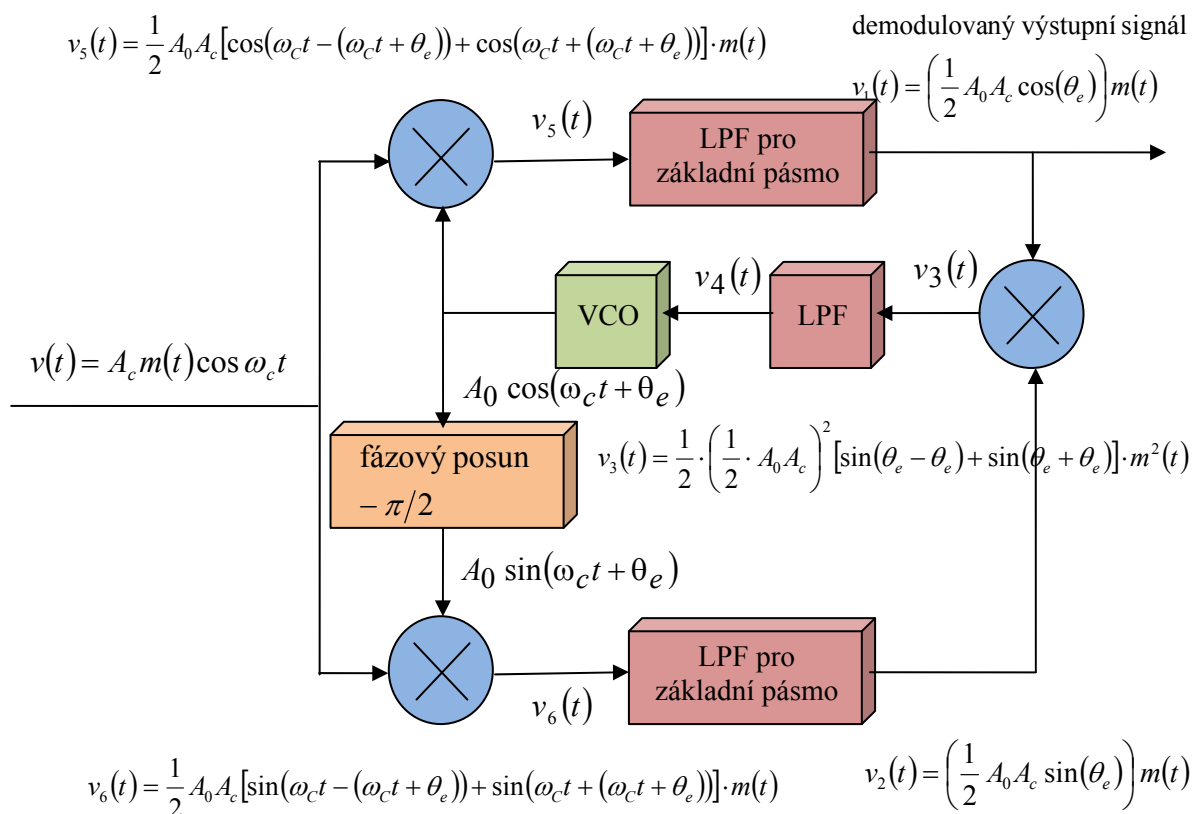
Obr. 2.3.3. Frekvenční spektrum amplitudy a fáze modulovaného signálu DSB-SC modulací

Porovná-li se DSB-SC signál s AM signálem pro $|m(t)| \leq 1$ pak

- **hloubka modulace** je u DSB-SC signálu nekonečná, nosná není v signálu $v(t)$ vůbec obsažena
- **účinnost modulace** je u DSB-SC signálu 100%. V signálu $s(t)$ se neztrácí energie na nosnou, která nenese informaci. Pro demodulaci DSB-SC signálu je ale nutno použít multiplikativní detektor, který je dražší, než detektor obálky.
- je-li **špičkový výkon** vysílače omezen přenosovým kanálem, lze DSB-SC signálem přenést čtyřikrát větší výkon v postranních pásmech než AM signálem.

Signál modulovaný kvadrurní modulací QM lze získat součtem dvou DSB-SC signálů. Signály $m_1(t)$ a $m_2(t)$ v řádku QM-modulace tabulky jsou dva signály, které modulací DSB-SC vytvářejí soufázovou (sinovou) a kvadrurní (kosinovou) složku QM-signálu.

Protože signál DSB-SC nemá koherentní složku na frekvenci f_c , nelze pro získání nosné použít běžný fázový závěs. Nicméně, demodulace DSB-SC signálu vyžaduje synchronizaci mezi vysílačem a přijímačem. Pro získání f_c pro demodulaci lze použít například speciální typ **fázového závěsu** nazývaný též Costasova smyčka (Costas loop). Podstatou jeho činnosti je fakt, že signál DSB-SC má spektrum symetrické kolem frekvence nosné. **Costasův závěs** je potom součástí lokálních přístrojových oscilátorů v přijímačích DSB-SC signálů. Může být realizovaný analogově nebo digitálně. Blokové schéma Costasova závěsu ukazuje Obr. 2.3.4.



Obr. 2.3.4. Blokové schéma - Costasův závěs

Costasův závěs v situaci, Obr. 2.3.4, kdy je zamknutý, to znamená, že napětím řízený oscilátor je nastaven na frekvenci nosné vstupního DSB-SC signálu f_c , kterou sleduje s konstantní fázovou odchylkou, fázovou chybou, θ_e . Za této situace mají napětí $v_1(t)$ a $v_2(t)$ hodnoty, rovné vztahům na Obr. 2.3.4. Protože je fázová chyba θ_e v důsledku velkého zesílení zpětné vazby závěsu malá, má $v_1(t)$ vzhledem k $v_2(t)$ velkou hodnotu (tj. $\cos \theta_e \gg \sin \theta_e$). Dále, protože je $v_1(t)$ pro malé θ_e prakticky přímo úměrné $m(t)$, je $v_1(t)$ demodulovaný výstupní signál.

Ze základního goniometrického vzorce, kdy platí

$$\sin(x) \cos(x) = \frac{1}{2} \sin(2x) \quad (2.3.5)$$

Lze určit napětí $v_3(t)$, které je rovno

$$v_3(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} A_0 A_c \right)^2 m^2(t) \sin 2\theta_e \quad (2.3.6)$$

Napětí $v_3(t)$ je filtrováno dolnoproputným filtrem s kritickou frekvencí blízkou nule. Takovýto filtr má charakteristiku blízkou integrátoru likvidujícího kolísání $m^2(t)$ a generujícího na svém výstupu signál $v_4(t)$

$$v_4(t) = K \sin 2\theta_e \quad (2.3.7)$$

, kde

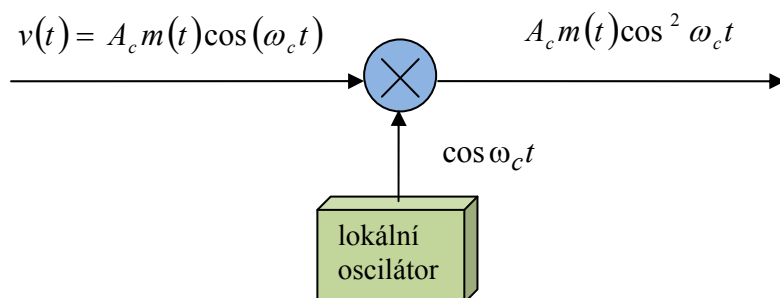
$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} A_0 A_c \right)^2 \langle m^2(t) \rangle \quad (2.3.8)$$

, kde $\langle m^2(t) \rangle$ je střední hodnota $m^2(t)$

Signál v základním pásmu $v_4(t)$ je v podstatě stejnosměrný signál, který řídí lokální napětím řízený oscilátor VCO a udržuje Costasův závěs s malou fázovou chybou θ_e v zamknutém stavu.

Costasův závěs má nevýhodu v tom, že je necitlivý na překlopení fáze o $\pm \pi$. To nevadí při příjmu audiosignálu, vadí to ale například při detekci modulace BPSK používané u digitálních signálů, v jejichž demodulátorech se Costasův závěs rovněž používá. Existují zapojení, která tento problém řeší.

Schématicky je demodulace $m(t)$ DSB-SC signálu znázorněna na obr. 2.3.5 a obr.2.3.6. Modulovaný signál $v(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$ je nejdříve násoben nosnou, generovanou lokálním přístrojovým oscilátorem, synchronizovaným, v ideálním případě bez fázové odchylky, s nosnou přijímaného signálu. Zesílení A_0 je proto rovno jedné.



Obr. 2.3.5. Schéma demodulace DSB-SC signálu. - 1.stupeň demodulace

Fourierova transformace signálu $A_c m(t) \cos^2 \omega_c t$ na výstupu násobícího členu se určí z trigonometrické identity

$$m(t) \cos^2 \omega_c t = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega_c t) m(t) \quad (2.3.9)$$

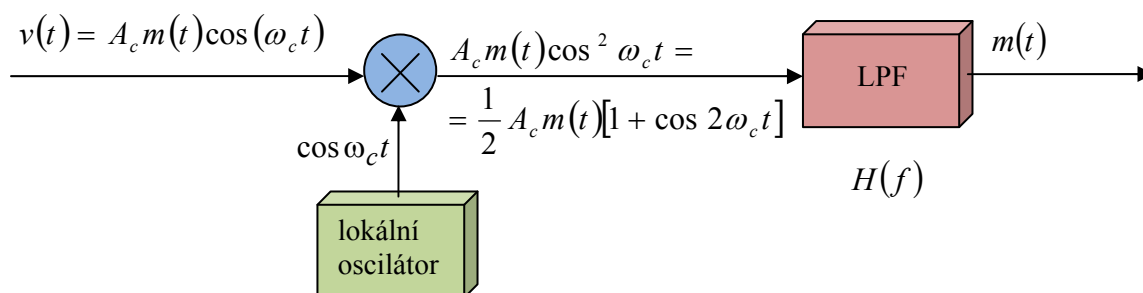
a z věty o Fourierově transformaci signálu posunutého v kmitočtové oblasti. Je tedy Fourierova transformace signálu $A_c m(t) \cos^2 \omega_c t$ rovna

$$A_c \frac{1}{2} M(f) + A_c \frac{1}{4} [M(f + 2f_c) + M(f - 2f_c)] \quad (2.3.10)$$

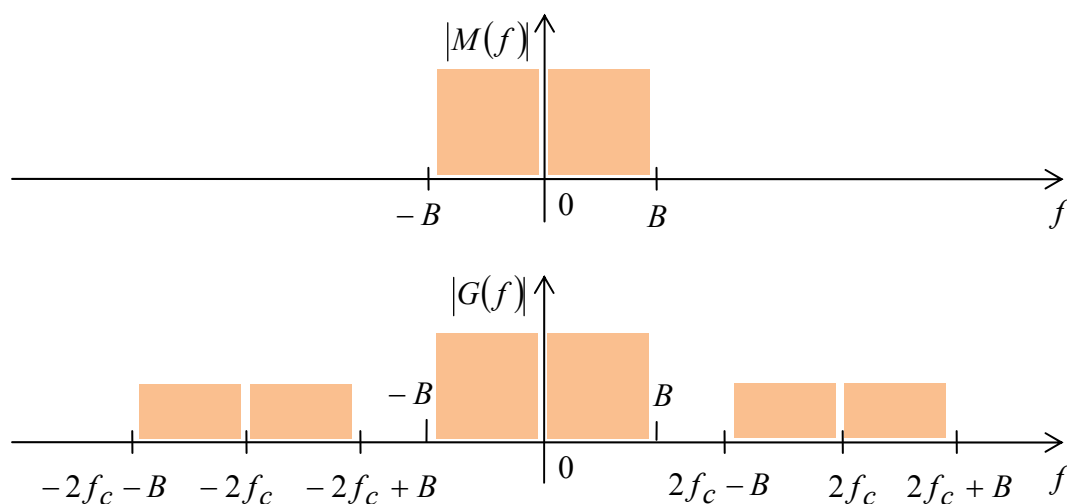
Signál $m(t)$ může být oddělen pomocí dolnoproputného filtru se zesílením $2/A_c$ a se šířkou frekvenčního pásma B , frekvenční charakteristika takovéhoho ideálního filtru $H(f)$

$$H(f) = \begin{cases} 2/A_c, & -B \leq |f| \leq B \\ 0, & \text{pro ostatní } f \end{cases} \quad (2.3.11)$$

Výstupní signál je roven $m(t)$. Celé schéma demodulace DSB-SC signálu je uvedeno na Obr. 2.3.5. Fourierova transformace signálu $A_c m(t) \cos^2 \omega_c t$ a obnova signálu $m(t)$ jsou znázorněny ve frekvenčním spektru na obr. 2.3.7.



Obr. 2.3.6. Schéma demodulace DSB-SC signálu. - 1. a 2.stupeň demodulace



Obr. 2.3.7. Frekvenční spektrum - Fourierova transformace signálu $A_c m(t) \cos^2 \omega_c t$ a obnova signálu $m(t)$



Shrnutí pojmů 2.3.

Amplitudová modulace DSB-SC je amplitudová modulace s oběma postranními pásmy a s potlačenou nosnou.

Hloubka modulace je nekonečná, nosná není v signálu obsažena

Účinnost modulace je 100%. V signálu se neztrácí energie na nosnou, která nenese informaci.

Multiplikativní detektor je použitelný pro demodulaci signálu.

DSB-SC signálem lze přenést **čtyřikrát větší výkon** v postranních frekvenčních pásmech než AM signálem.

Demodulace DSB-SC signálu vyžaduje synchronizaci mezi vysílačem a přijímačem.

Costasův závěs je určen pro získání f_c pro demodulaci, který je speciálním typem **fázového závěsu** nazývaného též Costasova smyčka.

Frekvenční spektrum pásmového signálu a komplexní obálky udává frekvenční závislost jednotlivých harmonických složek obsažených v informačním signálu.



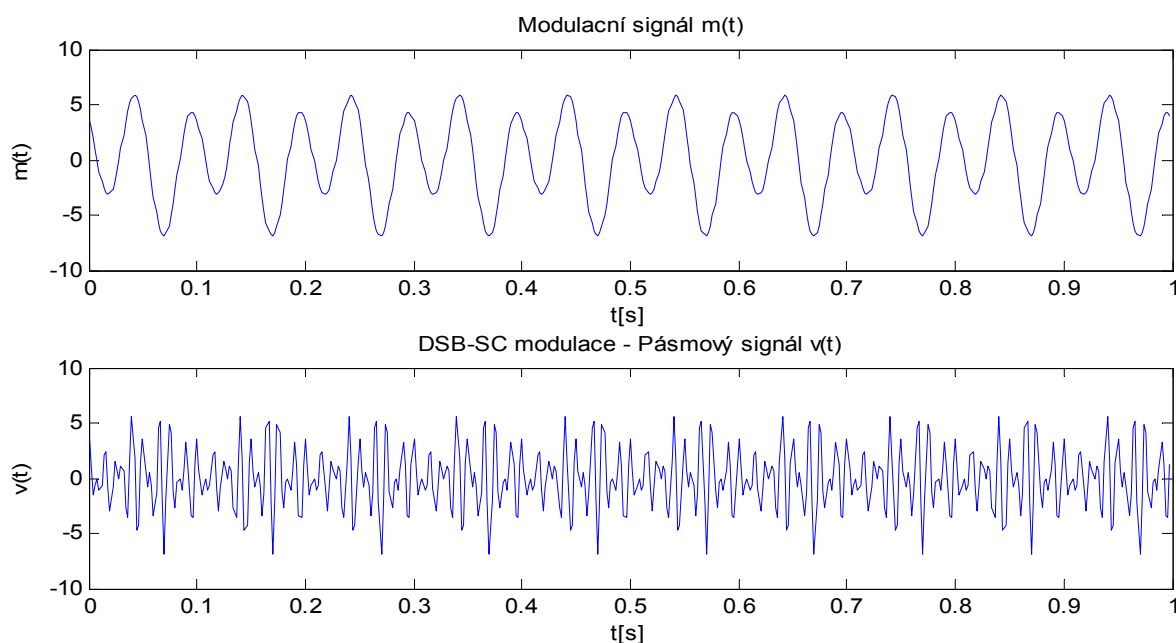
Otázky 2.3.

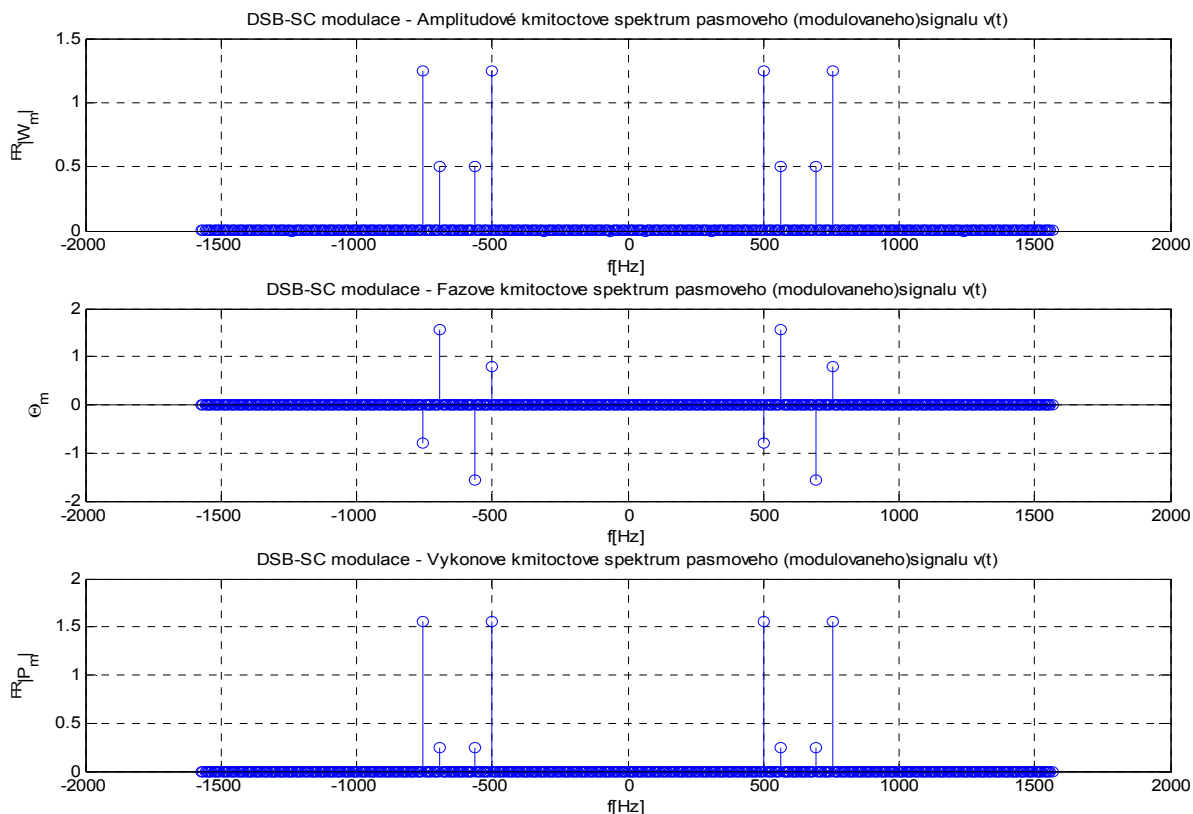
1. Jaký je základní princip a parametry amplitudové analogové DSB-SC modulace pásmového signálu?
2. Co se nazývá multiplikací detektor a jakým způsobem se v DSB-SC modulaci využívá?
3. Co je pojem hloubka modulace a nabývá hodnoty u DSB-SC modulace?
4. Jaké jsou základní parametry a hodnoty DSB-SC modulace?
5. Jaké základní vlastnosti má frekvenční spektrum DSB-SC modulovaného signálu?
6. Co je Costasův závěs a jakým způsobem se využívá u DSB-SC signálu?



Úlohy k řešení 2.3.

1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu $m(t) = 2 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) + 5 \cdot \cos\left(40 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$, nosná frekvence je $f_c = 100\text{Hz}$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je DSB-SC-AM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
 - Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním pásmu.
 - Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab02_DSB_SC_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *DSB_SC_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *AM_DSBSC_SSBSC.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *DSB_AM.m*

2.4. Amplitudová jednostranná modulace s potlačenou nosnou SSB-SC



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat SSB-SC modulovaný signál
- popsat frekvenční spektrum SSB-SC modulovaného signálu
- vyřešit generování a demodulaci SSB-SC modulovaného signálu
- popsat VSB modulaci signálu



Výklad

Modulace s jedním postranním pásmem (single sideband modulation) respektive používaná modulace s jedním postranním pásmem a potlačenou nosnou (single sideband-suppressed carrier modulation) využívá pro přenos informace

- **horní postranní pásmo**, pak je to modulace **USSB**, (upper single side band), respektive USSB-SC.
- **dolní postranní pásmo**, pak je to modulace **LSSB**, (lower single side band), respektive LSSB-SC.

USSB má nulové spektrum pro $|f| < f_c$, kde f_c je frekvence nosné. LSSB má nulové spektrum pro $|f| > f_c$, kde f_c . Existuje mnoho způsobů, jak lze mapovat signál $m(t)$ do komplexní obálky $g[m]$, pro získání SSB signálu. Některé z nich jsou uvedeny v tabulce 2.1.1.

- SSB-AM, signál lze detekovat multiplikativním detektorem
- SSB-PM, signál lze detekovat detektorem fáze
- SSB-FM, signál lze detekovat detektorem frekvenční modulace
- SSB-EV, signál lze demodulovat použitím detektoru obálky (envelope detectable, EV)
- SSB-SQ, signál lze demodulovat použitím detektoru, který počítá jeho kvadrát a výsledek přivádí na výstupní dolnoproustný filtr (square-law detectable, SQ)

Nejvíce používaným typem z uvedených SSB modulací je modulace SSB-AM. Pokud není uvedeno jinak, rozumí se pod SSB modulací modulace SSB-AM. Je to modulace používaná v armádních pojítcích a v amatérských radiových vysílačích. Výhodou této modulace je úspora šířky pásma, šířka pásma signálu po modulaci je stejná jako šířka pásma modulačního signálu v základním pásmu. Informace se přenáší redundantně v obou pásmech.

Oproti AM modulovanému signálu, kde je více výkonu soustředěno na nosnou frekvenci než v postranních pásmech, umožňuje SSB modulace soustředění výkonu pouze do jednoho postranního pásma. Tímto principem SSB modulace je mnohem efektivněji využít vstupní zesilovač vysílače a zároveň je také obsazené frekvenční pásmo oproti AM modulaci užší. SSB modulace je oproti AM modulaci z hlediska poměru výkon šum značně odolnější.

Nevýhoda SSB modulace je v kvalitě prováděné demodulace a příjmu informace, která je závislá na frekvenční koherenci regenerovaného nosného signálu. Z toho důvodu je nutné zajištění fázové koherence (fázová odchylka způsobuje konstantní fázový posuv u všech frekvenčních složek modulačního signálu), což je nákladné. Pro nezkreslený přenos musí fázový posuv jednotlivých složek lineárně růst s frekvencí. Z těchto důvodů není SSB modulace využívána pro rozhlasové a televizní vysílání.

SSB modulace byla patentována v roce 1915 Johnem Renshaw Carsonem. Komerční využití se uskutečnilo roku 1927 pro transatlantickou radiovou komunikaci. Od 30-tých let 20. století byla SSB modulace využita pro telefonní komunikace na větší vzdálenosti v rámci tzv. frekvenčního multiplexu FDM (frequency-dividing multiplexing). Po roce 1945 byla využívána pro základní i aplikovaný výzkum, ve vojenství a radiotechnice.

Modulovaný SSB, tj. SSB-AM signál má komplexní obálku, která je také v základním přehledu jednotlivých modulací a tabulce 2.1.1 dána vztahem

$$g(t) = A_c [m(t) \pm j\hat{m}(t)] \quad (2.4.1)$$

což vede k modulovanému signálu

$$v(t) = A_c [m(t)\cos\omega_c t \mp \hat{m}(t)\sin\omega_c t] \quad (2.4.2)$$

, kde první znaménko - platí pro LSSB a druhé + pro USSB modulaci. Upravený výraz $\hat{m}(t)$ označuje **Hilbertovu transformaci** $m(t)$, která je dána transformačním vztahem ze signálu $m(t)$:

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{\pi} m(t) * \frac{1}{t} \quad (2.4.3)$$

O Hilbertově transformaci je známo, že má frekvenční spektrum, ve kterém jsou všechny složky fázově posunuty oproti $M(f)$ o $-\pi/2$, tedy přesně

$$\begin{aligned} \hat{M}(f) &= -jM(f) \text{ pro } f > 0, \\ \hat{M}(f) &= M(f) = 0 \text{ pro } f = 0 \\ \hat{M}(f) &= +jM(f) \text{ pro } f < 0. \end{aligned}$$

Z této definice platí upravený transformační vztah

$$\hat{m}(t) = m(t) * h(t) \quad (2.4.4)$$

, kde impulsní charakteristika je rovna

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (2.4.5)$$

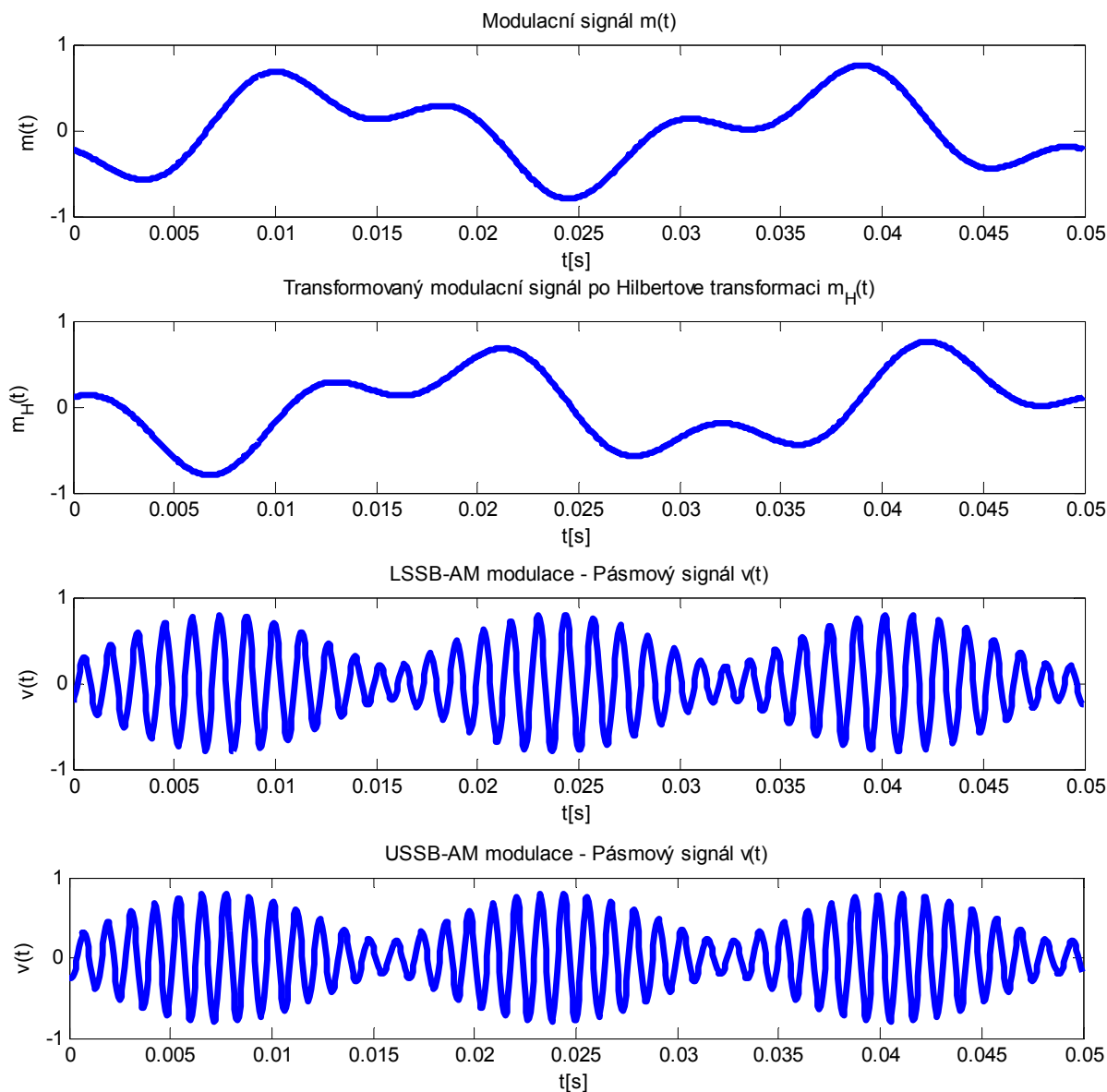
a kde tedy frekvenční přenos

$$\begin{aligned} H(f) &= -j \text{ pro } f > 0 \\ H(f) &= +j \text{ pro } f < 0 \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

reprezentuje fázový posun o $-\pi/2$.

Tedy výsledkem Hilbertovy transformace jsou pro harmonický informační signál následující:

$$\begin{aligned} m(t) = \cos \omega t &\Rightarrow \hat{m}(t) = \sin \omega t \\ m(t) = \sin \omega t &\Rightarrow \hat{m}(t) = -\cos \omega t \end{aligned}$$



Obr.2.4.1 Časový průběh modulačního signálu $m(t)$, transformovaného modulačního signálu $m_H(t)$ Hilbertovou transformací, pásmového signálu $v_{LSSB}(t)$ modulovaného LSSB-SC modulací, pásmového signálu $v_{USSB}(t)$ modulovaného USSB-SC modulací.

Důkazem je, že matematický vztah (2.4.2) splňuje podmínky SSB modulace, tedy že je hodnota spektra na zvoleném postranním pásmu nulová. Volbou znaménka ve vztahu (2.4.2) se provede volba aktivního nenulového postranního pásma. Provedením Fourierovy transformace podle (2.4.2) se získá

$$\begin{aligned} V(f) &= A_c \int_{-\infty}^{\infty} \left[m(t) \left(\frac{e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}}{2} \right) \mp \hat{m}(t) \left(\frac{e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}}{2j} \right) \right] e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{A_c}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [m(t) \pm j \hat{m}(t)] e^{-j(\omega - \omega_c)t} dt + \frac{A_c}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [m(t) \mp j \hat{m}(t)] e^{-j(\omega + \omega_c)t} dt \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

Tedy

$$V(f) = \frac{A_c}{2} \left[M(f - f_c) \pm j\hat{M}(f - f_c) \right] + \frac{A_c}{2} \left[M(f + f_c) \mp j\hat{M}(f + f_c) \right] \quad (2.4.8)$$

Protože ze vztahu (2.4.4) je zřejmé, že

$$\begin{aligned} \hat{M}(f) &= M(f)(-j) = -jM(f) \quad \text{pro } f > 0 \\ \hat{M}(f) &= M(f)(+j) = +jM(f) \quad \text{pro } f < 0 \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

Dosažením matematického vztahu (2.4.9) do rovnice (2.4.8) se získá

$$\begin{aligned} V(f) &= \frac{A_c}{2} \left[M(f - f_c) \pm jM(f - f_c) \right] \begin{cases} (-j) & \text{pro } (f - f_c) > 0 \\ (+j) & \text{pro } (f - f_c) < 0 \end{cases} \\ &+ \frac{A_c}{2} \left[M(f + f_c) \mp jM(f + f_c) \right] \begin{cases} (-j) & \text{pro } (f + f_c) > 0 \\ (+j) & \text{pro } (f + f_c) < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

Pro USSB modulaci jsou použity horní znaménka v matematickém vztahu (2.4.10), pro LSSB modulaci platí dolní znaménka matematického vztahu (2.4.10). USSB signál například:

$$V(f) = A_c \begin{cases} M(f - f_c) & \text{pro } f > f_c \\ 0 & \text{pro } f < f_c \end{cases} + A_c \begin{cases} 0 & \text{pro } f > -f_c \\ M(f + f_c) & \text{pro } f < -f_c \end{cases} \quad (2.4.11)$$

Amplitudové frekvenční spektrum USSB modulace pro $A_c = 0.5$ ukazuje obrázek Obr.2.4.2. Tato situace nastává, pokud je USSB signál získán z horního pásma DSB-SC signálu generovaného s $A_c = 1$.

Normalizovaný střední výkon SSB signálu je

$$\langle v^2(t) \rangle = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \langle m^2(t) + [\hat{m}(t)]^2 \rangle \quad (2.4.12)$$

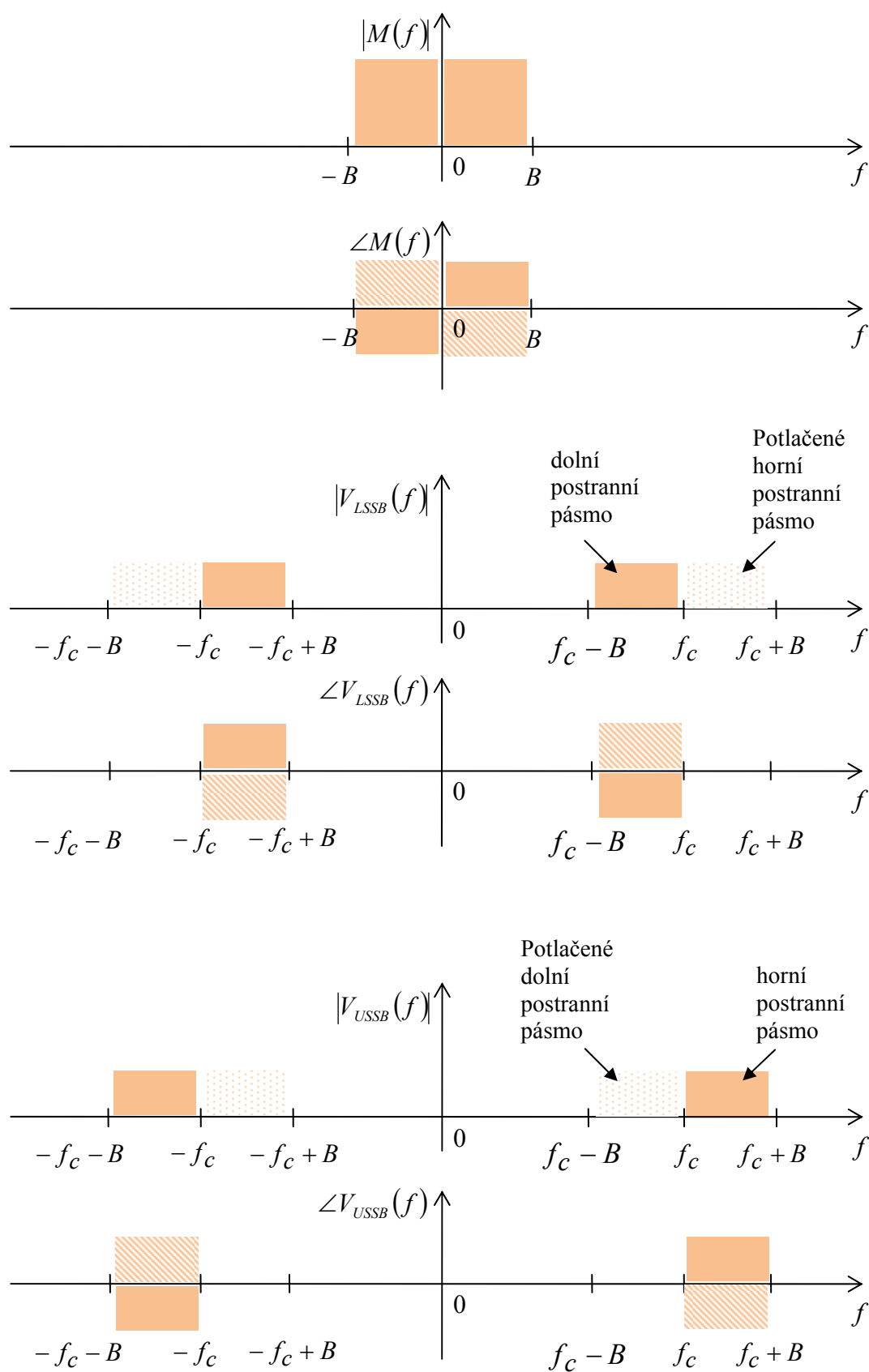
, protože $\langle \hat{m}(t)^2 \rangle = \langle m^2(t) \rangle$, je **střední výkon SSB signálu**

$$\langle v^2(t) \rangle = A_c^2 \langle m^2(t) \rangle \quad (2.4.13)$$

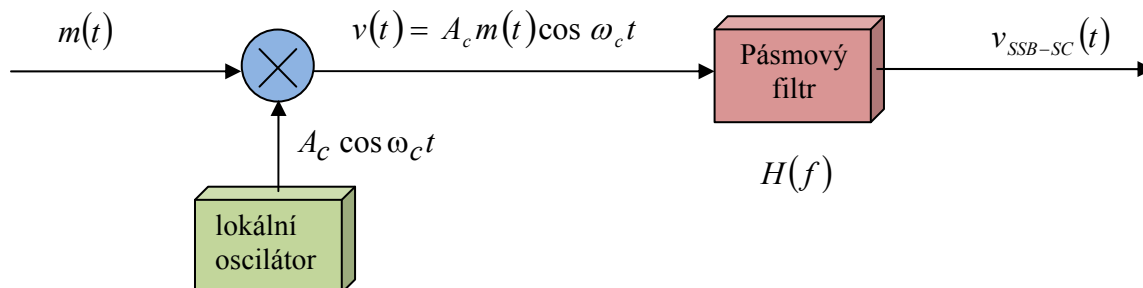
, což je výkon $\langle m^2(t) \rangle$ modulačního signálu, násobený kvadrátem zesílení, konstantou A_c^2 .

Výkon pásmového SSB signálu při maximální absolutní hodnotě jeho komplexní obálky (peak envelope power), PEP, P_{PEP} , je roven

$$\frac{1}{2} \max \{ |g(t)|^2 \} = \frac{1}{2} A_c^2 \max \{ m^2(t) + [\hat{m}(t)]^2 \} \quad (2.4.14)$$

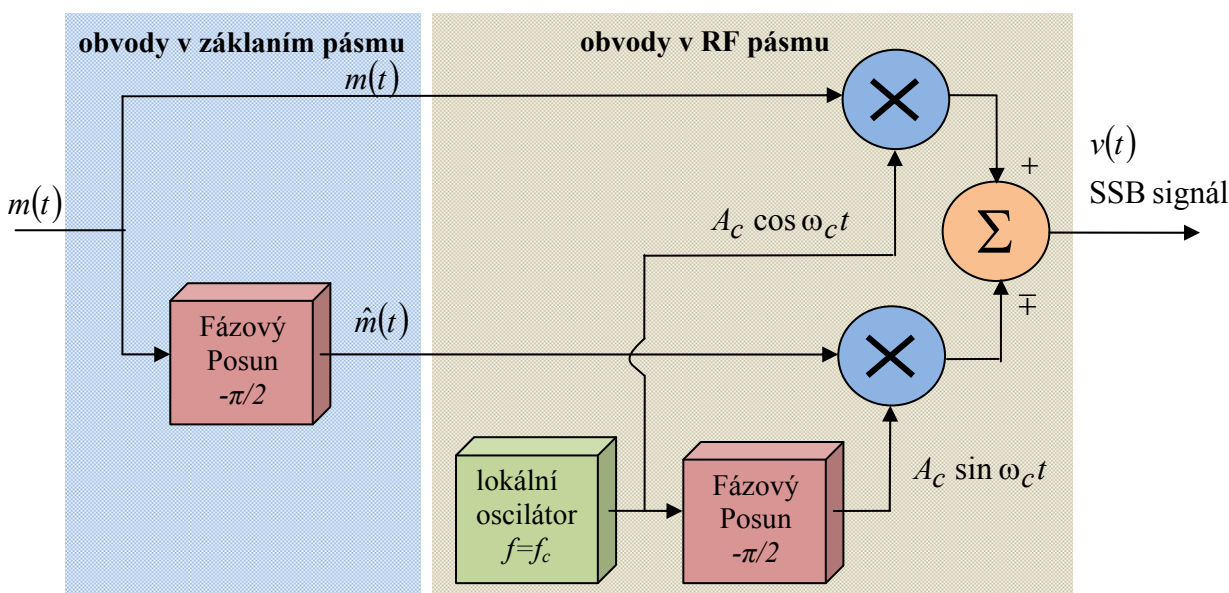
Obr. 2.4.2. Amplitudové a fázové frekvenční spektrum LSSB,USSB modulace pro $A_c = 0.5$

Obrázek Obr.2.4.3 prezentuje **generování SSB signálu** z DSB-SC modulovaného signálu. Tato metoda je velmi frekventovaná, protože umožňuje použít na mezifrekvencích přesné krystalem řízené filtry. Filtr $H(f)$ ideálně propouští, se zesílením 1, požadované postranní pásmo. Obrázek Obr.2.4.3 koresponduje s DSB-SC modulací signálu pro $A_c = 1$ doplněnou pásmovým filtrem, kde výstupním signálem je některá na Obr. 2.4.2. z modulací LSSB nebo USSB pro $A_c = 0.5$.



Obr. 2.4.3. Generování SSB-SC modulovaného signálu

Alternativní metoda generování SSB signálu na Obr. 2.4.4. demonstruje, že SSB signál má obecně jak soufázovou, tak kvadraturní složku.



Obr. 2.4.4. Alternativní metoda generování SSB-SC modulovaného signálu

Další možnou metodou generování SSB signálu je modulace pomocí amplitudových a fázových modulačních složek. Pak pro AM složku (reálnou obálku) platí vztah

$$R(t) = |g(t)| = A_c \sqrt{m^2(t) \pm [\hat{m}(t)]^2} \quad (2.4.15)$$

a pro PM složku

$$\theta(t) = \angle g(t) = \text{atan} \left[\frac{\pm \hat{m}(t)}{m(t)} \right] \quad (2.4.16)$$

SSB modulované signály mohou být přijímány **superheterodyným přijímačem** vybaveným multiplikativním detektorem s fázovým posunem $\theta_0 = 0$. Výstupem přijímače je pak signál

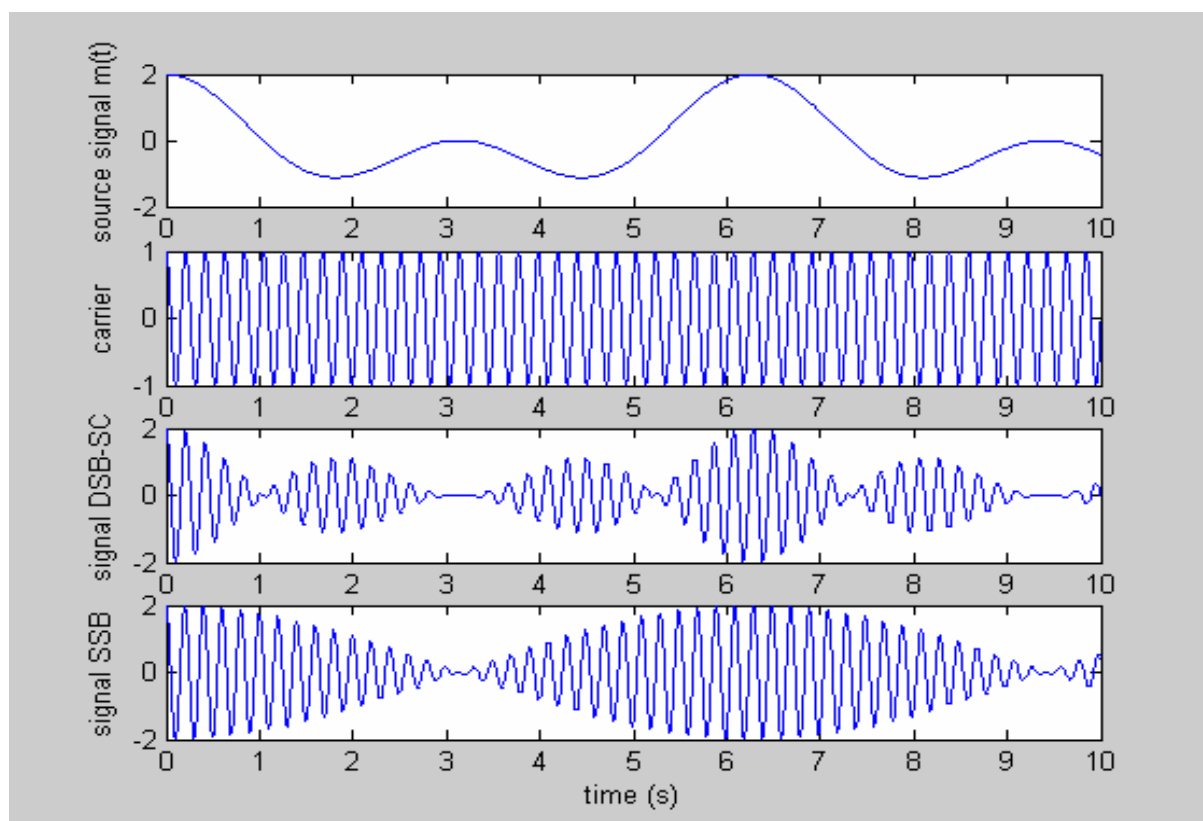
$$v_{out} = K \text{Re} \{ g(t) e^{-j\theta_0} \} = K A_c m(t) \quad (2.4.17)$$

Pro příjem audiosignálů nemusí být fáze θ_0 přesně nulová, pro příjem digitálních signálů je rovnost $\theta_0 = 0$ pro zachování tvaru impulzů vyžadována. SSB modulace se nepoužívá pro modulaci digitálních signálů vyjádřených pravoúhlými impulsy, protože SSB-AM signál dosahuje v okamžicích jejich hran nekonečné hodnoty. SSB modulace je vhodná pro mapování kódů s konečnými derivacemi časových průběhů, například vyjádřených impulsy typu $(\sin x)/x$.

Reálná obálka průběhu modulovaného signálu SSB již neodpovídá průběhu signálu $m(t)$, což ukazuje následující Obr. 2.4.5.

SSB modulace má oproti AM modulaci mnoho výhod, hlavní z nich jsou poloviční šířka frekvenčního pásma B a také velký odstup signálu od šumu.

Pro **demodulaci SSB signálu** lze použít synchronního demodulátoru, nebo při přítomnosti nosné v signálu i obvodem zahrnujícím detektor obálky. Demodulaci SSB signálu pomocí synchronního demodulátoru ukazuje Obr. 2.4.6.



Obr. 2.4.5. USSB-AM signál pro $m(t) = \cos 1t + \cos 2t$. Nosná je rovna $\cos 30t$

Na Obr. 2.4.6 je $v(t)$ modulovaný SSB signál, který byl generovaný průchodem DSB-SC signálu $A_c m(t) \cos \omega_c t$ pásmovým filtrem $H(f)$. Modulační signál $m(t)$ je signál v základním pásmu. Frekvenční charakteristika ideálního dolnoproústupného filtru $G(f)$ je dána vztahem

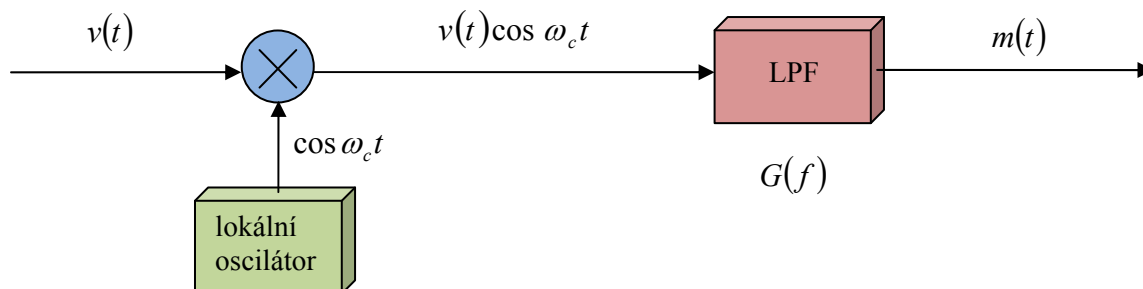
$$G(f) = \begin{cases} 4/A_c & -B \leq f \leq B \\ 0 & \text{pro ostatní } f \end{cases} \quad (2.4.18)$$

Tedy platí vztah pro frekvenční spektrum modulovaného SSB signálu $s(t)$

$$V(f) = \frac{A_c}{2} [M(f + f_c) + M(f - f_c)] H(f) \quad (2.4.19)$$

Fourierova transformace výstupního signálu z násobičky je rovna

$$\frac{A_c}{4} \{ M(f + 2f_c)H(f + f_c) + M(f)[H(f + f_c) + H(f - f_c)] + M(f - 2f_c)H(f - f_c) \} \quad (2.4.20)$$



Obr. 2.4.6. Demodulace SSB signálu pomocí synchronního demodulátoru

Fourierova transformace výstupního signálu z dolnoproustného filtru je rovna

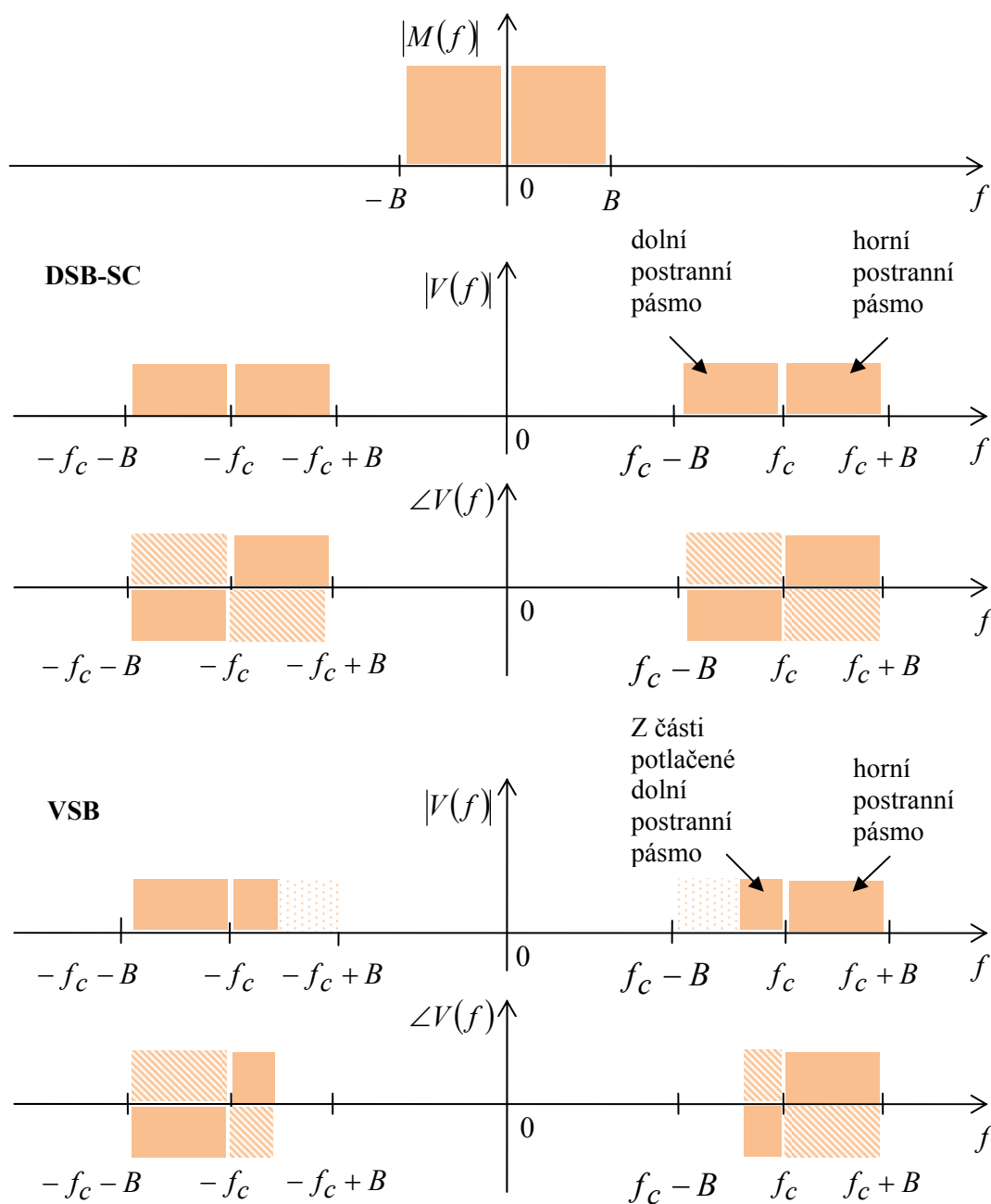
$$\frac{A_c}{4} M(f)[H(f + f_c) + H(f - f_c)]G(f) = M(f) \quad (2.4.21)$$

Protože $H(f + f_c) + H(f - f_c) = 1$ pro $-B \leq f \leq B$, je Fourierova transformace výstupu demodulátoru rovna $M(f)$. Je proto výstup demodulátoru roven modulačnímu $m(t)$.

VSB modulace signálu (vestigal sideband), neboli modulace s částečně potlačeným postranním pásmem se uplatňuje u signálů, jejichž šířka frekvenčního pásma B zaujímá při DSB modulaci příliš široké pásmo a u kterých je SSB systém pro realizaci příliš drahý, protože tyto signály obsahují nízké kmitočty. VSB signál lze například vytvořit z DSB signálu tak, že se jedno zvolené frekvenční pásmo ponechá jako SSB frekvenční pásmo, respektive potlačí ho poněkud v blízkosti nosné, a druhé, nazvěme ho DSB frekvenční pásmo, částečně potlačí tak, aby jeho potlačení bylo co nejmenší a stejné jako potlačení SSB frekvenčního pásma v blízkosti nosné a postupně, s odchylkou kmitočtu od nosné, rychle narůstalo. VSB signál má tak dvě frekvenční pásma. Jedno potlačované frekvenční pásmo DSB a jedno prakticky nepotlačované frekvenční pásmo SSB. Schématicky je amplitudové frekvenční spektrum VSB modulace s potlačeným dolním postranním frekvenčním pásmem znázorněno na Obr.2.4.7.

Modulovaný VSB signál má šířku frekvenčního pásma téměř stejnou jako SSB modulovaný signál. Lze ji poměrně snadno generovat. Demodulovat ji lze pomocí multiplikativního demodulátoru, pro akustické signály též pomocí obálkového detektoru.

VSB modulace využívá vlastností AM modulace (malé zkreslení) a SSB modulace (úspora šířky frekvenčního pásma). Používá se v případech, kdy ostatní amplitudové modulace není vhodné implementovat např. široké frekvenční pásmo vzhledem k nízké frekvenci modulačního signálu, nedostatek prostoru ve frekvenčním spektru. Potlačení nosné nelze pro demodulaci VSB modulovaného signálu použít jednoduchý detektor obálky (asynchronní demodulaci), avšak je nutné provést složitou synchronní demodulaci.



Obr. 2.4.7. Modulace VSB s potlačeným dolním postranním pásmem

**Shrnutí pojmů 2.4.**

SSB modulace je modulací s jedním postranním pásmem využívané pro přenos informace

Horní postranní pásmo se nachází ve vyšších frekvencích od nosné frekvence – USSB modulace

Dolní postranní pásmo se nachází v nižších frekvencích od nosné frekvence – LSSB modulace

Hilbertova transformace informačního signálu $m(t)$ je součástí algoritmu modulace.

Normalizovaný střední výkon, střední výkon závislé na inform. signálu a amplitudovém zesílení

Maximální výkon pásmového signálu je vypočten z maximální absolutní hodnoty komplexní obálky

Generování SSB signálu metodou z DSB-SC modulovaného signálu.

Přijímání SSB signálu pomocí superheterodynového přijímače s multiplikativním detektorem

Demodulace SSB signálu pomocí synchronního demodulátoru, nebo při přítomnosti nosné v signálu.

VSB modulace signálu je modulací s částečně potlačeným postranním pásmem.



Otázky 2.4.

1. Jaký je základní princip a parametry amplitudové analogové SSB modulace pásmového signálu?
2. Co je pojem postranní pásmo v SSB modulaci?
3. Jaké jsou základní parametry a hodnoty SSB modulace?
4. Jakým způsobem se generuje a demoduluje SSB modulovaný signál?
5. Jaký je základní princip amplitudové analogové VSB modulace pásmového signálu?



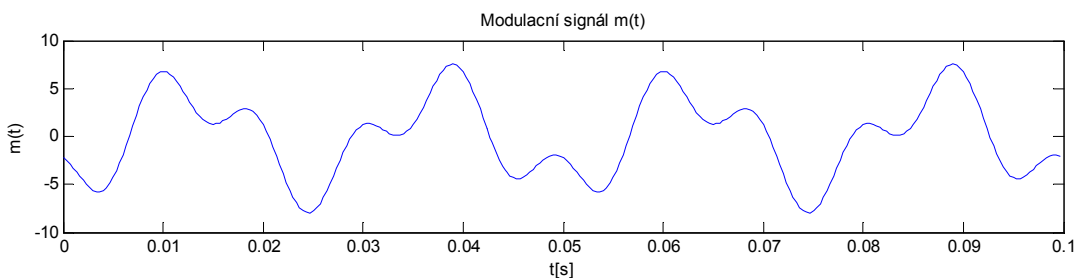
Úlohy k řešení 2.4.

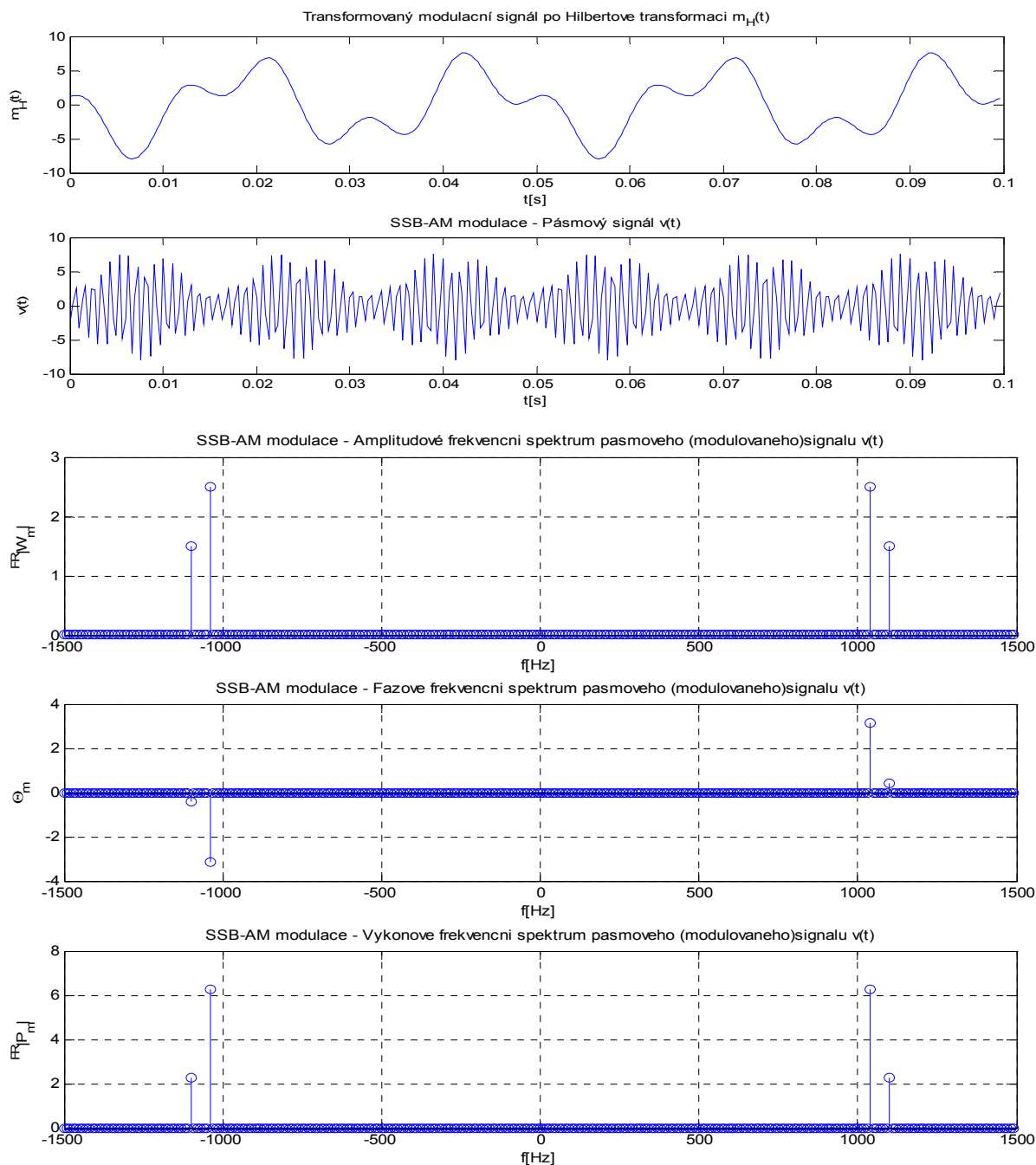
1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu

$$m(t) = 3 \cdot \cos\left(200 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{8}\right) + 5 \cdot \cos(80 \cdot \pi \cdot t + \pi),$$
nosná frekvence je $f_c = 1000 \text{ Hz}$.

Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je USSB-SC-AM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním pásmu.
- Časový průběh transformovaného informačního signálu $\tilde{m}(t)$ v základním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab03_SSB_AM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *SSB_AM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *AM_DSBSC_SSBSC.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *SSB_AM.m*

2.5. Úhlová fázová modulace PM



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat PM modulovaný signál
- popsat generování PM modulovaného signálu
- vypočítat parametry PM modulovaného signálu
- popsat problematiku frekvenčních spekter PM signálu



Výklad

Fázová modulace PM (phase modulation) je jedním z typů úhlové modulace (angle modulation). Komplexní obálka u úhlové modulace má tvar

$$g(t) = A_c e^{j\theta(t)} \quad (2.5.1)$$

Reálná obálka, tj. reálná složka komplexní obálky, je konstantní, $R(t) = |g(t)| = A_c$.

Fáze $\theta(t)$ komplexní obálky je lineární funkcí modulačního signálu $m(t)$

Komplexní obálka $g(t)$ je nelineární funkcí modulačního signálu $m(t)$. Protože je komplexní obálka $g(t)$ nelineární funkcí modulačního signálu $m(t)$, neplatí u úhlové modulace princip superpozice. S využitím vztahu (2.5.1) se snadno vyjádří úhlově modulovaný signál v časové oblasti

$$v(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (2.5.2)$$

Počáteční fáze modulovaného signálu přímo úměrná modulačnímu signálu

$$\theta(t) = D_p m(t) \quad (2.5.3)$$

, kde konstanta úměrnosti D_p se nazývá **konstanta zesílení fázové modulace**, někdy citlivost fázového modulátoru (phase sensitivity of phase modulator).

Praktická realizace generování PM modulovaného signálu Obr. 2.5.1. je možná v případě, že dochází k malým změnám fáze signálu $v(t)$ oproti nosné. Fázově modulovaný signál se získá jako napětí na zátěži oscilátoru s frekvencí f_c , tvořené obvodem kmitajícím na vlastní frekvenci f_c , ale rozladovaným reaktancí řízenou amplitudou signálu $m(t)$. Pro konstantní $m(t)$ je výstupní frekvence obvodu $f = f_c$.

Okamžitá frekvence signálu $f_i(t)$ pro pásmový signál $s(t)$ vyjádřený ve tvaru

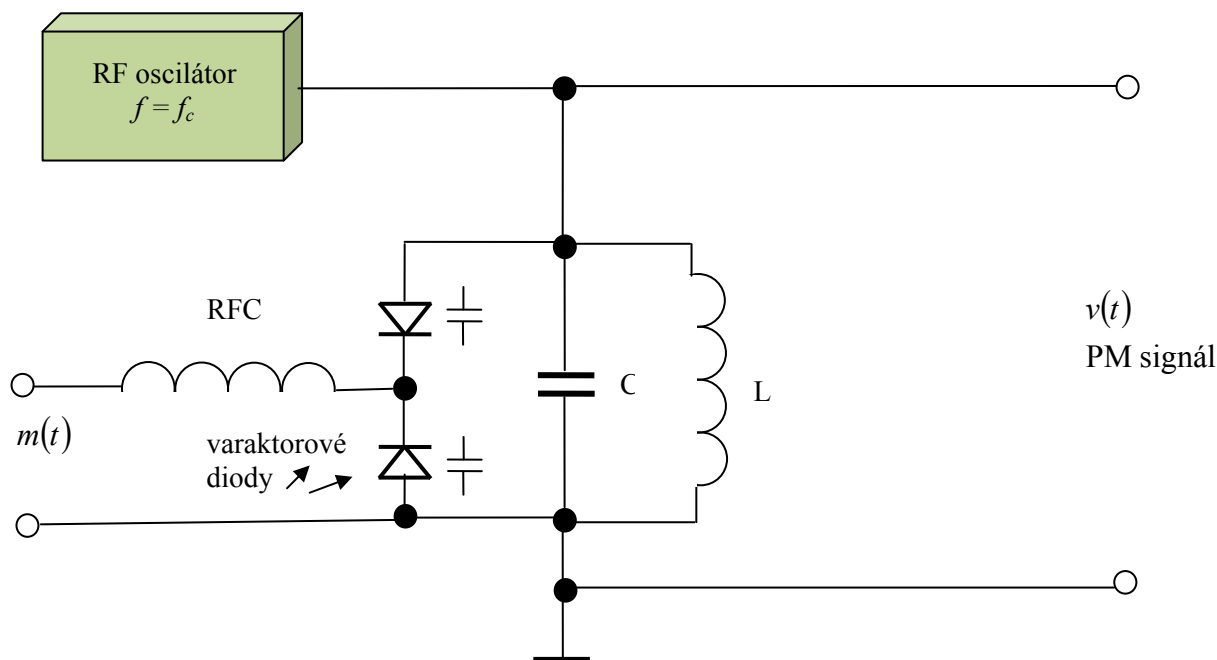
$$v(t) = R(t) \cos \psi(t) \quad (2.5.4)$$

, kde proměnná $\psi(t) = \omega_c t + \theta(t)$, potom okamžitá frekvence (instantaneous frequency) $f_i(t)$ signálu $v(t)$ je definována vztahem

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \omega_i = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\psi(t)}{dt} \right] \quad (2.5.5)$$

, tedy dále upravená ve tvaru

$$f_i(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \quad (2.5.6)$$



Obr. 2.5.1. Generování PM modulovaného signálu

Pojem okamžitá frekvence nesmí být zaměňován s pojmem frekvence, který je použitý v analýze spektra PM signálu. Frekvenční spektrum signálu je dáno Fourierovou transformací $v(t)$, a je vyhodnoceno pohledem na signál za celý časový interval $(-\infty < t < \infty)$. Frekvenční spektrum proto říká, jaké frekvence jsou v signálu přítomny trvale. Okamžitá frekvence je frekvence, kterou signál nabývá v daném časovém okamžiku.

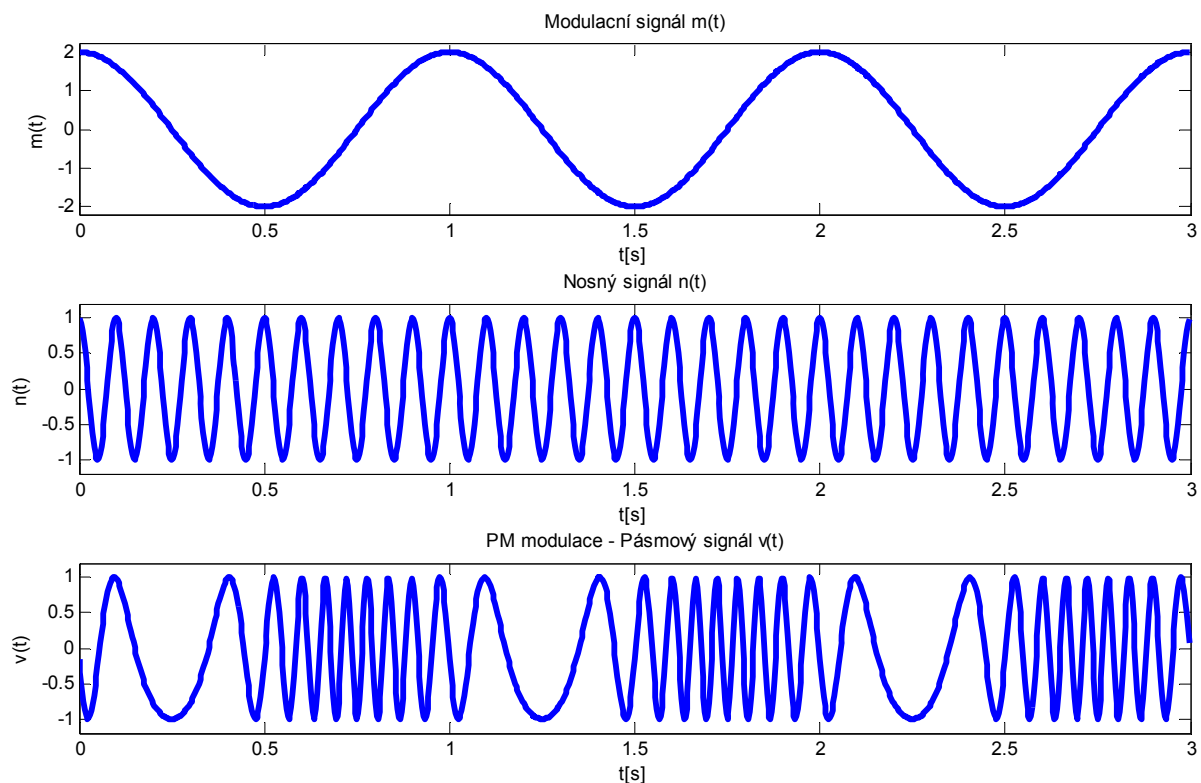
Průběhy signálu $m(t)$, nosné, modulovaného PM signálu $v(t)$ prezentuje Obr. 2.5.2. Zvolené jsou následující signály a hodnoty: modulační signál $m(t) = 2 \cos 1t$, nosná $\cos 10t$, $A_c = 1$, $R(t) = 1$, $D_p = 4$. Pak je modulovaný PM signál $v(t) = A_c \cdot R(t) \cdot \cos[\omega_c t + D_p m(t)] = \cos[10t + 8 \cos(1t)]$.

Odchylka frekvence (frequency deviation) od frekvence nosné je

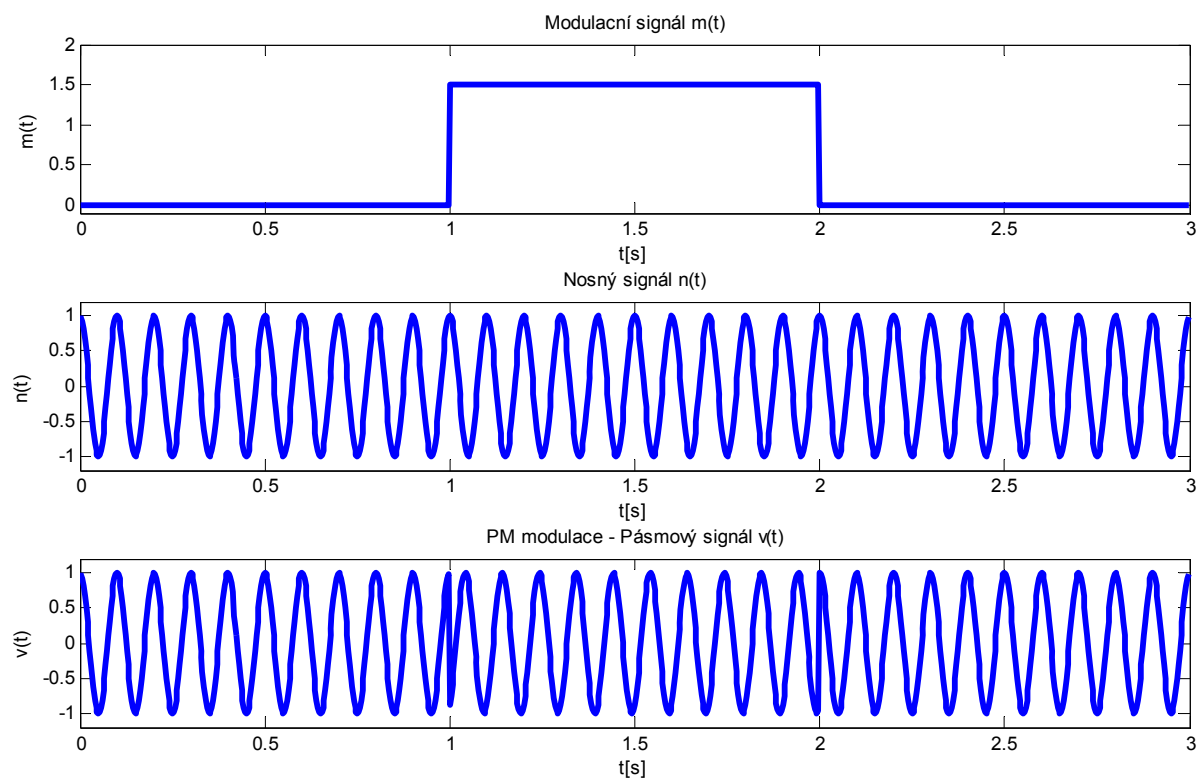
$$f_d(t) = f_i(t) - f_c = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \quad (2.5.7)$$

Maximální odchylka frekvence (peak frequency deviation) od frekvence nosné je

$$\Delta F = \max \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \right\} \quad (2.5.8)$$



Obr.2.5.2 Časový průběh modulačního signálu $m(t) = 2 \cos 1t$, nosného signálu $n(t) = \cos 10t$, pásmového signálu $v(t)$ modulovaného PM modulací



Obr.2.5.3 Časový průběh modulačního signálu obdélníkového tvaru, nosného signálu $n(t) = \cos 10t$, pásmového signálu $v(t)$ modulovaného PM modulací

V některých aplikacích se definuje také hodnota **odchylky frekvence mezi její maximální a minimální hodnotou**:

$$\Delta F_{pp} = \max \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \right\} - \min \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \right\} \quad (2.5.9)$$

,kde index pp je v překladu: peak-to-peak.

Obdobně jako je definována maximální odchylka frekvence, lze definovat **maximální odchylku počáteční fáze** (peak phase deviation)

$$\Delta\theta = \max[\theta(t)] \quad (2.5.10)$$

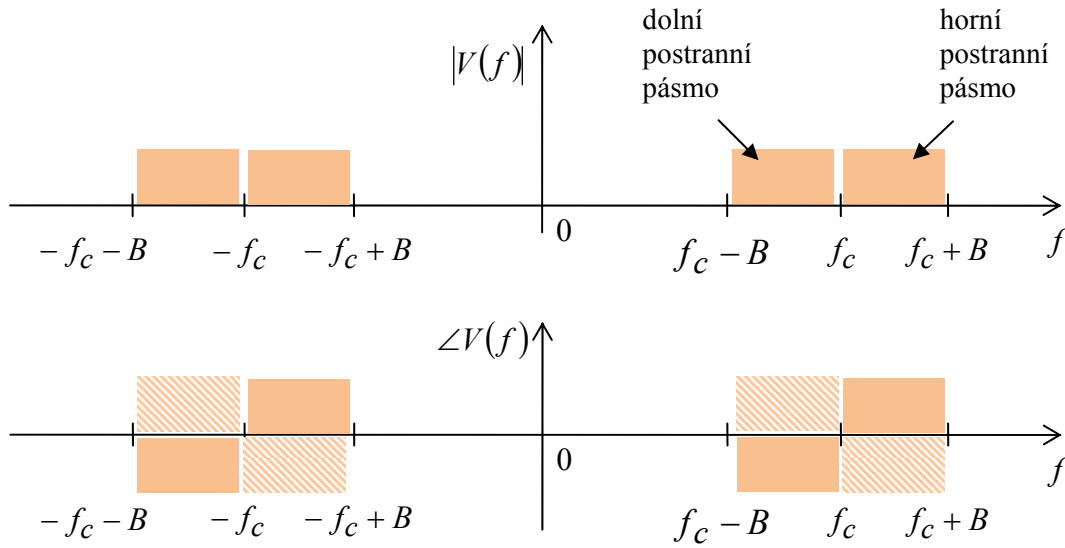
Pro PM modulaci se tato maximální odchylka počáteční fáze váže na modulační signál vztahem

$$\Delta\theta = D_p m_{\max} \quad (2.5.11)$$

Index fázové modulace β_p (phase modulation index) je dán vztahem

$$\beta_p = \Delta\theta \quad (2.5.12)$$

,kde $\Delta\theta$ je maximální odchylka počáteční fáze



Obr. 2.5.4. Frekvenční spektrum amplitudy a fáze modulovaného signálu PM modulací

Frekvenční spektrum $V(f)$ úhlově modulovaného signálu $v(t)$, stejně jako spektrum každého pásmového signálu, je rovno

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)] \quad (2.5.13)$$

, kde frekvenční spektrum komplexní obálky modulovaného signálu je

$$G(f) = F\{g(t)\} = F\{A_c \exp(j\theta(t))\} \quad (2.5.14)$$

U úhlové modulace je, na rozdíl od modulací amplitudových, $g(t)$ nelineární funkcí $m(t)$. Neplatí zde princip superpozice, $u(t)$ není obecně rovno $u_1(t) + u_2(t)$, kde signálu $u_1(t)$ odpovídá modulační signál $m_1(t)$, signálu $u_2(t)$ odpovídá modulační signál $m_2(t)$ a signálu $u(t)$ odpovídá modulační signál $[m_1(t) + m_2(t)]$. Neplatí zde ani další pravidla, vyplývající z principu linearitý soustav.

Nelinearita úhlové modulace způsobuje, že na rozdíl od modulace amplitudové, není k dispozici praktický jednotný aparát pro výpočty spekter úhlové modulace signálů a v důsledku toho není k dispozici jednotný matematický aparát ani pro další výpočty, analýzu, syntézu obvodů, systémů úhlové modulace. Výpočet frekvenčních spekter pro harmonický modulační signál a pro úzkopásmovou úhlovou modulaci lze řešit známými základními matematickými metodami. Avšak ve spektrech PM modulovaného signálu již nelze přímo určit pozici a rozložení harmonického informačního signálu na frekvenční ose.



Shrnutí pojmů 2.5.

Fázová modulace PM je jedním z typů úhlové modulace je nelineární funkcí informačního signálu a neplatí princip superpozice.

Konstanta zesílení fázové modulace D_p je konstanta úměrnosti udávající citlivost fázového modulátoru.

Frekvenční spektrum modulovaného signálu je dáno Fourierovou transformací, je vyhodnoceno za celý časový interval.

Okamžitá frekvence je frekvence, kterou signál nabývá pouze v daném časovém okamžiku.

Odchylka frekvence je závislá na změně od frekvence nosné.

Maximální odchylka frekvence je závislá na maximální změně od frekvence nosné

Maximální odchylku počáteční fáze je závislá na maximální hodnotě fázové modulace závislá na maximální hodnotě fázové modulační složky.

Index fázové modulace je dán změnou fáze modulační složky modulovaného signálu



Otázky 2.5.

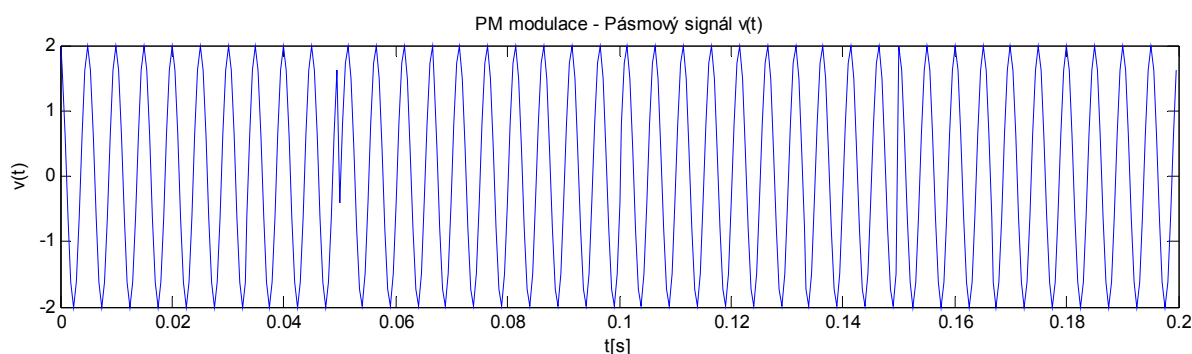
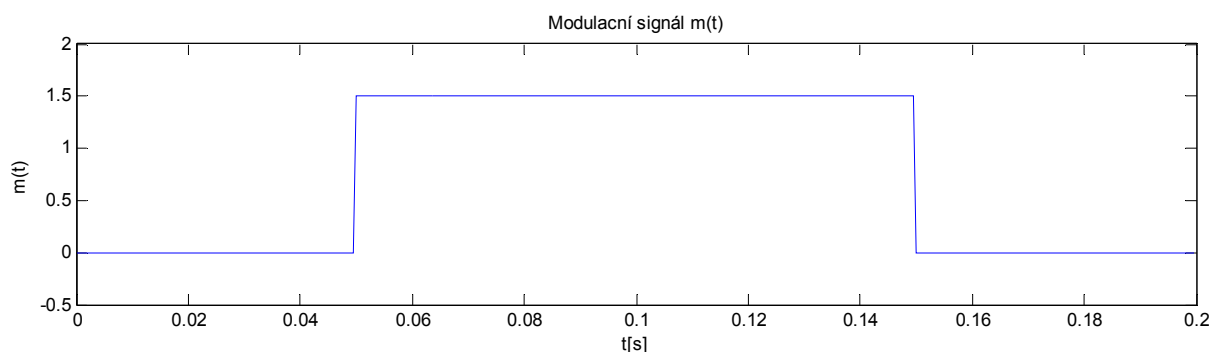
1. Jaký je základní princip a parametry úhlové fázové PM modulace pásmového signálu?
2. Co je parametr zesílení fázové modulace?
3. Jaké jsou základní parametry a hodnoty PM modulace?
4. Jaké základní vlastnosti má frekvenční spektrum PM modulovaného signálu?



Úlohy k řešení 2.5.

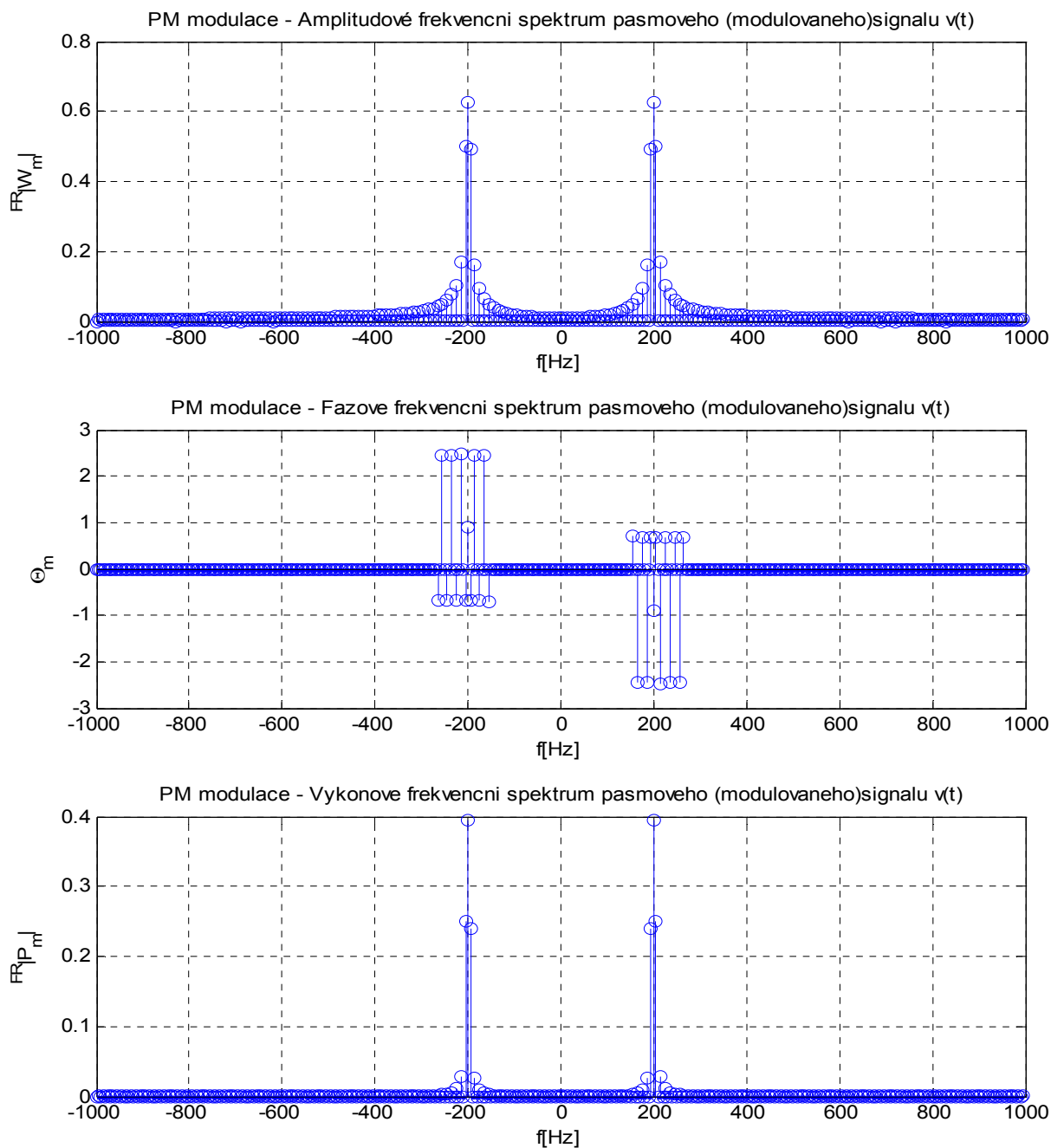
1. Vypočtete a znázorníte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním frekvenčním pásmu jako obdélníkový signál, který má nenulovou hodnotu na intervalu v čase od $0,05s$ do $0,15s$ a výška obdélníkového impulsu je $1,5$. Nosná frekvence pásmového modulovaného signálu je $f_C = 200Hz$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je PM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.



Implementovaný algoritmus výpočtu pásmového PM modulovaného signálu je

```
A_c = 2; % zesílení amplitudy modulovaného signálu v(t)
R_t = 1; % amplitudová modulační složka
Dp = 3; % Index fázové modulace
Theta_t = Dp*m_t; % Fázová modulační složka
omega_c = 2*pi*f_c; % uhlový kmitočet nosného signálu
v_t = A_c*R_t*cos(omega_c*t+Theta_t); % pásmový (modulovaný) signál v(t)
```



CD-ROM

Řešená úloha je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab04_PM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *PM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *PM_FM.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *PM.m*

2.6. Úhlová frekvenční modulace FM



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat FM modulovaný signál
- popsat generování FM modulovaného signálu
- vypočítat parametry FM modulovaného signálu
- popsat problematiku frekvenčních spekter FM signálu



Výklad

Frekvenční modulace FM (frequency modulation) je úhlovou modulací (angle modulation), kde komplexní obálka má známý tvar prezentovaný již ve vztahu (2.5.1)

$$g(t) = A_c e^{j\theta(t)} \quad (2.6.1)$$

Reálná obálka, tj. reálná složka komplexní obálky, je stejně jako v případě fázové PM modulace konstantní, $R(t) = |g(t)| = A_c$. Fáze $\theta(t)$ komplexní obálky je lineární funkcí modulačního signálu $m(t)$.

Komplexní obálka $g(t)$ je nelineární funkcí modulačního signálu $m(t)$. Neplatí principy superpozice. Modulovaný FM signál v časové oblasti je roven

$$v(t) = A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (2.6.2)$$

Počáteční fáze modulovaného signálu je přímo úměrná integrálu modulačního signálu:

$$\theta(t) = D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \quad (2.6.3)$$

, kde konstanta úměrnosti D_f určuje frekvenční rozpětí signálu $v(t)$. Konstanta D_f je zesílení frekvenční modulace.

V roce 1933 byl patentován Edwinem Howard Armstrongem systém frekvenční (FM) modulace, která umožnila podstatně zvýšit kvalitu vysílání a odolnost oproti rušení, ve srovnání s amplitudovou (AM) modulací. Frekvenční modulace je nejpoužívanějším typem analogové modulace.

Vlastnosti FM modulací s ohledem na amplitudové modulace.

- odolnost proti rušení
- jednoduchý modulátor
- větší šířka frekvenčního pásma
- možnost demodulace napěťové velmi nízkého signálu
- komplikovaný demodulátor

FM modulace je používána ve frekvenčním pásmu velmi krátkých vln, z čehož vyplývají následující vlastnosti:

- vysílací výkon je malý (jednotky až desítky wattů, pro krátkou vzdálenost desítky miliwattů)
- vyšší frekvence umožňuje větší šířku komunikačního kanálu, nebo větší počet kanálů
- vyšší frekvence znamená použití kratší antény

FM modulaci lze rozdělit dle šířky frekvenčního pásma závislé na volbě zesílení frekvenční modulace na širokopásmovou a úzkopásmovou. Úzkopásmová FM modulace má zesílení FM modulace $D_f < 1$ a využívá se pro radioamatérská pojítka nebo CB stanice. Širokopásmová FM modulace má zesílení FM modulace $D_f > 1$ a využívá se pro rozhlasové vysílání a pro televizní vysílání při přenosu zvukového signálu.

Praktické využití v oblastech rozhlasového vysílání, družicový příjem, přenos zvuku v profesionální zvukové technice,

Rozhlasové vysílání pomocí FM modulovaného kompozitního signálu

Hudební signál je upraven pro mono i stereo přijímače tím, že je modulován a vyslán součtový signál L+P (levý + pravý) a rozdílový signál L-P. V modulační části pře vysokofrekvenčním vysílám je nutné signál upravit:

- Ořezání špiček (omezovač) - zvyšovaly by hloubku modulace
- Úprava dynamiky (úroveň komprese) - zvýšení hlasitosti tichých pasáží
- Preemfáze (komprese vyšších kmitočtů)
- Vytváří frekvenční multiplex L+P, L-P
- Přimíchává signál RDS
- Nastavuje požadovaný frekvenční zdvih
- Vytváří kompozitní signál

Přenos stereo signálu obsahuje pilotní signál 19kHz, který má v okolí obsažen součtový L+P stereofonní signál. Dále je v okolí frekvence 38kHz amplitudově DSB-SC modulován rozdílový L-P stereofonní signál. V okolí frekvence 53kHz je modulován signál obsahující data RDS.

Frekvenčně modulovaný kompozitní signál má normou stanovenou celkovou šířku frekvenčního pásma 250 kHz. Frekvenční zdvih modulace úměrný hlasitosti je roven ± 75 kHz. V okolí frekvenčního pásma ± 75 kHz je umístěno ochranné frekvenční pásmo ± 25 kHz a v jeho okolí je umístěno ještě rezervní frekvenční pásmo ± 25 kHz.

Bezdrátový přenos kvalitního zvukového signálu

Bezdrátové mikrofony pro profesionální audiotechniku vyžadují kvalitní signál s minimalizací komprimace a ořezávání frekvenčního spektra. Důraz je kladen na dynamický rozsah. Příkladem lze zmínit parametry bezdrátového mikrofону, který má frekvenční zdvih ± 48 kHz, přenášené frekvenční pásmo je 40Hz – 18kHz.

Televizní přenos zvukového signálu

U analogového vysílání televizního signálu se zvukový signál přenáší nezávisle na obraze. Dle většiny norem se zvukový signál přenáší frekvenční FM modulací.

Praktická realizace **generování FM modulovaného signálu** Obr. 2.6.1. je možná v případě, že dochází k malým změnám frekvence signálu $v(t)$ oproti nosné. Frekvenčně modulovaný signál se získá jako výstupní napětí z oscilátoru s vlastní klidovou frekvencí f_c laděným reaktancí řízenou amplitudou signálu $m(t)$. Pro $m(t) = 0$ je výstupní frekvence oscilátoru $f = f_c$.

Okamžitá frekvence $f_i(t)$ frekvenčně modulovaného signálu $v(t)$

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \omega_i = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\psi(t)}{dt} \right] \quad (2.6.4)$$

, kde $\psi(t) = \omega_c t + \theta(t)$

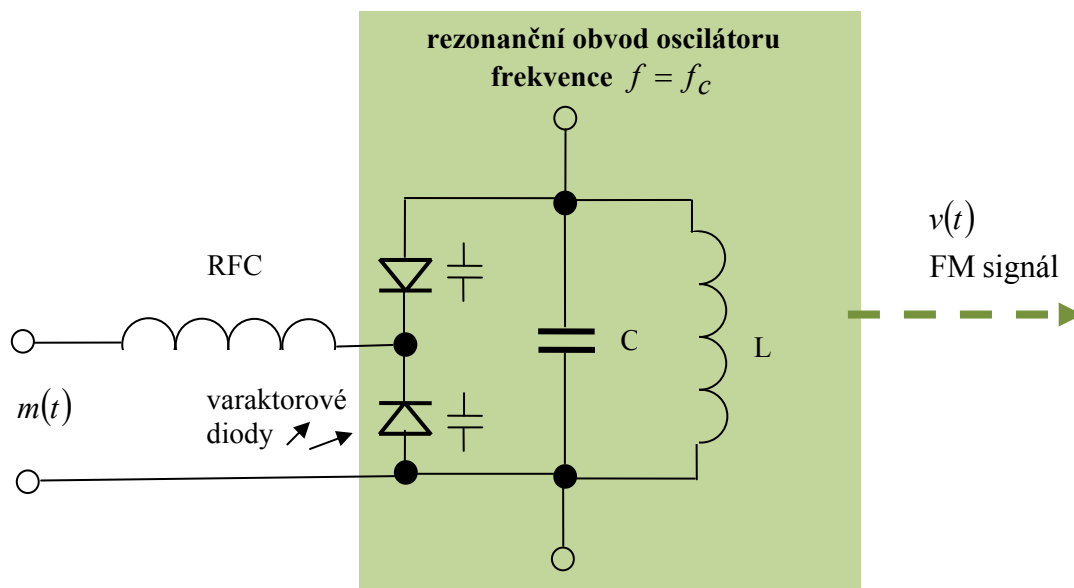
Tento vztah lze dále upravit na tvar

$$f_i(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \quad (2.6.5)$$

Pro FM modulaci podle (2.6.3) se získá následující vztah pro okamžitou frekvenci FM modulace

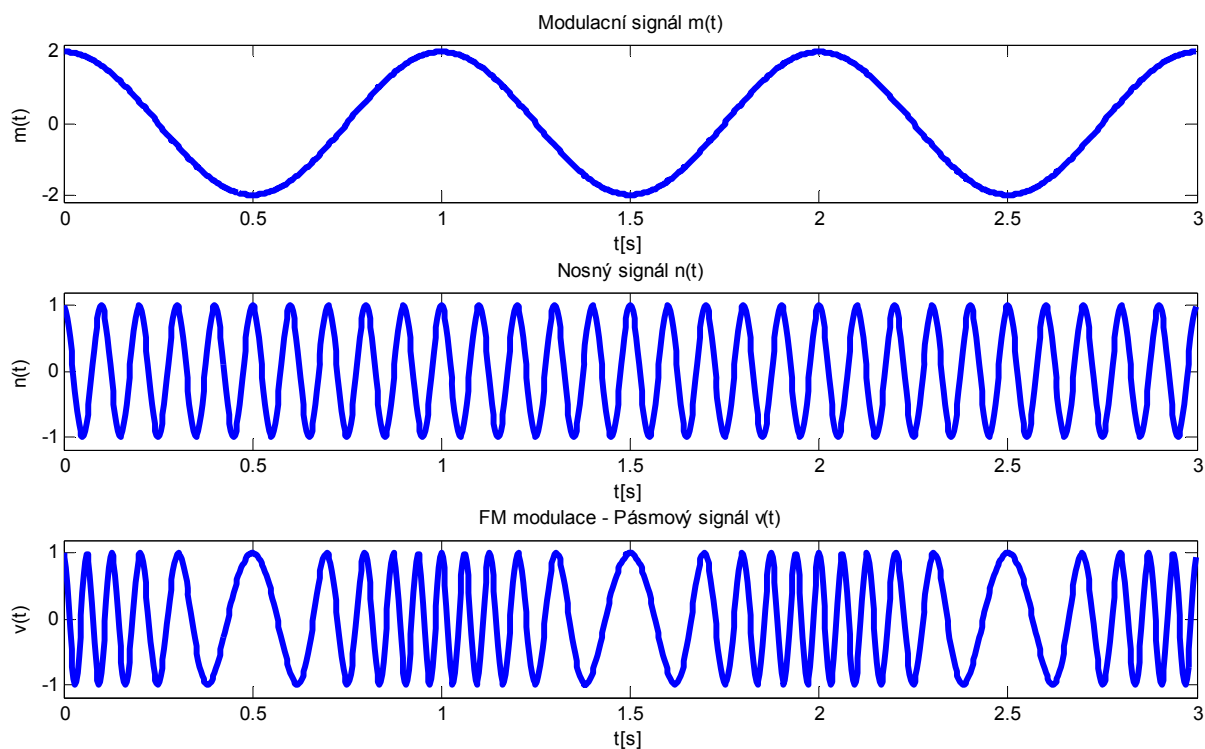
$$f_i(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} D_f m(t) \quad (2.6.6)$$

Ze tohoto vztahu je zřejmé, proč se tento typ modulace nazývá frekvenční modulace: odchylka okamžité frekvence pásmového signálu od zadané hodnoty nosné frekvence f_c je přímo úměrná modulačnímu signálu $m(t)$.

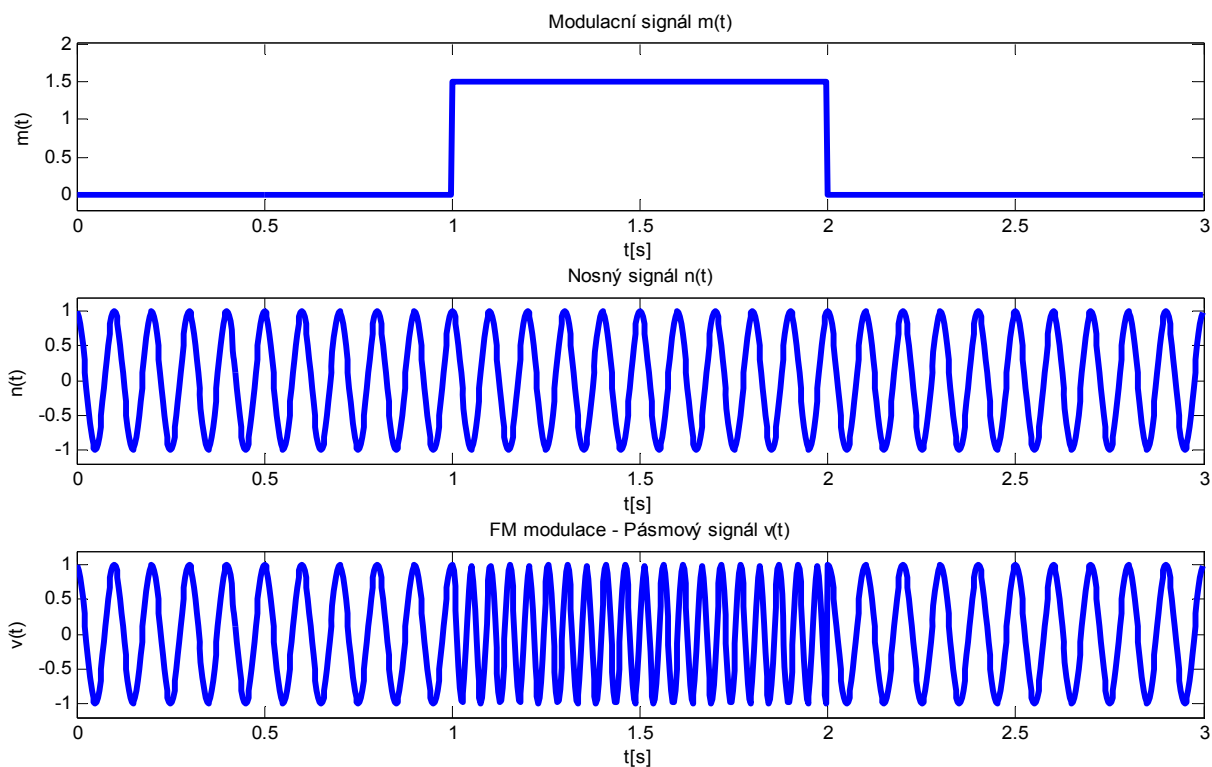


Obr. 2.6.1. Generování FM modulovaného signálu

Pojem okamžitá frekvence nesmí být zaměňován s pojmem frekvence, který je použitý v analýze spektra FM signálu. Spektrum signálu je dáno Fourierovou transformací $v(t)$ a je vyhodnoceno pohledem na signál za celý časový interval $(-\infty < t < \infty)$. Spektrum nám proto říká, jaké frekvence jsou v signálu přítomny trvale. Okamžitá frekvence je frekvence, které signál nabývá v pouze daném časovém okamžiku.



Obr.2.6.2 Časový průběh modulačního signálu $m(t) = 2 \cos 1t$, nosného signálu $n(t) = \cos 10t$, pásmového signálu $v(t)$ modulovaného FM modulací



Obr.2.6.3 Časový průběh modulačního signálu obdélíkového tvaru, nosného signálu $n(t) = \cos 10t$, pásmového signálu $v(t)$ modulovaného FM modulací

Průběhy signálu $m(t)$, nosné, modulovaného FM signálu $v(t)$ prezentuje Obr. 2.6.2. Zvolené jsou následující signály a hodnoty: modulační signál $m(t) = 2 \cos 1t$, nosná $\cos 10t$, $A_c = 1$, $R(t) = 1$, $D_F = 20$. Pak je modulovaný PM signál roven:

$$v(t) = A_c \cdot R(t) \cdot \cos \left[\omega_c t + D_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right] = \cos \left[10t + 20 \int_{-\infty}^t 2 \cos(1\tau) d\tau \right].$$

Odchylka frekvence (frequency deviation) od frekvence nosné je

$$f_d(t) = f_i(t) - f_c = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \quad (2.6.7)$$

Maximální odchylka frekvence (peak frequency deviation) od frekvence nosné je

$$\Delta F = \max \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \right\} \quad (2.6.8)$$

Odchylka frekvence mezi její maximální a minimální hodnotou je rovna

$$\Delta F_{pp} = \max \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \right\} - \min \left\{ \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\theta(t)}{dt} \right] \right\} \quad (2.6.9)$$

, kde index pp je z anglického překladu: peak-to-peak.

Pro FM signál je ΔF přímo určený maximální hodnotou modulačního signálu

$$\Delta F = \frac{1}{2\pi} D_f m_{\max} \quad (2.6.10)$$

Z rovnice (2.6.10) vyplývá, že se zvyšující se amplitudou modulačního signálu roste hodnota ΔF . S růstem ΔF se zvyšuje šířka pásma FM signálu, její růst ale neovlivňuje střední výkon FM signálu, který zůstává konstantní a je daný hodnotou $A_c^2/2$. S růstem modulačního napětí se ve frekvenčním spektru modulovaného signálu objevují spektrální složky, které jsou posunuty stále do větší vzdálenosti od frekvence nosné. Protože celkový výkon signálu je konstantní, výkon spektrálních složek, které jsou blíže frekvence nosné, se tím snižuje. Tento jev je opačný oproti jevu, který vzniká při AM modulaci, kdy se hloubkou modulace ovlivňuje výkon modulovaného signálu, ale neovlivňuje se šířka frekvenčního pásma modulovaného signálu.

Index frekvenční modulace β_F (frequency modulation index) je dán vztahem

$$\beta_F = \frac{\Delta F}{B} \quad (2.6.11)$$

, kde ΔF je maximální odchylka frekvence a B je šířka frekvenčního pásma modulačního signálu, v tom smyslu, že v případě modulace nosné harmonickým signálem je B rovné frekvenci tohoto harmonického signálu.

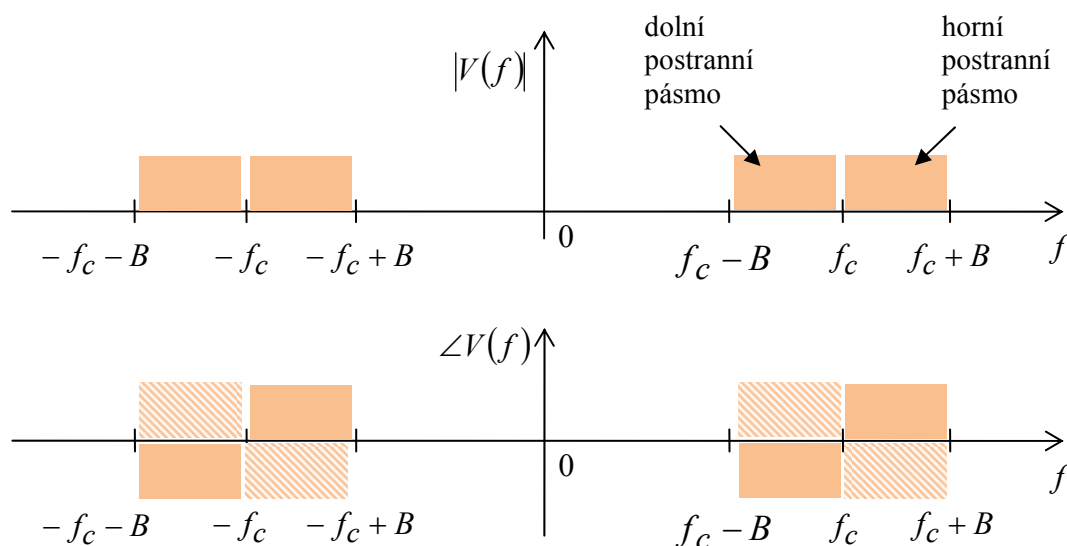
Je-li modulačním signálem harmonický signál, a má-li FM modulovaný signál stejnou maximální odchylku frekvence ΔF , jsou modulace prováděny tak, že indexy fázové a frekvenční modulace jsou si rovny $\beta_p = \beta_F$.

Frekvenční spektrum $V(f)$ úhlově modulovaného signálu $v(t)$, stejně jako spektrum každého pásmového signálu, je rovno

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)] \quad (2.6.12)$$

, kde frekvenční spektrum komplexní obálky modulovaného signálu je shodné s fázovou modulací

$$G(f) = F\{g(t)\} = F\{A_c \exp(j\theta(t))\} \quad (2.6.13)$$



Obr. 2.6.4. Frekvenční spektrum amplitudy a fáze modulovaného signálu FM modulací

U této úhlové modulace shodně s fázově modulovaným signálem je, narozdíl od modulací amplitudových, $g(t)$ nelineární funkcí $m(t)$. Neplatí zde princip superpozice, $u(t)$ není obecně rovno $u_1(t) + u_2(t)$, kde signálu $u_1(t)$ odpovídá modulační signál $m_1(t)$, signálu $u_2(t)$ odpovídá modulační signál $m_2(t)$ a signálu $u(t)$ odpovídá modulační signál $[m_1(t) + m_2(t)]$. Neplatí zde ani další pravidla, vyplývající z principu linearit soustav.

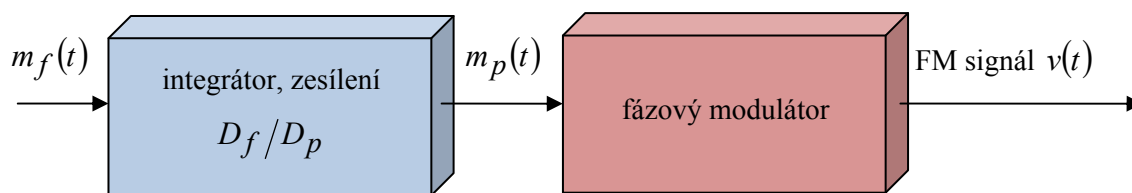
Ve spektrech FM modulovaného signálu nelze přímo určit pozici a rozložení harmonického informačního signálu na frekvenční ose.

Vzájemné vztahy mezi fázovou a frekvenční modulací vážící pro stejné $s(t)$ modulační signály $m_f(t)$ frekvenční modulace a $m_p(t)$ fázové modulace jsou rovny

$$m_p(t) = \frac{D_f}{D_p} \int_{-\infty}^t m_f(\tau) d\tau \quad (2.6.14)$$

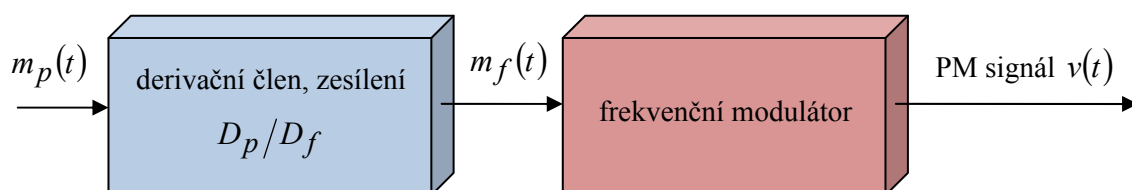
$$m_f(t) = \frac{D_p}{D_f} \left[\frac{dm_p(t)}{dt} \right] \quad (2.6.15)$$

Je-li k dispozici fázový modulátor generující PM signál ze signálu $m_p(t)$, avšak je požadováno generovat modulovaný FM signál, pak je nutné zpracovat signál dle blokového schématu reprezentujícího vztah (2.6.14).



Obr. 2.6.5. Blokové schéma generování FM signálu ze vztahu mezi fázovou a frekvenční modulací vážící pro stejné $v(t)$ modulační signály $m_f(t)$ frekvenční modulace a $m_p(t)$ fázové modulace

Je-li k dispozici frekvenční modulátor generující FM signál ze signálu $m_f(t)$, avšak je požadováno generovat modulovaný PM signál, pak je nutné zpracovat signál dle blokového schématu reprezentujícího vztah (2.6.15).



Obr. 2.6.6. Blokové schéma generování PM signálu ze vztahu mezi fázovou a frekvenční modulací vážící pro stejné $v(t)$ modulační signály $m_f(t)$ frekvenční modulace a $m_p(t)$ fázové modulace



Shrnutí pojmů 2.6.

Frekvenční modulace FM je úhlovou modulací, kde komplexní obálka je závislá na kontinuální spojitě změně fázové modulační složky $\theta(t)$.

Amplitudová modulační složka $R(t) = A_c$ komplexní obálky konstantní.

Fázová modulační složka $\theta(t)$ komplexní obálky je lineární funkcí modulačního signálu $m(t)$.

Komplexní obálka $g(t)$ je nelineární funkcí modulačního signálu $m(t)$ a neplatí principy superpozice.

Konstanta zesílení frekvenční modulace D_f určuje frekvenční rozpětí modulovaného signálu.

Generování FM modulovaného signálu je založen na malých změnách frekvence modulovaného signálu oproti nosné.

Frekvenční spektrum modulovaného signálu je dáno Fourierovou transformací, je vyhodnoceno za celý časový interval.

Okamžitá frekvence je frekvence, kterou signál nabývá pouze v daném časovém okamžiku.

Odchylka frekvence je závislá na změně od frekvence nosné.

Maximální odchylka frekvence je závislá na maximální změně od frekvence nosné.

Index frekvenční modulace je dán poměrem maximální odchylky frekvence a šířky frekvenčního pásma modulačního signálu.



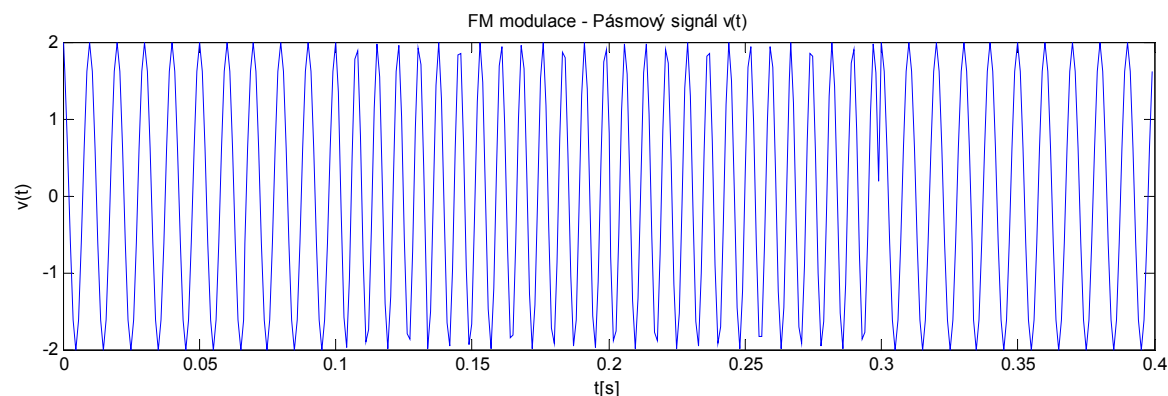
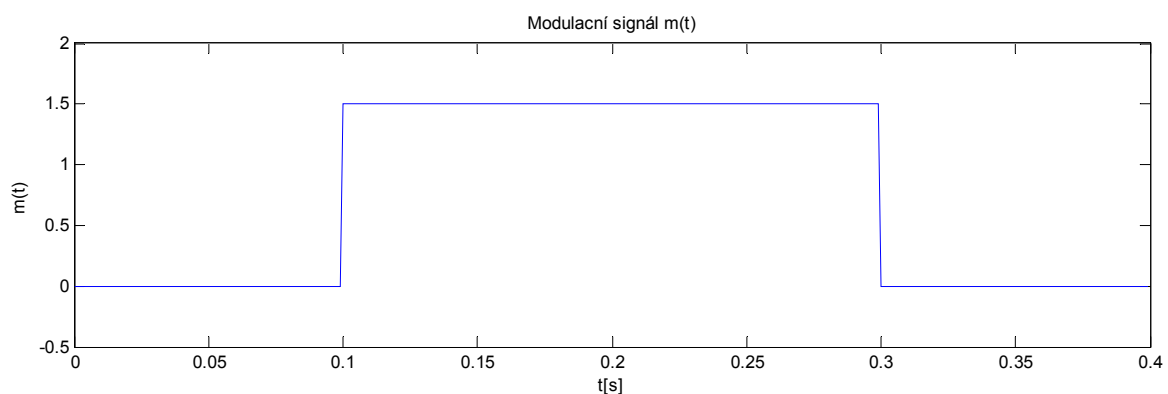
Otázky 2.6.

1. Jaký je základní princip a parametry úhlové frekvenční FM modulace pásmového signálu?
2. Co je parametr zesílení frekvenční modulace?
3. Jaké jsou základní parametry a hodnoty FM modulace?
4. Jaké základní vlastnosti má frekvenční spektrum FM modulovaného signálu?
5. Jakým způsobem se generuje FM modulovaný signál?



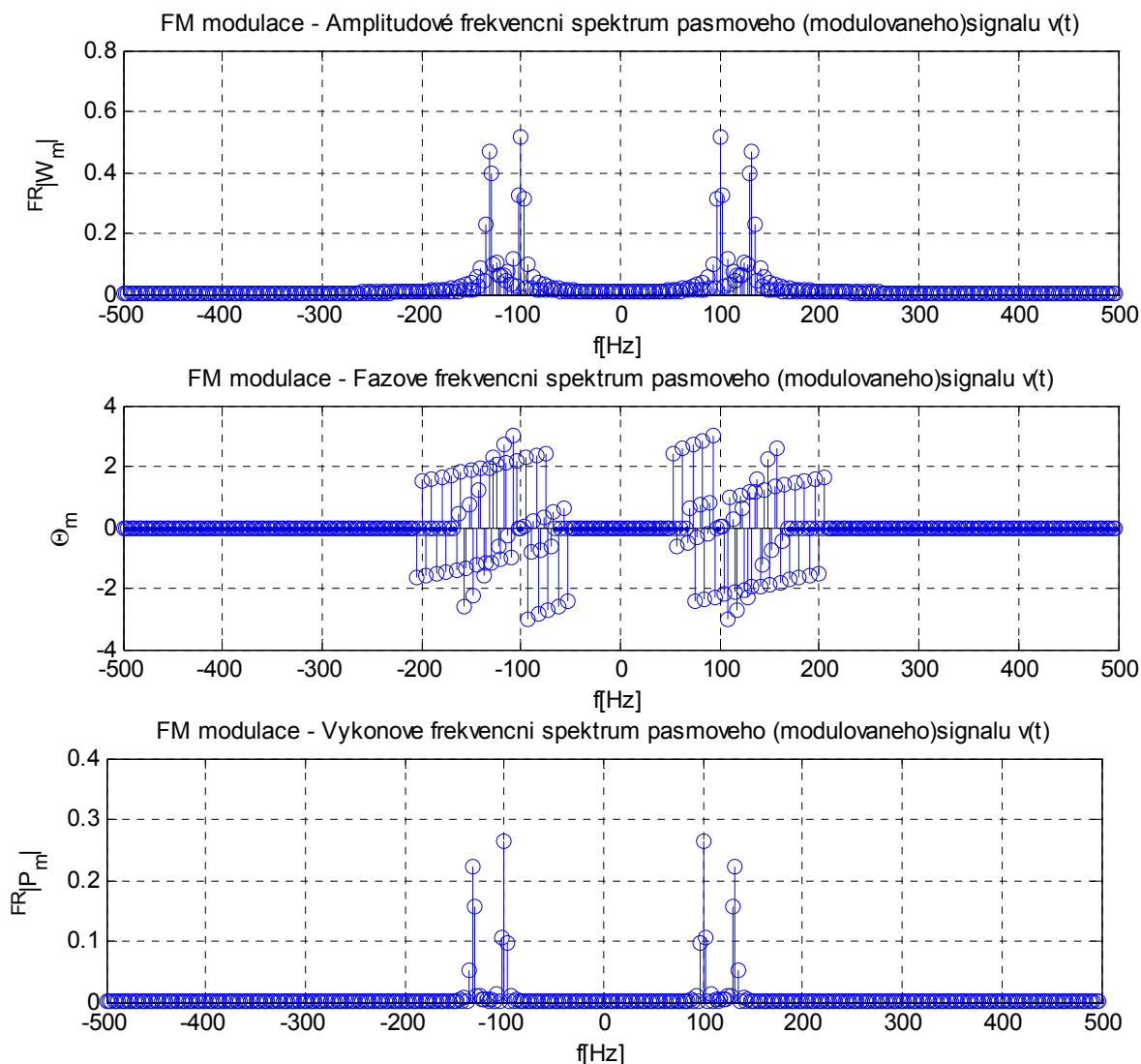
Úlohy k řešení 2.6.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním frekvenčním pásmu jako obdélníkový signál, který má nenulovou hodnotu na intervalu v čase od $0,1s$ do $0,3s$ a výška obdélníkového impulsu je $1,5$. Nosná frekvence pásmového modulovaného signálu je $f_c = 100Hz$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je FM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
 - Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním pásmu.
 - Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.



Implementovaný algoritmus výpočtu pásmového FM modulovaného signálu je

```
Theta_t1(1:t_p1) = 0; % první část fázové modulační složky
t2 = 0:deltat:(t_p2*deltat)-deltat;
Theta_t2(1:t_p2) = Df*t2; % druhá část fázové modulační složky
Theta_t3(1:t_p3) = 0; % třetí část fázové modulační složky
Theta_t=[Theta_t1 Theta_t2 Theta_t3]; % výsledná složená fázová modulační složka Theta(t)
v_t = A_c*R_t*cos(omega_c*t+Theta_t); % pásmový (modulovaný) signál v(t)
```



CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab05_FM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *FM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *PM_FM.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *FM.m*

2.7. Kvadrurní modulace QM



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat QM modulovaný signál
- popsat generování QM modulovaného signálu
- vypočítat parametry QM modulovaného signálu
- popsat problematiku frekvenčních spekter QM signálu



Výklad

Kvadrurní modulace QM (quadrature modulation) je modulací, kde komplexní obálka je definována jako součet reálné a imaginární hodnoty reprezentované složením dvou modulačních signálů $m_1(t), m_2(t)$ dle následujícího matematického tvaru

$$g(t) = m_1(t) + j \cdot m_2(t) \quad (2.7.1)$$

Reálná obálka, tj. reálná složka komplexní obálky, je rovna modulu tvořeného oběma modulačními signály

$$R(t) = \sqrt{m_1^2(t) + m_2^2(t)} \quad (2.7.2)$$

Fáze $\theta(t)$ komplexní obálky je dána poměrem modulačních signálů

$$\theta(t) = \arctg \frac{m_2(t)}{m_1(t)} \quad (2.7.3)$$

Komplexní obálka $g(t)$ lze vyjádřit také pomocí soufázové a kvadrurní modulační složky, soufázová modulační složka je rovna jednomu modulačnímu signálu

$$x(t) = m_1(t) \quad (2.7.4)$$

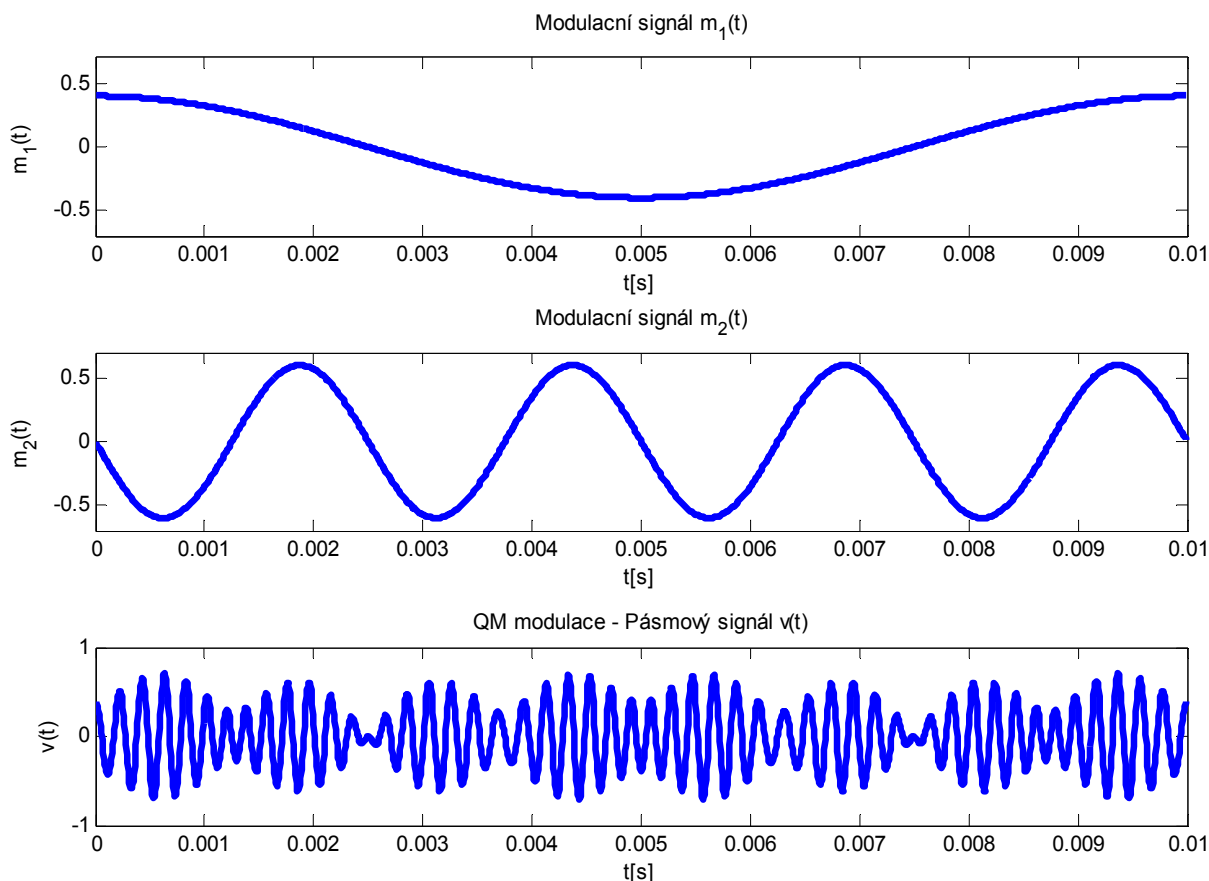
Kvadrurní modulační složka je definována jako druhý modulační signál

$$y(t) = m_2(t) \quad (2.7.5)$$

Modulovaný QM signál v časové oblasti je roven následujícím vztahům

$$v(t) = \operatorname{Re}\{g(t) \cdot e^{j\omega_c t}\} = \operatorname{Re}\{[m_1(t) + j \cdot m_2(t)] \cdot e^{j\omega_c t}\} \quad (2.7.6)$$

$$v(t) = R(t) \cdot \cos(\omega_c \cdot t + \Theta(t)) = \sqrt{m_1^2(t) + m_2^2(t)} \cdot \cos\left(\omega_c \cdot t + \arctg \frac{m_2(t)}{m_1(t)}\right) \quad (2.7.7)$$



Obr.2.7.1 Časový průběh modulačního signálu $m_1(t)$, modulačního signálu $m_2(t)$, pásmového signálu $v(t)$ modulovaného QM modulací

Praktická realizace kvadrurní modulace QM se používá zejména pro přenos barevných složek obrazu v komunikačních systémech analogového pozemního přenosu televizního signálu. Pro analýzu a demulaci QM modulovaného signálu se používá koherentní detekce modulovaného signálu $v(t)$.

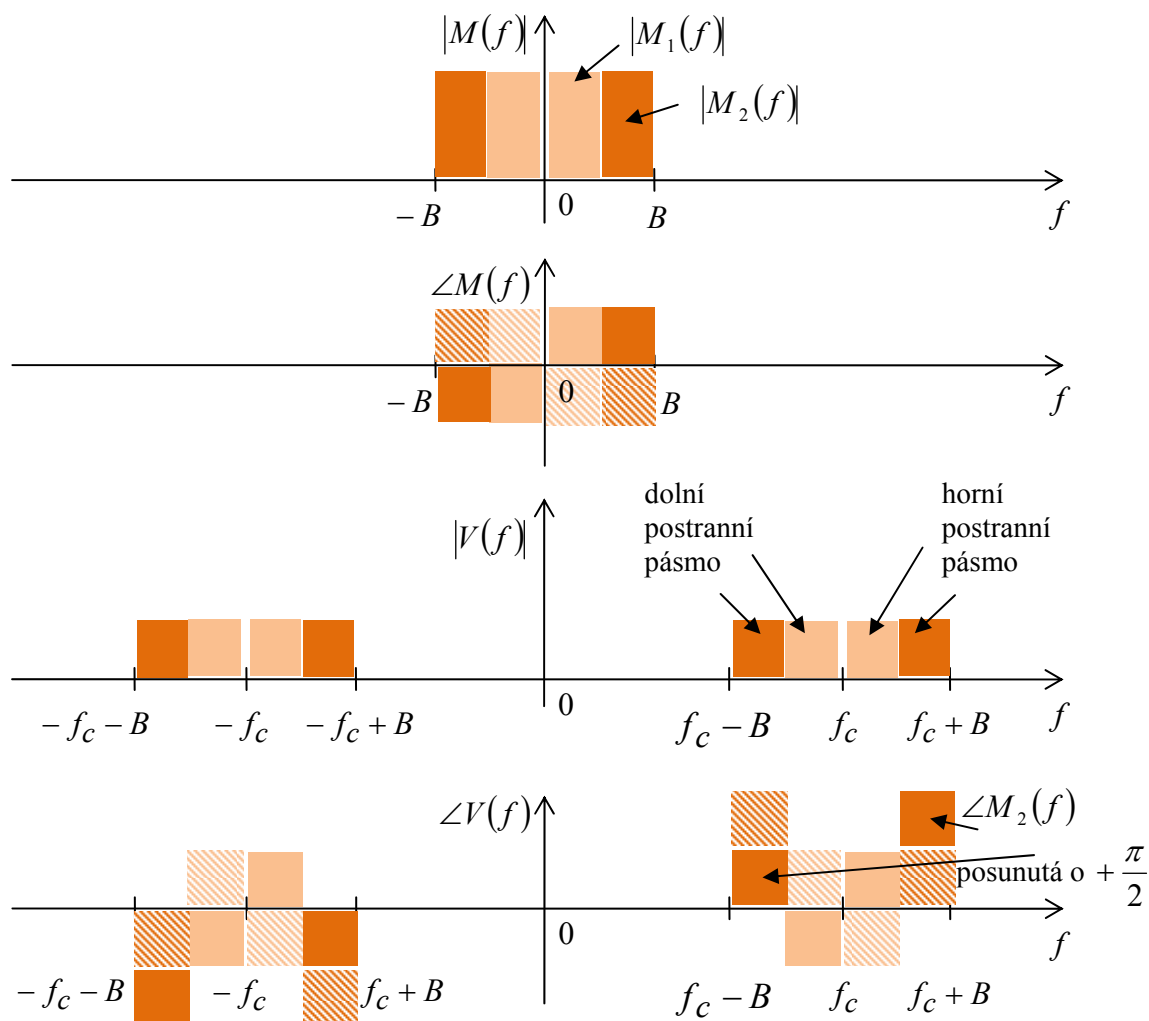
Frekvenční spektrum $V(f)$ kvadrurně modulovaného signálu $v(t)$, stejně jako spektrum každého pásmového signálu, je rovno

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)] \quad (2.7.8)$$

, kde frekvenční spektrum komplexní obálky modulovaného signálu je shodné s fázovou modulací

$$G(f) = F\{g(t)\} = F\{R(t) \cdot e^{j\theta(t)}\} = F\left\{\sqrt{m_1^2(t) + m_2^2(t)} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{m_2(t)}{m_1(t)}}\right\} \quad (2.7.9)$$

Kvadrurní modulace QM patří do skupiny **lineárních** modulací, kde platí principy superpozice.



Obr. 2.7.2. Frekvenční spektrum amplitudy a fáze modulovaného signálu QM modulací

**Shrnutí pojmů 2.7.**

Kvadraturní modulace QM je modulací, kde komplexní obálka je závislá na dvou modulačních signálech $m_1(t), m_2(t)$.

Amplitudová modulační složka komplexní obálky je modulem dvou modulačních signálů.

Fázová modulační složka $\theta(t)$ komplexní obálky je goniometrickou funkcí modulačních signálů.

Komplexní obálka $g(t)$ je lineární funkcí modulačních signálů $m(t)$ a platí principy superpozice.

Demodulace QM modulovaného signálu lze provádět pomocí principů koherentní detekce modulovaného signálu.

Frekvenční spektrum modulovaného signálu je dáno Fourierovou transformací, je vyhodnoceno za celý časový interval.



Otázky 2.7.

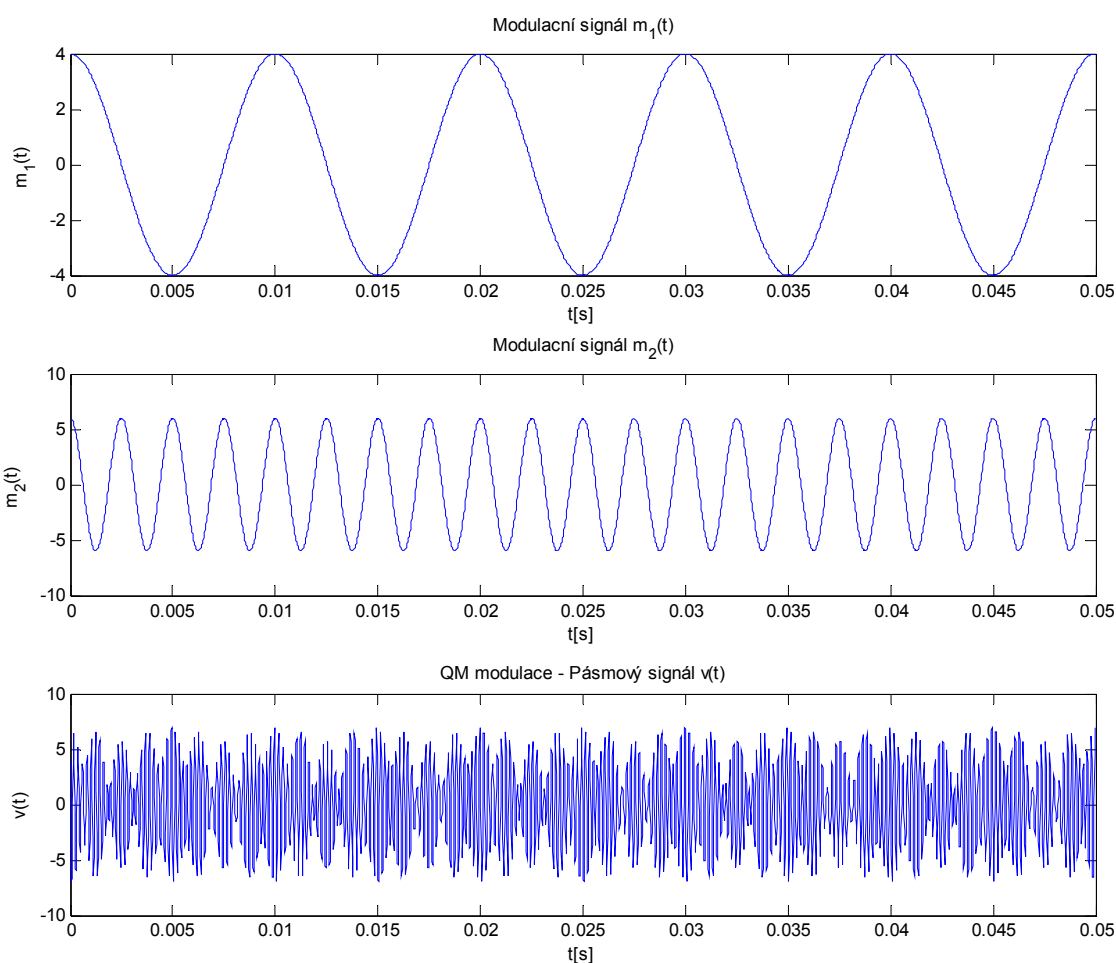
1. Jaký je základní princip a parametry kvadrurní QM modulace pásmového signálu?
2. Jaké základní vlastnosti má frekvenční spektrum QM modulovaného signálu?
3. Jakým způsobem se detekuje a jaké je praktické uplatnění QM modulovaného signálu?



Úlohy k řešení 2.7.

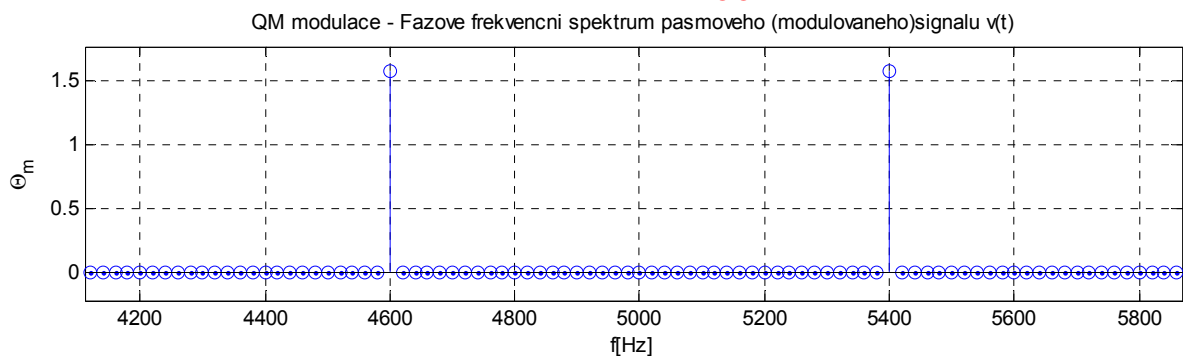
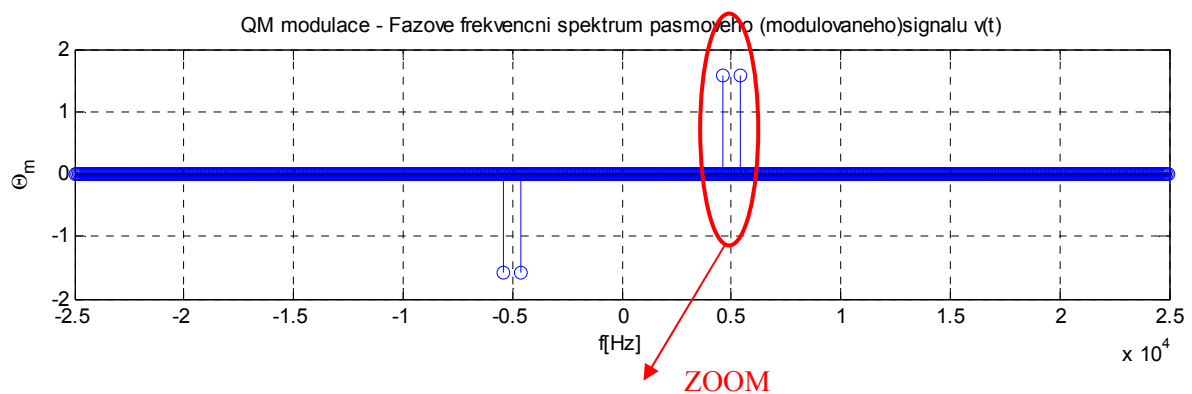
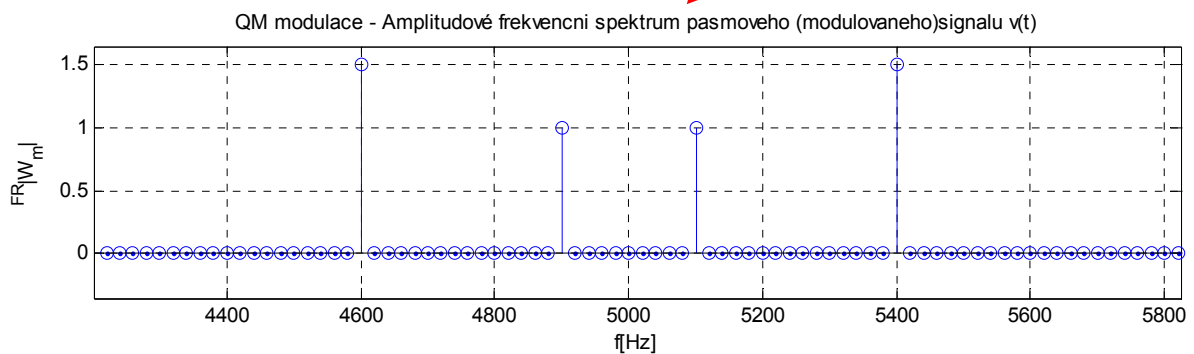
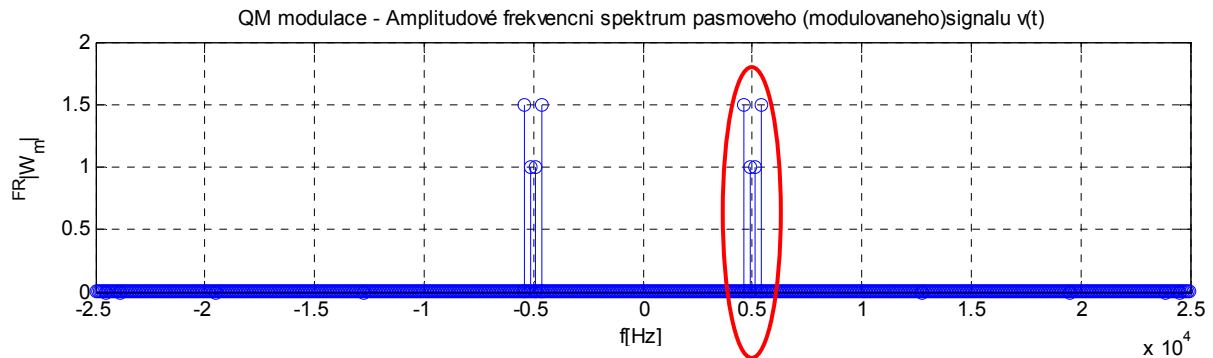
1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, jsou-li zadány následující modulační signály v základním frekvenčním pásmu $m_1(t) = 4 \cdot \cos(200 \cdot \pi \cdot t)$, $m_2(t) = 6 \cdot \cos(800 \cdot \pi \cdot t)$, nosná frekvence je $f_c = 5000 \text{ Hz}$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je QM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

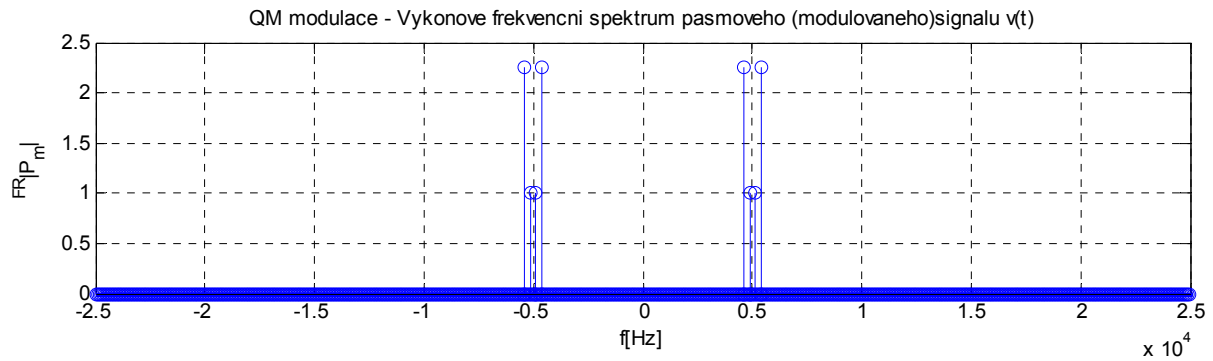
- Časový průběh informačního signálu $m_1(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh informačního signálu $m_2(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.



Implementovaný algoritmus výpočtu pásmového QM modulovaného signálu je

```
% QM modulace - definování a výpočet pásmového signálu v(t)
omega_c = 2*pi*f_c; % uhlový kmitočet nosného signálu
%Výpočet komplexní obálky signálu v(t)=m1(t)+j.m2(t)
g_t = m_t1 + 1j*m_t2; % komplexní obálka
%Vypocet pasmoveho (modulovaneho) signalu z algoritmu komplexní obálky
v_t = real(g_t.*exp(1j*omega_c*t));
```





CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab06_QM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *QM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *QMModulace.exe*



Odměna a odpočinek

Nyní jste prostudovali podrobně základní analogové modulace. Je vhodné, abyste si vyzkoušeli výukové programy a spustili výukové animace pro lepší pochopení probíraného učiva.

3. DIGITÁLNÍ MODULACE SIGNÁLU V ZÁKLADNÍM FREKVENČNÍM PÁSMU

3.1. Základní rozbor digitálních modulací signálu v základním frekvenčním pásmu



Čas ke studiu: 1 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat princip digitální modulace signálu v základním frekvenčním pásmu
- popsat převod analogového signálu na digitální
- popsat převod digitálního signálu na analogový



Výklad

Při převodu informace z analogového signálu do digitálního signálu v základním frekvenčním pásmu nebo při převodu analogového signálu na aproximovaný digitální signál je signál upravován a modulován s ohledem na jeho parametry a aplikační oblast. Rozšířené použití digitálního signálu je způsobeno z důvodu nízké ceny a možnosti jednoduchého přizpůsobení a změnám parametrů systémů pracujících s tímto digitálním signálem. Jedním z příkladů využití principů zpracování digitálního signálu je komunikační systém, kde jsou digitální data z digitálního zdroje sloučena s digitalizovanými daty z analogového zdroje.

Mezi základní úpravy a modulace signálů souvisejících s digitalizací a převodem analogového a digitálního signálu v základním frekvenčním pásmu patří:

- úpravy impulsního signálu (modulace PAM)
- úpravy převáděného analogového signálu na digitální signál (modulace PCM)
- úpravy digitálních signálů pro přenos a při převádění na analogový signál (modulace PWM, PPM, PNM)

Analogově-digitální převodník (ADC Analog Digital Converter), nazývaný také analogově-číslicový převodník A/Č, převádí analogový signál, který reprezentuje fyzikální veličiny např. teplotu, napětí, vibrace, na digitální signál ve formě binární posloupnosti dat. Vstupní analogový signál obsahující informaci se nejprve **vzorkuje** s definovanou vzorkovací frekvencí pomocí vzorkovacího obvodu, resp. digitální impulsní amplitudovou modulací PAM, kde se generuje impulsní signál s proměnnou amplitudou sledující původní vstupní analogový signál. Vzorkovaný impulsní signál je v dalším kroku zpracováván a převáděn na digitální signál pomocí kvantovacích obvodů, resp. digitální kódovou modulací PCM. Převádění signálu je realizováno **kvantováním** vytvořených amplitudově modulovaných impulsů. Amplitudám jednotlivých vzorku impulsního signálu jsou přiřazeny hodnoty,

které náleží k nejbližší kvantizační úrovni. Původní informace obsažená ve vstupním signálu je kvantováním zkreslena chybou, což se nazývá kvantizační efekt.

Vypočtené kvantizační úrovně jsou postupně se vzorkovací frekvencí převáděny na zakódovanou informaci reprezentovanou binárním číslem – kódovacím slovem, což je popis procesu zpracování kvantovaného signálu nazvaného **kódování** signálu. Kódovací slova, ze kterých je vytvořen výsledný digitální signál, obsahují n -binárních hodnot nabývajících kombinace 2^n možných odlišných variant stavů (binárních slov).

Digitálně-analogový převodník (DAC Digital Analog Converter), nazývaný také číslicově-analogový převodník Č/A, převádí digitální signál, který reprezentuje posloupnost dat, na analogový signál uměrný původním digitálním hodnotám měnících se s vzorkovací frekvencí digitálního signálu.

Základní parametry A/D a D/A převodníku jsou definovány počtem bitů, což odpovídá rozsahu analogového signálu resp. digitálního signálu, tedy počtu kvantizačních kroků v definovaném datovém rozsahu.

$$Kvantizacni\ krok = \frac{rozsah}{pocet\ stavu - 1} \quad (3.1.1)$$



Shrnutí pojmů 3.1.

Základní úpravy a modulace signálu jsou úpravy impulsního signálu, úpravy převáděného analogového signálu na digitální signál, úpravy digitálních signálů pro přenos a při převádění na analogový signál.

Analogově-digitální převodník převádí analogový signál na digitální signál ve formě binární posloupnosti dat.

Digitálně-analogový převodník převádí digitální signál, který reprezentuje posloupnost dat, na analogový signál uměrný původním digitálním hodnotám měnících se s vzorkovací frekvencí digitálního signálu.



Otázky 3.1.

1. Jakým způsobem se převádí a upravuje analogový nebo digitální signál v základním frekvenčním spektru?
2. Jak se upravuje signál pomocí analogově-digitálního převodníku?
3. Jak se upravuje signál pomocí analogově-digitálního převodníku?

3.2. Impulsní amplitudová modulace PAM



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat impulsní amplitudovou modulaci
- popsat princip a jednotlivé typy vzorkování
- vypočítat základní parametry impulsních signálů



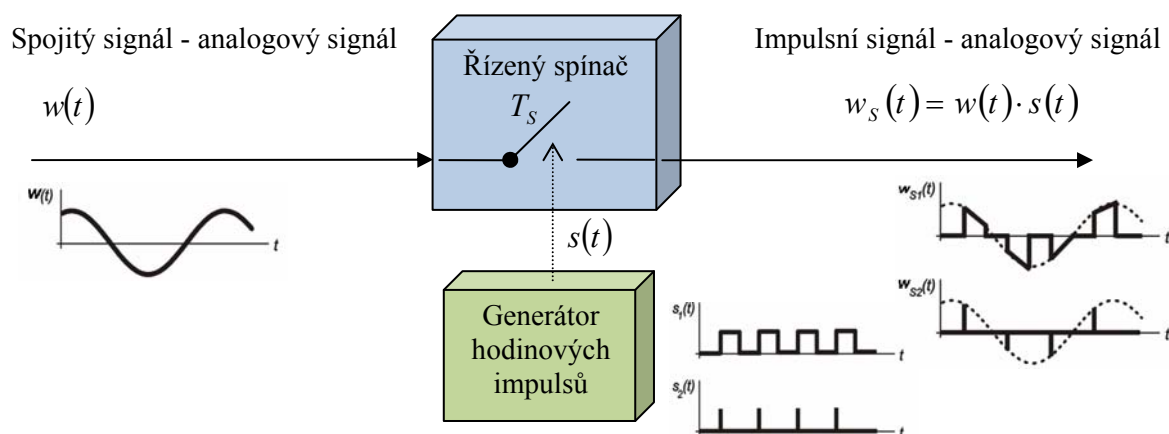
Výklad

Impulsní amplitudová modulace (pulse amplitude modulation PAM) je určena k převodu analogového signálu na určitý typ impulsního signálu, kde hodnota amplitudy impulsů udává analogovou informaci. Upravený PAM signál lze použít například pro následný převod PCM modulací na digitální signál. Účelem PAM modulace je zpracování signálu do tvaru impulsů obsahující informace, které reprezentoval upravovaný původní analogový signál. Generovaný impulsní signál je spojitým signálem, který má mimo hodnoty impulsů nulový průběh.

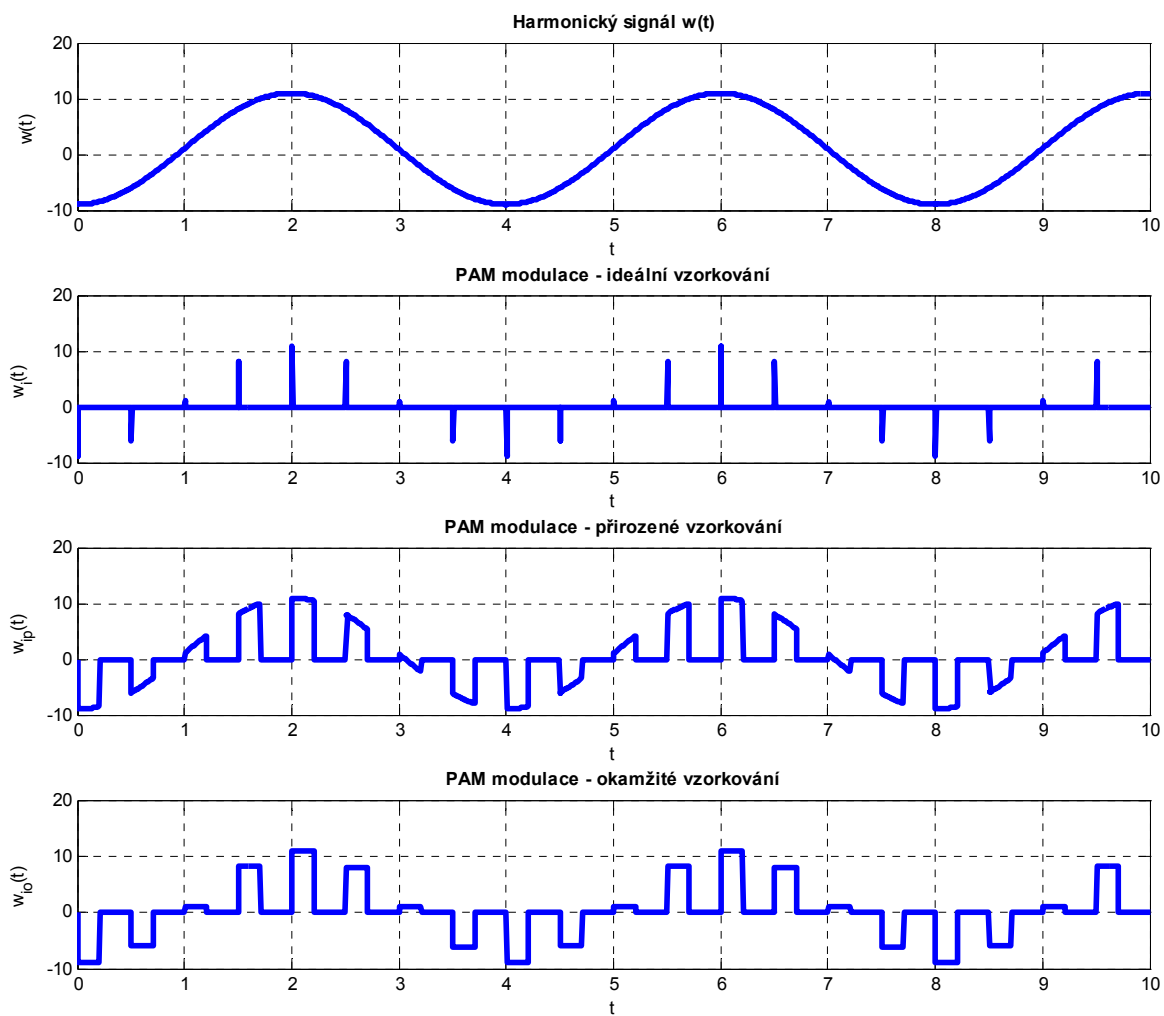
Vzorkovací frekvence f_s jednotlivých impulsů PAM modulace je shodná se **vzorkovacím teorémem**, kde $f_s \geq 2 \cdot B$, kde frekvenční pásmo B reprezentuje nejvyšší frekvenci harmonické složky obsažené v analogovém signálu. Jestliže má analogový signál jiný průběh než harmonický, pak ve většině praktických realizací je nutné, aby byla vzorkovací frekvence f_{vz} vyšší (nejméně 4-násobně).

Frekvenční spektrum periodického signálu jakohokoliv tvaru obsahuje posloupnost několika harmonických složek, ve kterých je nutné nalézt tu nejvyšší, která je ještě významná pro tvar původního signálu, a na ni aplikovat vzorkovací teorém. Nedodrží-li se základní **Shannon-Kotělníkův vzorkovací teorém**, dojde k aliasingovému rušení, které zhorší kvalitu přenášené informace signálem. Při **aliasingovém rušení** dochází k překrytí frekvenčních spekter vzorkovaného signálu a tedy ke ztrátě informace. Příkladem aliasingu je rychlý otáčející se předmět prezentovaný ve filmu, který se při přehrávání filmu zdá, že se točí nepřírozeně pomalu anebo opačným směrem oproti skutečnosti. Korektní otáčení předmětu by bylo zaručeno pouze tehdy, pokud by frekvence snímání kamery byla minimálně dvojnásobná oproti frekvenci otáčení snímaného předmětu.

Pro zamezení ztráty informace ze signálu a dodržení Shannon-Kotělníkova vzorkovacího teorému se používá **dolnoproustný filtr**, který je aplikován před zpracováním signálu vzorkovacím obvodem. Dolnoproustný filtr, nazývaný také antialiasingový filtr, odstraní z analogového signálu rušivé harmonické složky s vyššími frekvencemi. Samozřejmě, že informace obsažená v analogovém signálu musí být obsažena v harmonické složce s nižší frekvencí, než jsou potlačované vysokofrekvenční harmonické složky dolnoproustným filtrem. Vzorkovaný signál lze dále použít na přenos několika analogových signálů v jednom okamžiku tzv. časovým přepínáním (multiplexování), tedy sdílení komunikačního kanálu.



Obr.3.2.1. Vzorkování analogového signálu - generování PAM signálu



Obr.3.2.2. Časové průběhy PAM modulovaného signálu

Impulsní amplitudová modulace PAM zpracovávající analogový signál lze rozdělit dle typu vzorkování na tyto druhy:

- **ideální vzorkování** je realizováno spínáním kontaktu v pravidelných okamžicích, kde časový okamžik sepnutí je nekonečně krátký. Teoreticky odpovídá šířka impulsu signálu šířce Diracova impulsu. Teoretický pojem pro impuls, který je nekonečně úzký, nekonečně vysoký a jeho mohutnost (plocha) je rovna jedné, se nazývá Diracův impuls. Tedy původní analogový signál je zpracován do impulsů o shodné amplitudě pouze v okamžicích shodujících se s vzorkovací periodou.
- **přirozené vzorkování** je nejjednodušším způsobem ze základních typů vzorkování, kde vygenerované impulsy střídavě kopírují tvar původního analogového signálu.
- **okamžité vzorkování** je aplikováno generováním pravoúhlých impulsů (flat-top impuls), které jsou v signálu přítomny po omezenou dobu každé periody vzorkování a jsou používány jako jeden z kroků implusní kódové modulace PCM.

Přirozené vzorkování se provádí na analogový signál $w(t)$ pásmově limitován ohraničením B [Hz], pak upravený PAM signál přirozeným vzorkováním je roven

$$w_s(t) = w(t) \cdot s(t) \quad (3.2.1)$$

, kde vytvořující signál je roven

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t - kT_s}{\tau}\right) \quad (3.2.2)$$

, což je obdélníkový spínaný signál, pro který platí

$$f_s = \frac{1}{T_s} \geq 2B \quad (3.2.3)$$

Frekvenční spektrum přirozeně vzorkovaného PAM signálu je

$$W_s(f) = r \cdot \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi \cdot r \cdot i)}{\pi \cdot r \cdot i} \cdot W(f - f_s \cdot i) \quad (3.2.4)$$

, kde frekvence vzorkování je rovna $f_s = \frac{1}{T_s}$, $\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s$, střída vytvořujícího obdélníkového

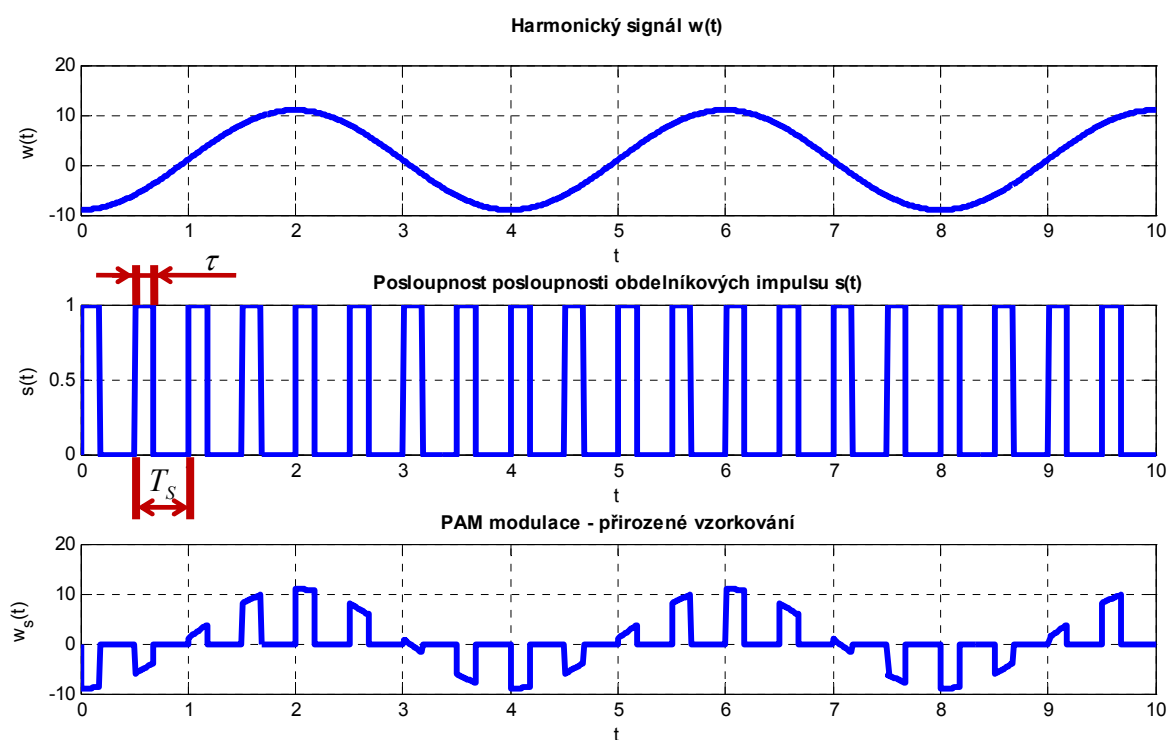
spínaného signálu $s(t)$ je roven $r = \frac{\tau}{T_s}$ a $W(f) = F\{w(t)\}$ je frekvenční spektrum původního upravovaného analogového signálu $w(t)$.

Spektrum PAM signálu upraveného přirozeným vzorkováním $W_s(f)$ vychází z frekvenčního spektra analogového vstupního signálu. Například, je-li frekvenční spektrum vstupního analogového signálu, které má trojúhelníkový tvar, se střídou rovnou $r = \frac{\tau}{T_s} = \frac{1}{2}$ a vzorkovací frekvence je dána

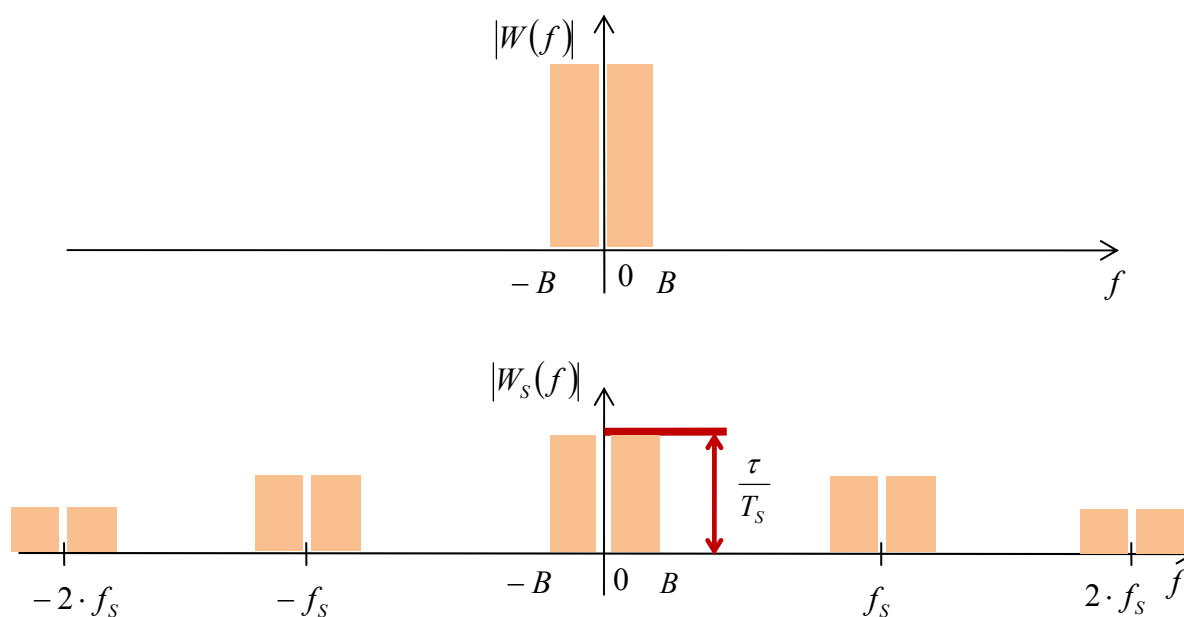
$f_s = 4 \cdot B$, pak je frekvenční spektrum PAM signálu nulové ve frekvencích $\pm 2 \cdot f_s, \pm 4 \cdot f_s \dots$ do

takové hodnoty frekvence, dokud není harmonické pásmo signálu nulové dle funkce $\frac{\sin x}{x}$.

Z výsledných grafických znázornění je zřejmé, že šířka frekvenčního pásma původního analogového signálu je mnohem menší než šířka frekvenčního pásma PAM signálu upraveného přirozeným vzorkováním. Frekvenční spektrum PAM signálu je v tomto případě nulové v kmitočtovém pásmu rovno $2 \cdot f_s = 8 \cdot B$. To znamená, že frekvenční pásmo, kde je PAM signál nulový, je 8-mi násobkem šířky frekvenčního pásma původního analogového signálu.

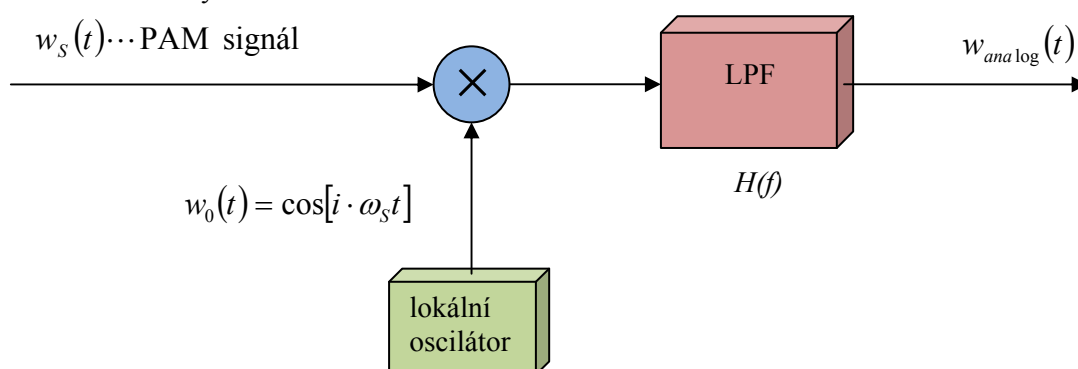


Obr 3.2.3. Časový průběh PAM signálu upraveného přirozeným vzorkováním



Obr.3.2.4 Frekvenční spektrum PAM signálu generované přirozeným vzorkováním

Z upraveného PAM signálu $w_s(t)$ lze obnovit původní analogový signál $w(t)$ pomocí dolnoprostupného filtru, kde jsou ořezány frekvence v kmitočtovém pásmu $B < f_{cutoff} < f_s - B$. Tvar frekvenčního spektra obnoveného analogového signálu po definovaném ideálním ořezání je shodný s tvarem frekvenčního spektra původního analogového signálu, kromě velikosti středy r , což lze kompenzovat použitím zesilovače. Rovnost tvaru frekvenčního spektra původního a obnoveného signálu je však podmíněna vztahem $f_s \geq 2 \cdot B$, jinak se harmonická pásma násobků frekvencí f_s budou překrývat a nastane aliasing, což znamená zkreslení původního analogového signálu. Obnova původního analogového signálu z PAM signálu může být provedena pomocí demodulátoru. V tomto demodulátoru je PAM signál násoben sinusovým signálem s kmitočtem $\omega_0 = i \cdot \omega_s$. Tento postup posune frekvenční pásma PAM signálu, které jsou soustředěny v okolí frekvencí $i \cdot f_s$, do základního pásma $f = 0$ na výstup demodulátoru. Tento způsob úpravy signálu při jeho obnovování se používá z důvodu odstranění výkonového rušení a šumu.



Obr.3.2.5. Obnova původního analogového signálu z PAM signálu s přirozeným vzorkováním

Okamžité vzorkování převádí analogový signál na impulsní signál použitím flat-top generování impulsního signálu. Při generování impulsního signálu se využívá metody vzorkování řadou impulsů. Pro analogový signál $w(t)$ frekvenčně limitovaný hodnotou B je PAM signál generovaný okamžitým vzorkováním definován vztahem

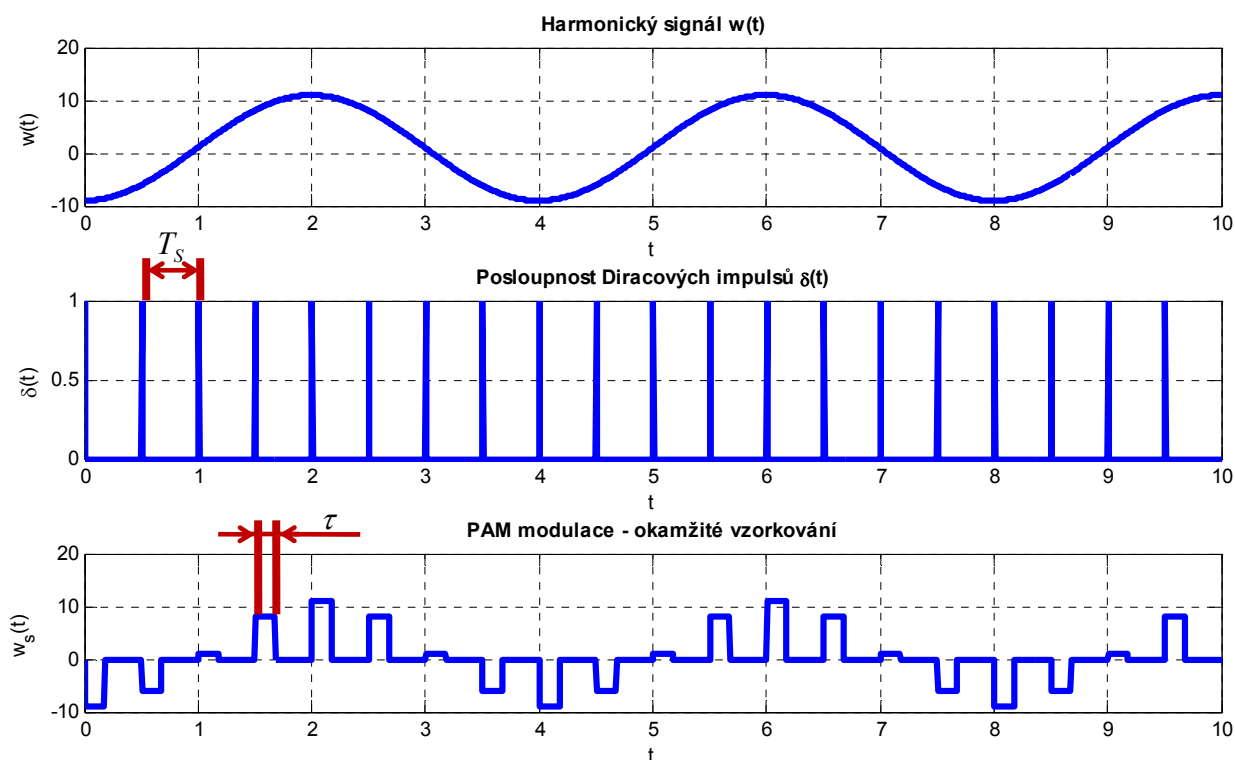
$$w_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(kT_s) \cdot h(t - kT_s) \quad (3.2.5)$$

, kde $h(t)$ označuje vzorkování tvarů impulsů a v případě flat-top vzorkování je tvar impulsů roven

$$h(t) = \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{\tau}{2} \\ 0, & |t| > \frac{\tau}{2} \end{cases} \quad (3.2.6)$$

, kde časová konstanta a frekvence vzorkování jsou rovny

$$\tau \leq T_s = \frac{1}{f_s}, \quad f_s \geq 2B \quad (3.2.7)$$



Obr.3.2.6 Flat-top PAM signál upravený okamžitým vzorkováním

Frekvenční spektrum flat-top PAM signálu s okamžitým vzorkováním je rovno

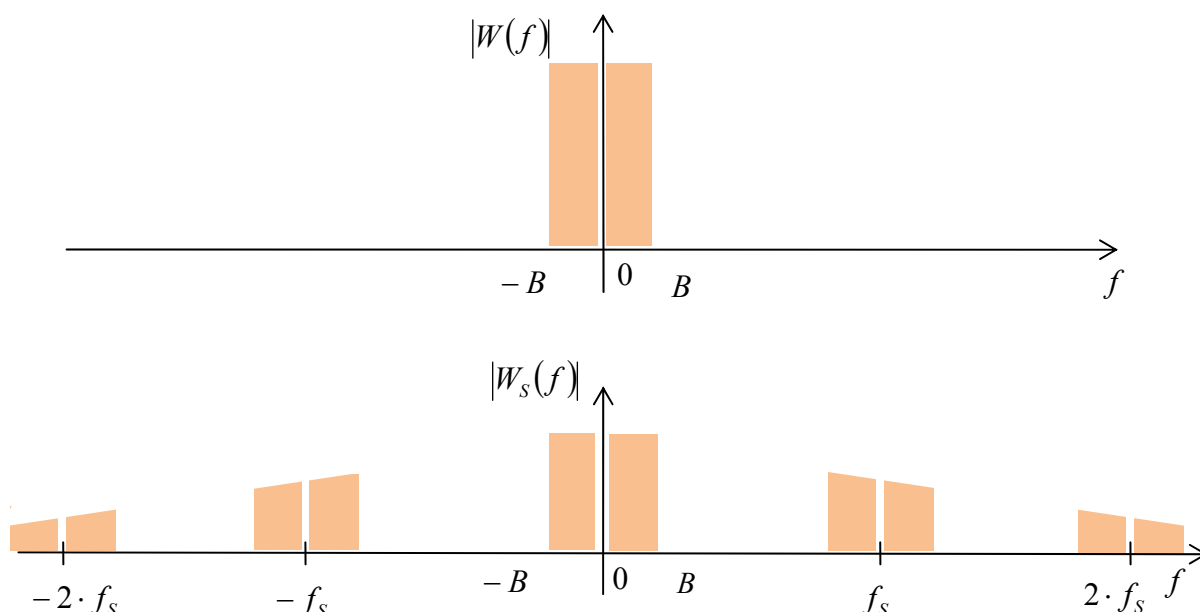
$$W_s(f) = \frac{1}{T_s} H(f) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} W(f - kf_s) \quad (3.2.8)$$

, kde přenosová funkce je dána vztahem

$$H(f) = F\{h(t)\} = \tau \left(\frac{\sin(\pi\tau f)}{\pi\tau f} \right) \quad (3.2.9)$$

PAM signál generovaný okamžitým vzorkováním je tvořen okamžitými vzorky analogového signálu $w(t)$ ve vzorkovaném $t = k \cdot T_s$, kde vzorkované hodnoty $w(k \cdot T_s)$ definují amplitudu flat-top obdélníkových impulsů. Flat-top PAM signál s okamžitým vzorkováním lze generovat elektronickými obvody typu sample-and-hold. Tvar impulsů je omezen pouze nulovou hodnotou mimo interval $\frac{T_s}{2}$,

tedy $h(t) = 0$ pro $|t| \geq \frac{T_s}{2}$, aby nedošlo k překrytí impulsů.



Obr.3.2.7 Frekvenční spektrum flat-top PAM signálu generovaného okamžitým vzorkováním

Z modulovaného PAM signálu $w_s(t)$ vytvořeného okamžitým vzorkováním lze obnovit původní analogový signál $w(t)$ pomocí dolnoproputného filtru. Avšak při této filtraci dochází ke ztrátě vysokofrekvenční části signálu. Omezení tohoto jevu lze dosáhnout zmenšením šířky impulsu τ , nebo zesílením vysokofrekvenční části přenosové funkce $H(f)$ dolnoproputného filtru. Tento dolnoproputný filtr se nazývá kompenzační filtr a má přenosovou funkci $\frac{1}{H(f)}$ pro frekvence

v propustném pásmu. Podíl $\frac{\tau}{T_s}$ udává zesílení obnoveného analogového signálu, tedy je-li τ

v porovnání s periodou vzorkování T_s malé, pak také zesílení analogového signálu bude nízké. Obnova původního analogového signálu z modulovaného PAM signálu vytvořeného okamžitým vzorkováním může být provedena stejně jako u modulovaného PAM signálu vytvořeného přirozeným vzorkováním pomocí demodulátoru. Avšak před demodulátorem musí být umístěn filtr pro kompenzaci ztrát z frekvenčního spektra signálu. V tomto demodulátoru je PAM signál násoben sinusovým signálem s kmitočtem $\omega_0 = i \cdot \omega_s$. Tento postup posune kmitočtová pásma PAM signálu, které jsou soustředěny v okolí frekvencí $i \cdot f_s$, do základního frekvenčního pásma $f = 0$ na výstup demodulátoru. Tento způsob úpravy signálu při jeho obnovování se používá z důvodu odstranění výkonového rušení a šumu, který působí z důvodu vibrací mechanických součástek elektrického obvodu zejména ve frekvenčním pásmu pro hodnotu $i = 0$. Použití demodulátoru umožňuje zmírnit působení rušení při obnově signálu. Přenos modulovaného PAM signálu vytvořeného přirozeným, nebo okamžitým vzorkováním kladé vysoké požadavky na šířku frekvenčního pásma odezvy z důvodu malé frekvenční šířky jednotlivých impulsů. Tyto požadavky zvyšují nároky na amplitudovou a fázovou odezvu. Samozřejmě, že požadavky na šířku frekvenčního pásma PAM signálu jsou mnohem větší, než na původní analogový signál. Přenos informací pomocí PAM signálu není vhodný na dlouhé přenosové vzdálenosti. PCM signál je vhodnější pro přenos na větší vzdálenosti.



Shrnutí pojmů 3.2.

Impulsní amplitudová modulace je určena k převodu analogového signálu na určitý typ impulsního signálu.

Vzorkovací frekvence musí být zvolena dle základního **Shannon-Kotělnikova vzorkovacího teorému**

Aliasingové rušení způsobené nedodržením vzorkovacího teorému dochází k překrytí frekvenčních spekter vzorkovaného signálu a tedy ke ztrátě informace.

Dolnopropustný filtr je aplikován před zpracováním signálu vzorkovacím obvodem.

Ideální vzorkování je teoretické spínání kontaktu v pravidelných okamžicích odpovídající šířce impulsu diskrétního signálu - **Diracova impulsu**.

Přirozené vzorkování je jednoduchý typ vzorkování, kde impulzy kopírují tvar původního signálu.

Okamžité vzorkování generuje pravoúhlé impulsy dané šířky a periody o aktuální hodnotě amplitudy původního signálu.



Otázky 3.2.

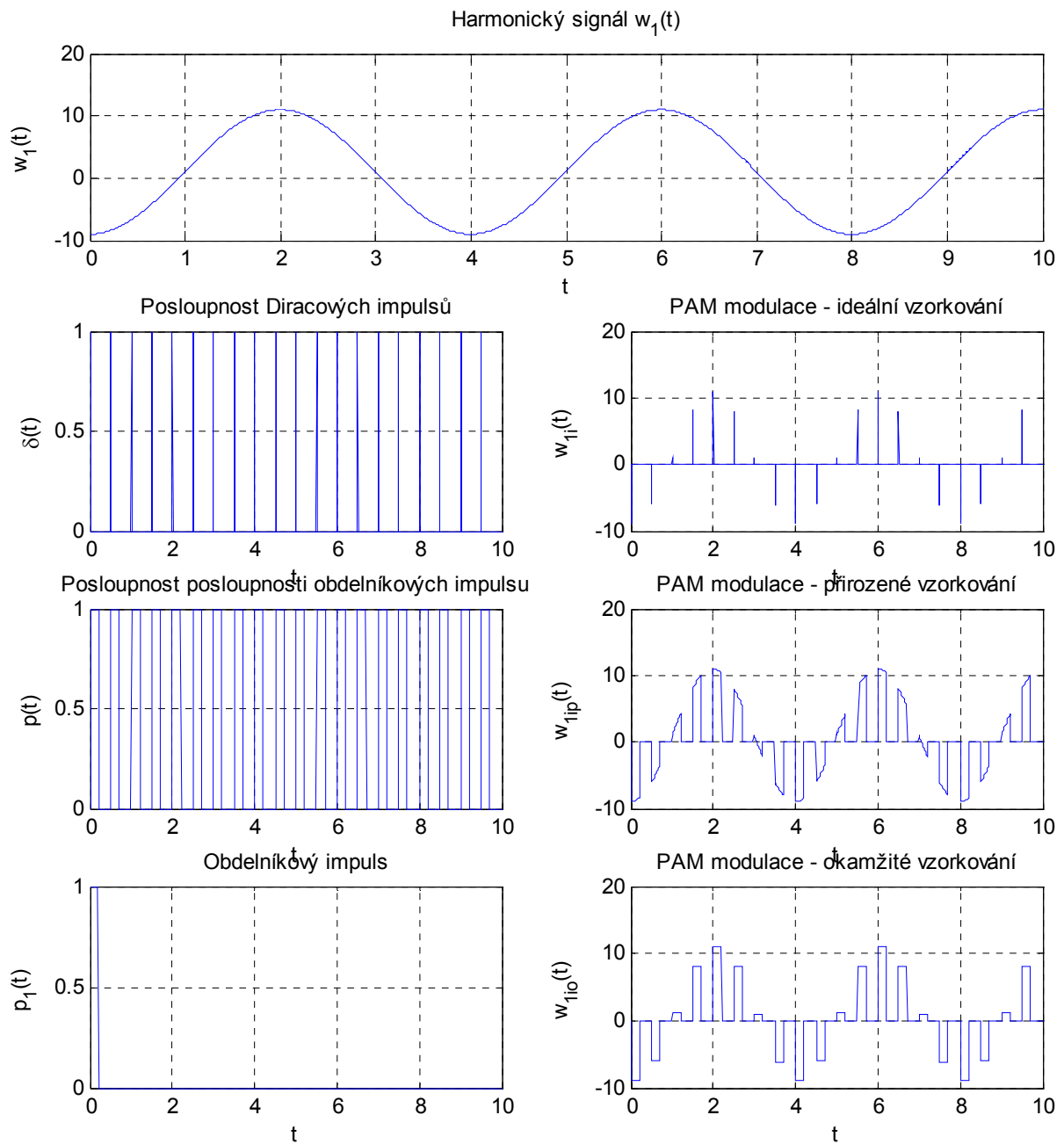
1. Jaká je základní funkce impulsní amplitudové modulace PAM?
2. Jaké základní typy vzorkování jsou použity při generování PAM signálu?
3. Co je pojem aliasingové rušení?
4. Jaké je využití dolnopropustného filtru pro generování PAM signálu?



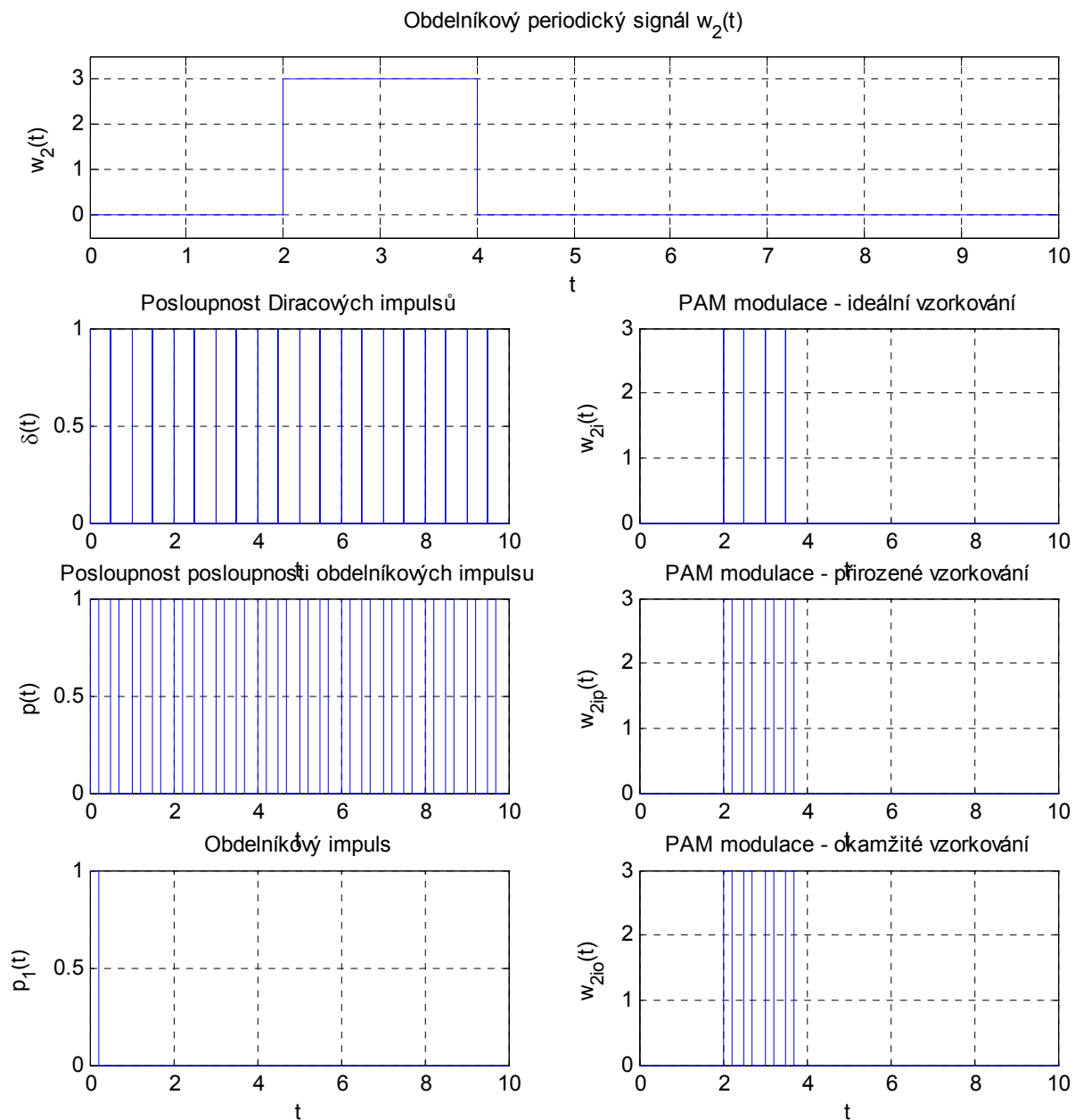
Úlohy k řešení 3.2.

1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, jsou-li zadány následující analogové spojité signály: harmonický signál $w_1(t)$, obdélníkový signál $w_2(t)$, konstantní signál $w_3(t)$. Modulace použitá pro generování modulovaného impulsního signálu je PAM s odlišnými typy vzorkování. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab pro všechny 3 typy vstupního analogového spojitého signálu.
 - Časový průběh vstupního analogového spojitého signálu $w_1(t)$, $w_2(t)$, $w_3(t)$.
 - Časový průběh posloupnosti Diracových impulsů pro vytvoření impulsního PAM signálu s ideálním vzorkováním.
 - Časový průběh impulsního PAM signálu s ideálním vzorkováním.
 - Časový průběh posloupnosti obdélníkových impulsů pro vytvoření impulsního PAM signálu s přirozeným vzorkováním.
 - Časový průběh impulsního PAM signálu s přirozeným vzorkováním.
 - Časový průběh posloupnosti obdélníkového impulsu, který po konvoluci s posloupností Diracových impulsů vytvoří impulsní PAM signál s okamžitým vzorkováním.
 - Časový průběh impulsního PAM signálu s okamžitým vzorkováním.

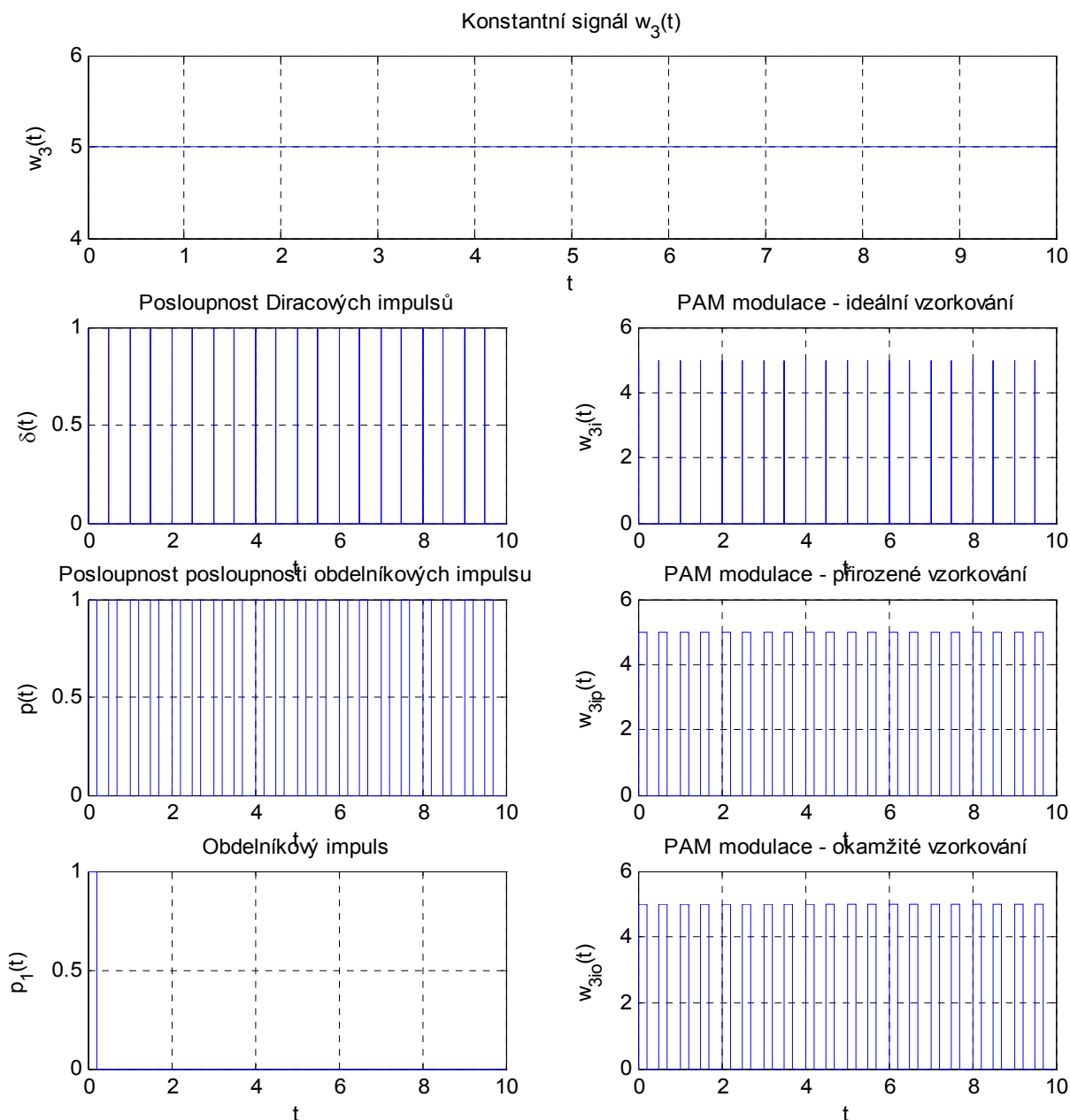
Vstupní analogový signál je **harmonický signál** $w_1(t)$



Vstupní analogový signál je **obdelníkový signál** $w_2(t)$



Vstupní analogový signál je **konstantní signál** $w_3(t)$



CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab19_PAM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *PAM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *PAM.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *PAM.m*

3.3. Impulsní kódová modulace PCM



Čas ke studiu: 3 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat impulsní kódovou modulaci PCM
- popsat převod signálu pomocí modulace PCM
- popsat jednotlivé kroky převodu a možné typy převáděných kroků



Výklad

Impulsní kódová modulace PCM (pulse code modulation) je určena k převodu analogového signálu na číslicový signál, kde informace obsažená v okamžitých vzorcích analogového signálu je reprezentována digitálními slovy v sériovém bitovém toku. Předpokladem je, že každé digitální slovo obsahuje n -binárních číslic, a je možné jejich vzájemnou kombinací získat $M = 2^n$ odlišných slov. Každé z těchto slov koresponduje s určitou amplitudovou úrovní. Avšak každá vzorkovaná hodnota analogového signálu je jednou z nekonečné množiny úrovní, tedy je nutné říci, že digitální slovo je upraveno, aby odpovídalo co nejpřesněji amplitudě signálu. Tento proces úpravy signálu se nazývá kvantování. Popsaný způsob, oproti použití přesných hodnot vzorkovaných z analogového signálu v intervalu $w(kT_s)$, jsou vzorky nahrazeny co nejpřesnější a nejbližší možnou hodnotou z množiny všech možných hodnot M . Mezi další možné používané typy modulací převodu signálu z analogového na digitální signál patří **delta modulace DM** a **diferenční impulsní kódová modulace DPCM**.

Mezi výhody impulsní kódové modulace patří:

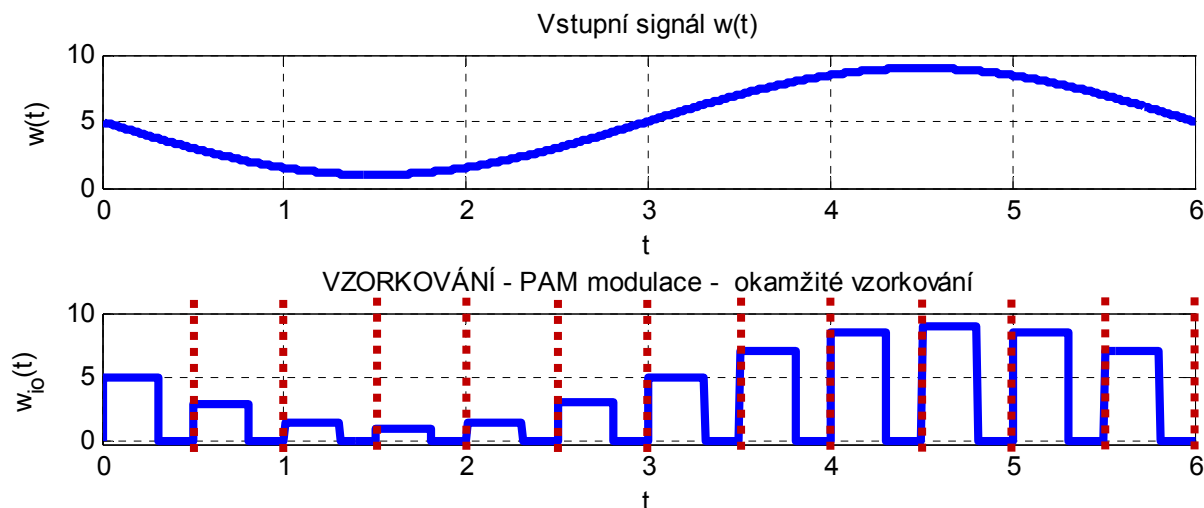
- relativně levné digitální elektronické zapojení a integrované obvody.
- PCM signály z různých zdrojů signálu (audio, video) mohou být sloučeny s datovými signály (z počítačů) a přeneseny běžným vysokorychlostním digitálním systémem. Tento typ sloučení signálů se nazývá **multiplexování s časovým dělením** (time-division multiplexing).
- V digitálních telefonních systémech, kde jsou nutné tzv. převadeče (zesilovače) na dlouhé vzdálenosti, může být čistý PCM signál regenerován na výstupu každého přenašeče, kde vstup obsahuje rušený PCM signál. Avšak rušení na vstupu může způsobit bitové chyby na regenerovaném PCM výstupním signálu.
- Výkon rušení digitálního systému je většinou nižší než u analogového systému. Navíc může být redukována možnost chyb na výstupu systému použitím vhodné techniky kódování.

Nevýhodou impulsní kódové modulace je poměrně omezená šířka kmitočtového pásma převáděného analogového signálu.

PCM signál je vytvořen postupným provedením tří základních operací, které jsou součástí PCM přenosového systému:

- vzorkování
- kvantování
- kódování

Vzorkování signálu je prvním krokem PCM modulace, kdy je vstupní analogový signál vzorkován s definovanou vzorkovací frekvencí pomocí vzorkovacího obvodu. Tímto způsobem je aplikována výše v předchozí kapitole popsaná PAM modulace s okamžitým vzorkováním, tedy výstupním signálem je flat-top PAM modulovaný signál.



Obr.3.3.1 Grafické průběhy vstupního analogového signálu $w(t)$ a vzorkovaného signálu $w_{io}(t)$ okamžitým vzorkováním

Frekvenční spektrum modulovaného PAM signálu může být získáno jako funkce frekvenčního spektra vstupního analogového signálu, protože PAM signál je lineární funkcí analogového signálu. Oproti tomu modulovaný PCM signál je nelineární funkcí analogového signálu. Z toho vyplývá, že frekvenční spektrum PCM signálu přímo nesouvisí se spektrem vstupního analogového signálu. Šířka frekvenčního pásma digitálních signálů závisí na bitové rychlosti a tvaru impulsu. **Bitová rychlost** je rovna vztahu

$$R = n \cdot f_s \quad (3.3.1)$$

, kde n je počet bitů PCM slova popsaného vztahem $M = 2^n$ a f_s je vzorkovací frekvence.

Pro analogový signál z důvodu dodržení vzorkovacího teorému musí platit vztah

$$f_s \geq 2B \quad (3.3.2)$$

, kde B je šířka nezáporného kmitočtového pásma signálu, tedy nejvyšší frekvence obsažené v analogovém signálu.

Pak lze pro PCM modulovaný signál zapsat vztah pro **šířku frekvenčního spektra PCM signálu**

$$B_{PCM} \leq \frac{1}{2} R = \frac{1}{2} n \cdot f_s \quad (3.3.3)$$

Pro určité kódování a specifické tvary analogového signálu (obdelníkové pulsy) je možné upravit požadavek na minimální šířku frekvenčního spektra

$$B_{PCM} = R = n \cdot f_s \quad (3.3.4)$$

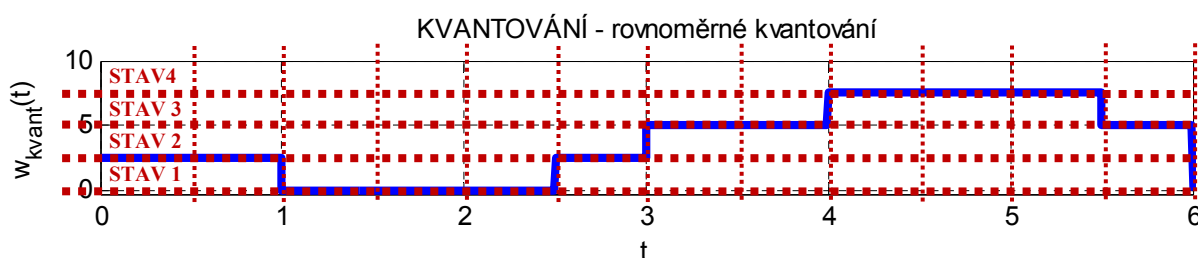
Vztah mezi požadavky na frekvenční spektrum analogového a PCM signálu je roven:

$$B_{PCM} = n \cdot B \quad (3.3.5)$$

Kvantování signálu se provádí na signál po vzorkování, tedy amplitudově modulovaných impulsů flat-top – PAM signálu. Originálnímu vzorkovanému signálu reprezentovaného amplitudami jednotlivých vzorků nabývajících jakýkoliv hodnot se přiřadí hodnota omezená úrovněmi, která náleží k nejbližší kvantovací úrovni. **Kvantovací úrovně** jsou rozloženy v celkovém rozsahu signálu:

- rovnoměrně
- nerovnoměrně

Signál zpracovaný kvantováním nabývá m možných kvantovacích úrovní. Tímto kvantizačním procesem je zavedena určitá chyba, která se projeví při opětovné obnově analogového signálu, nazývaná **kvantizační efekt**. **Kvantizační chyba** se skládá z rozdílu mezi analogovým signálem a vzorky vstupu a výstupu kvantovače. Možná kvantizační chyba je jednou polovinou velikosti kvantizačního kroku. Při vzorkování s Nyquistovou frekvencí rovnou dvojnásobku šířky frekvenčního spektra $2B$ a vyšší, se zanedbatelným šumem kanálu, obsahuje signál stále šum nazývaný kvantizační chybou. Výstupním signálem z procesu kvantování je kvantovaný signál.



Obr.3.3.2 Grafický průběh kvantovaného signálu $w_{kvant}(t)$ rovnoměrným kvantováním pro 4 stavy

Rovnoměrná kvantizace signálu je rovnoměrně rozložena dle daného rozsahu kvantovacích úrovní a je jednodušší variantou kvantování, která je graficky prezentována.

Nerovnoměrná kvantizace signálu je aplikována v mnoha aplikacích, kde je vstupní amplitudový signál, který je nutné modulovat na PCM signál, menší nebo má jiné nerovnoměrné rozložení než je napětový rozsah jednotlivých kvantizačních úrovní. V tomto případě by rovnoměrné kvantování nebylo vhodné z důvodu ztráty informace kvantovacími úrovněmi, které s ohledem na charakter analogového signálu nemohou v dané části rozsahu být obsaženy. Existují dva základní typy nerovnoměrného kvantování:

μ -Law nerovnoměrné kvantování signálu se používá pro komunikační účely v zemích USA a Japonsko. Základní vztah, kterým se kvantuje vstupní vzorkovaný signál $w_1(t)$ na výstupní kvantovaný signál $w_2(t)$ je roven

$$|w_2(t)| = \frac{\ln(1 + \mu \cdot |w_1(t)|)}{\ln(1 + \mu)} \quad (3.3.6)$$

Úroveň nerovnoměrnosti kvantizace lze nastavit parametrem μ , pro který jsou typické následující krajní hodnoty:

- $\mu = 0$ lineární rovnoměrná kvantizace
 $\mu = 255$ nerovnoměrná kvantizace používaná v Japonsku

A-Law nerovnoměrné kvantování signálu se používá pro komunikační účely v Evropě. Základní vztah, kterým se kvantuje vstupní vzorkovaný signál $w_1(t)$ na výstupní kvantovaný signál $w_2(t)$ je roven

$$|w_2(t)| = \begin{cases} \frac{A|w_1(t)|}{1 + \ln A} & 0 \leq |w_1(t)| \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln(A|w_1(t)|)}{1 + \ln A} & \frac{1}{A} \leq |w_1(t)| \leq 1 \end{cases} \quad (3.3.7)$$

Úroveň nerovnoměrnosti kvantizace lze nastavit parametrem A , pro který jsou typické následující krajní hodnoty:

- $A = 1$ lineární rovnoměrná kvantizace
- $A = 100$ maximální nerovnoměrná kvantizace

Kódování signálu se provádí jako poslední krok PCM modulace, kde vstupním signálem je kvantovaný signál obsahující kvantovací úrovně vzorkovaného signálu. Výstupním signálem je kódovaný digitalizovaný signál obsahující informace z původního analogového signálu převedeného do digitální podoby (digitální, číslicový signál). Kvantovací úrovně se kódováním transformují z analogového vzorkovaného signálu binárním kódováním o určeném počtu bitů závislém na počtu možných stavů (úrovní kvantování). Kvantovaný signál se binárně kóduje, kde jednotlivým celým kvantizačním úrovním se přiřazuje slovo obsahující kombinaci složenou z binárních čísel. Jednotlivá slova se při komunikaci seskupují do rámců seriově za sebou řazených. Kódování signálu se rozděluje s ohledem na napěťový rozsah kvantovaného signálu, respektive vstupního analogového signálu:

- **Unipolární kódování** – napěťové hodnoty kódovaného signálu reprezentované binárním slovem jsou pouze kladné.
- **Bipolární kódování** – napěťové hodnoty kódovaného signálu reprezentované binárním slovem jsou záporné a kladné, kde záporná hodnota napětí reprezentuje nejnižší binární slovo.

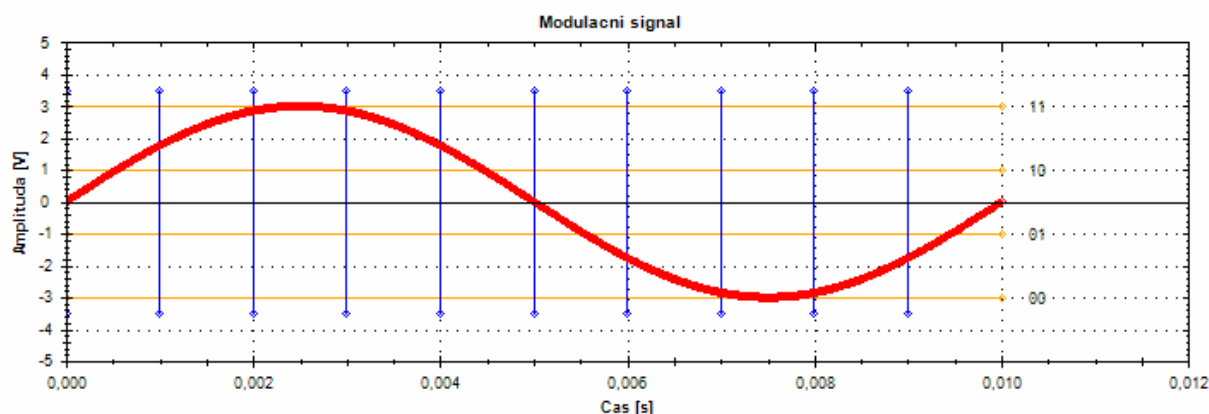
V komunikačních technologiích se pro kódování signálu používá speciální tzv. **gray kódování** (gray-code), pomocí kterého je generován PCM signál pro každý kvantovaný vzorek určený hodinovými impulsy. Gray- kódování je založeno na pravidle, že při změně hodnoty signálu o jednu úroveň dojde ke změně pouze jednoho bitu v PCM slově (bajtu), což je prezentováno v následující tabulce.

Kvantované napětí naměřené vzorkováním	PCM kódování Gray-code
+7	110
+5	111
+3	101
+1	100
-1	000
-3	001
-5	011
-7	010

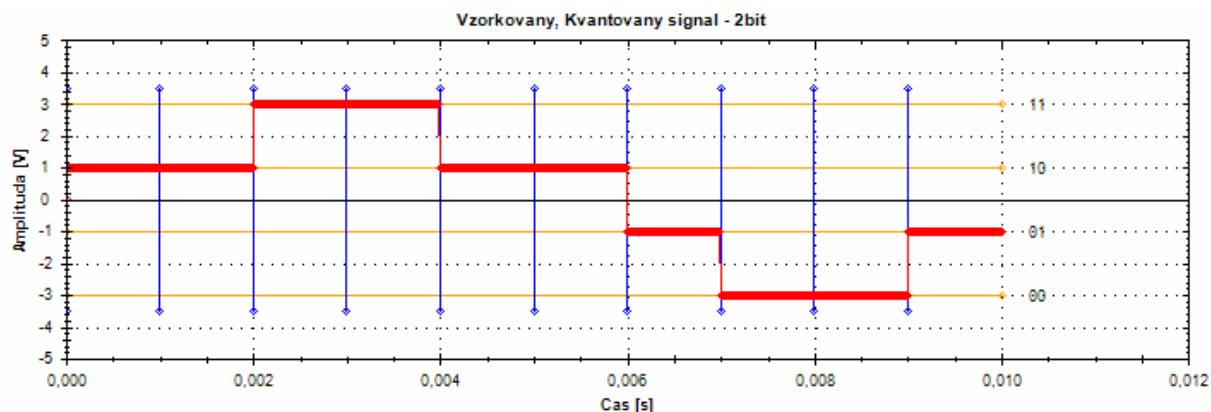
Tab.3.3.1 Bitové hodnoty pro kódování 3-bitový Gray-kódem pro 8 urovní (stavů)

Základní typy kódování při generování PCM signálu, s ohledem na generované napěťové úrovně odpovídající binárním hodnotám datového toku digitalizovaného signálu, tedy úrovně reprezentující logickou "1" a "0" jsou následující:

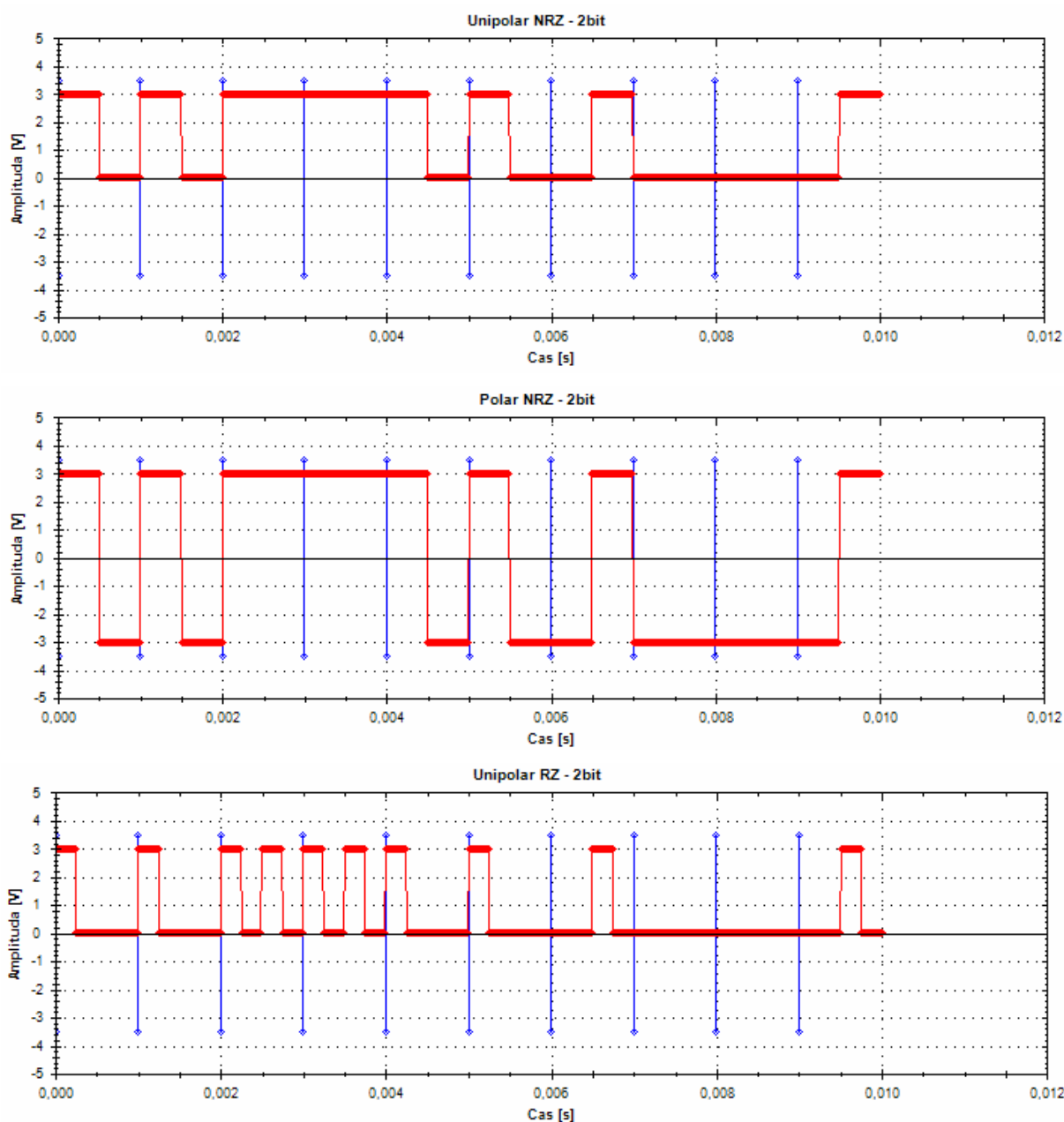
- **Unipolární NRZ** (No Return to Zero) - napěťové hodnoty reprezentované binárním slovem jsou pouze kladné, kde logická "1" je rovna zvolenému napětí a logická "0" je rovna nulovému napětí.
- **Polární NRZ** - napěťové hodnoty reprezentované binárním slovem jsou kladné i záporné, kde logická "1" je rovna zvolenému kladnému napětí a logická "0" je rovna zápornému zvolenému napětí.
- **Unipolární RZ** (Return to Zero) - napěťové hodnoty reprezentované binárním slovem jsou pouze kladné, kde logická "1" je do poloviny pulsu rovna zvolenému napětí, druhá polovina je rovna nulovému napětí. Logická "0" je rovna nulovému napětí.
- **Bipolární RZ** - napěťové hodnoty reprezentované binárním slovem jsou kladné i záporné, kde logická "1" je do poloviny pulsu rovna zvolenému střídavě kladnému a zápornému napětí, druhá polovina je rovna nulovému napětí. Logická "0" je rovna nulovému napětí.
- **Manchester NRZ** - napěťové hodnoty reprezentované binárním slovem jsou kladné i záporné, kde logická "1" je do poloviny pulsu rovna zvolenému kladnému napětí, druhá polovina je rovna zvolenému zápornému napětí. Logická "0" je do poloviny pulsu rovna zvolenému zápornému napětí, druhá polovina je rovna zvolenému kladnému napětí.



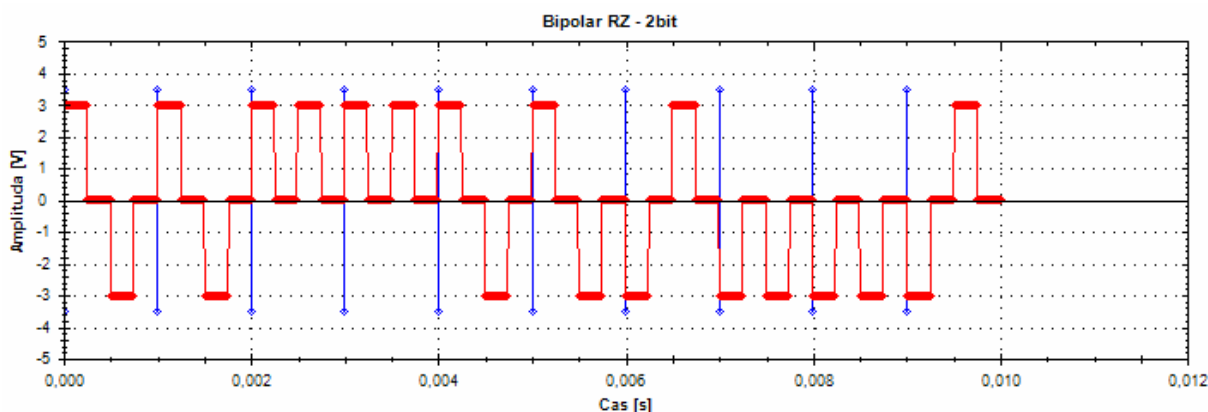
Obr.3.3.4 Časový průběh analogového signálu, který se převádí PCM modulací na digitální signál



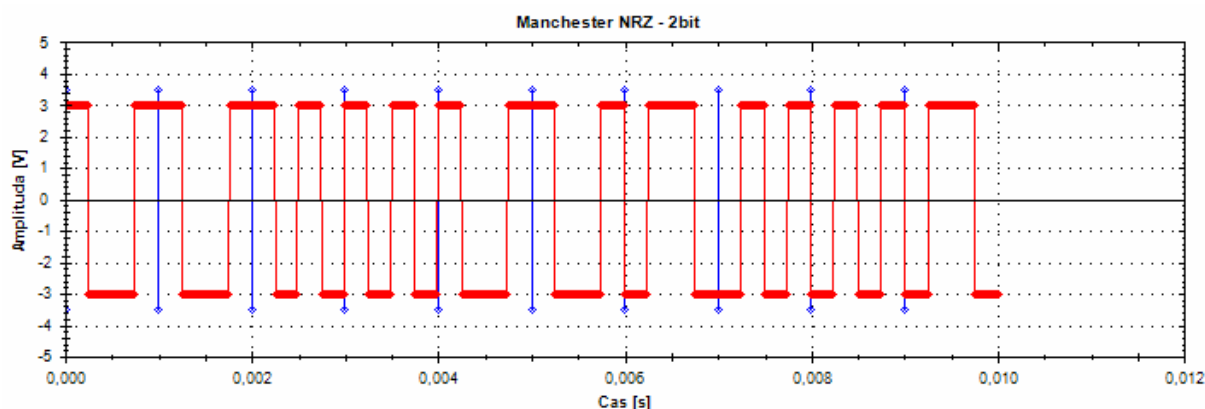
Obr.3.3.5 Časový průběh kvantovaného signálu, který se převádí pomocí PCM modulace



Obr.3.3.6 Časové průběhy kódování typu unipolární NRZ, polární NRZ, unipolární RZ pro převedený analogový signál z Obr.3.3.4.



Obr.3.3.7 Časový průběh kódování typu bipolární RZ pro převedený analogový signál z Obr.3.3.4.



Obr.3.3.8 Časový průběh kódování typu Manchester NRZ pro převedený analogový signál z Obr.3.3.4.



Shrnutí pojmů 3.3.

Impulsní kódová modulace PCM je určena k převodu analogového signálu na číslicový signál, kde informace obsažená v okamžitých vzorcích analogového signálu je reprezentována digitálními slovy v sériovém bitovém toku.

Delta modulace DM a **diferenční impulsní kódová modulace DPCM** jsou další typy modulací převodu signálu z analogového na digitální signál.

Multiplexování s časovým dělením je určeno pro sloučení PCM signálů s datovými signály a přenesení běžným vysokorychlostním digitálním systémem.

Vzorkování signálu je prvním krokem PCM modulace.

Šířka frekvenčního spektra PCM signálu je vypočtena dle počtu bitů a vzorkovací frekvenci

Kvantování signálu se provádí na signál po vzorkování, kde se vzorkovanému signálu reprezentovaného amplitudami jednotlivých vzorků nabývajících jakýkoliv hodnot přiřadí hodnota omezená úrovněmi, která náleží k nejbližší kvantovací úrovni.

Rovnoměrná a nerovnoměrná kvantizace definují rozložení jednotlivých kvantizačních úrovní v celkovém rozsahu signálu.

Kvantizační chyba se skládá z rozdílu mezi analogovým signálem a vzorky vstupu a výstupu kvantovače.

Kódování signálu je proces, kde vstupním signálem je kvantovaný signál a výstupním signálem je kódovaný digitalizovaný signál.

Kódování signálu se dělí na **Unipolární kódování** a **Bipolární kódování**

Gray kódování je speciálním typem převodu kvantovaného signálu na binární slovo.

Unipolární NRZ, Polární NRZ, Unipolární RZ, Bipolární RZ, Manchester NRZ jsou základní typy kódování při generování PCM signálu.



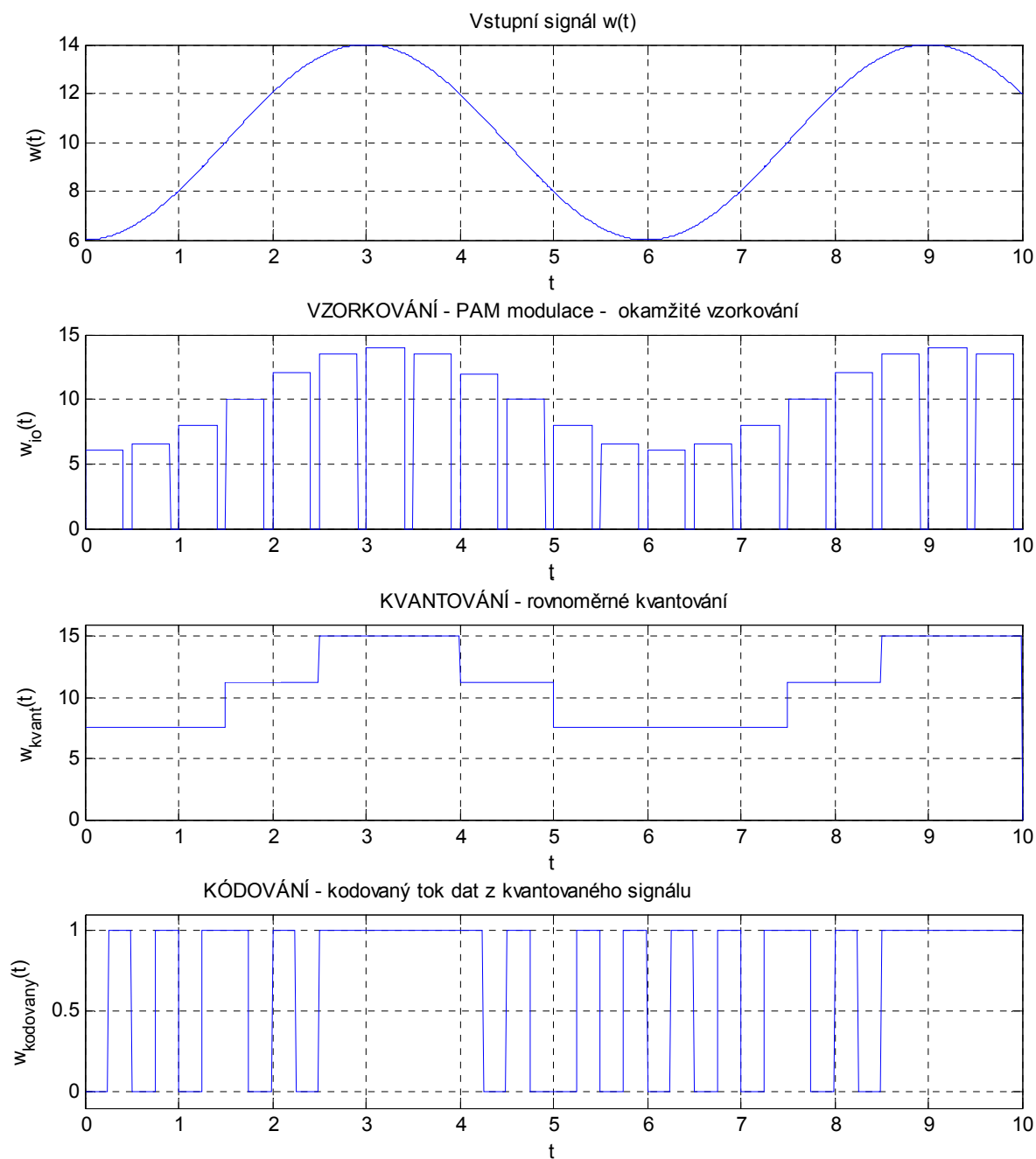
Otázky 3.3.

1. Jaký je základní princip impulsní kódové modulace PCM?
2. Jaké jsou další podobné impulsní modulace?
3. Co je pojem multiplexování s časovým dělením?
4. Jaké jsou základní kroky impulsní kódové modulace PCM?
5. Co jsou pojmy rovnoměrná a nerovnoměrná kvantizace?
6. Jaké jsou typy kódování signálu a jejich vlastnosti?



Úlohy k řešení 3.3.

1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán následující analogový spojitý signál obsahující harmonickou a konstantní složku $w(t) = 4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} \cdot t + \pi\right) + 10$, vzorkovací frekvence je $f_s = 2\text{Hz}$. Modulace použitá pro převod analogového signálu na digitální reprezentaci signálu je PCM modulace. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
 - Časový průběh vstupního analogového spojitého signálu $w(t)$.
 - Časový průběh impulsního PAM modulovaného signálu vzorkovaného pomocí okamžitého vzorkování.
 - Časový průběh kvantovaného signálu pomocí rovnoměrného kvantování.
 - Časový průběh kódovaného PCM modulovaného signálu, tedy datový tok bez dalšího kódování na napěťové úrovni.



CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab20_PCM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *PCM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *PCM.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *PCM.m*

3.4. Ostatní digitální modulace



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

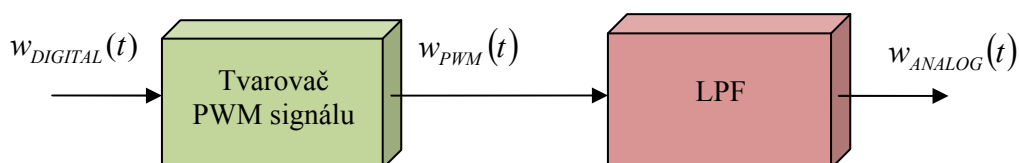
- definovat impulsní šířkovou modulaci
- popsat impulsní číselnou modulaci
- popsat impulsní polohovou modulaci
- popsat impulsní modulaci hustoty



Výklad

□ Impulsní šířková modulace PWM

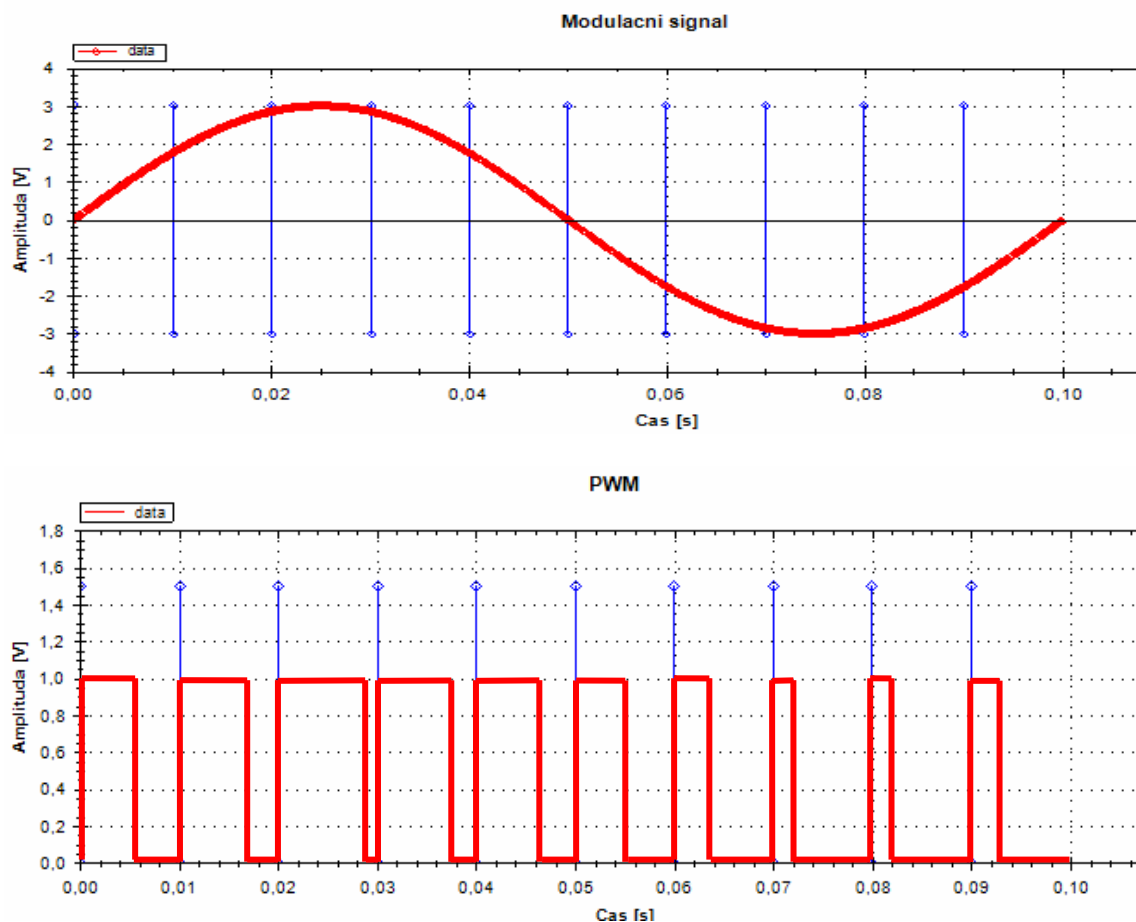
Impulsní šířková modulace PWM (Pulse width modulation) se využívá pro převod digitálního signálu na analogový signál. Modulace PWM je v praxi jednou z nejpoužívanějších modulací reprezentující jednoduchý D/A převodník používaný ve výpočetní a mikroprocesorové technice. Principem převodu signálu pomocí impulsní šířkové modulace PWM je nejprve digitální signál, reprezentovaný posloupností digitálních hodnot $w_{DIGITAL}(t)$, postupně převáděn na impulsní signál, který má proměnlivou šířku jednotlivých impulsů a mezi impulsy je nulová hodnota. Šířka jednotlivých generovaných impulsů $\tau_{PWM}(t)$ je úměrná číselné hodnotě převáděného diskrétního signálu. Perioda PWM impulsu T_{PWM} je konstantní a shodná nebo větší než je šířka generovaných impulsů $\tau_{PWM}(t)$, které jsou umístěny vždy na počátek této periody. Je-li převáděná hodnota digitálního signálu minimální, je minimální šířka generovaného impulsu. Naopak je-li převáděná hodnota digitálního signálu maximální, je také maximální šířka generovaného impulsu. Amplituda W_{MAX_PWM} , tedy výška jednotlivých generovaných impulsů modulaného signálu PWM je konstantní.



Obr. 3.4.1. Blokové schéma modulátoru impulsní šířkové modulace PWM

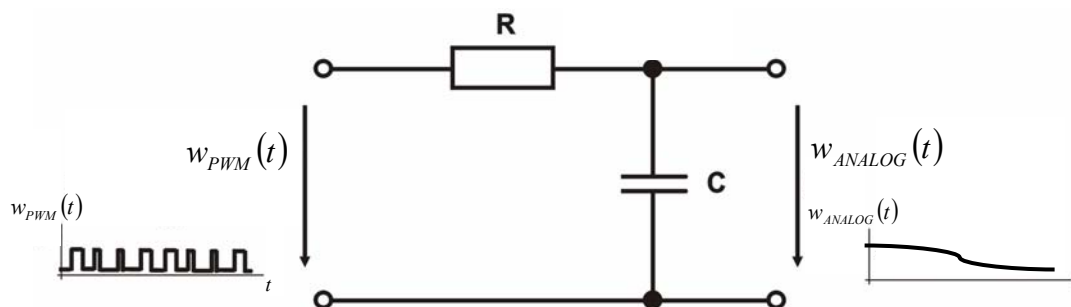
Realizace A/D převodu impulsní šířkovou modulací je provedena zapojením tvarovače a doplnopropustného filtru. Blokové schéma A/D převodníku realizovaného pomocí impulsní šířkové modulace PWM je prezentován na Obr. 3.4.1.

$$W_{MAX_ANALOG}(t) = W_{MAX_PWM} \cdot \frac{\tau_{PWM}(t)}{T_{PWM}} \quad (3.4.1)$$



Obr. 3.4.2. Časový průběh impulsního šířkově modulovaného PWM signálu

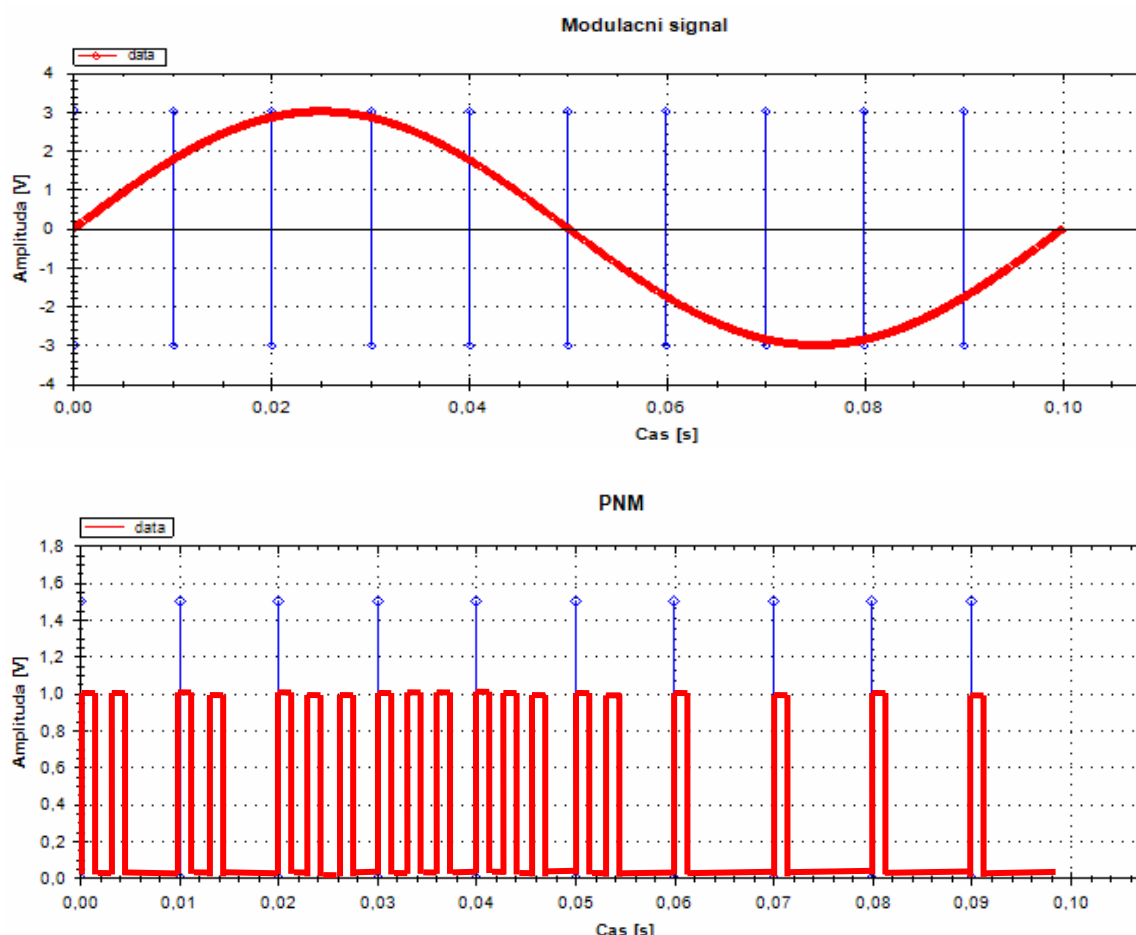
Tvarovač provádí převod digitálního signálu na impulsní výše popsaný signál. Takto upravený impulsní signál PWM $w_{PWM}(t)$ obsahuje statistické hodnoty signálu, které odpovídají vstupní digitální informaci, což v některých aplikacích již vyhovuje např. ovládání pohonu stejnosměrného motoru. Za tvarovačem lze dále PWM signál $w_{PWM}(t)$ upravit pomocí dolnoproustného filtru, čímž se získá tvarovaný analogový signál $w_{ANALOG}(t)$ s proměnnou amplitudou, která se postupně mění s konstantní periodou PWM impulsu T_{PWM} . Dolnoproustným filtrem, upravujícím a generujícím tvarovaný analogový signál $w_{ANALOG}(t)$, jež je realizovaný například RC článkem, který reprezentuje integrátor, kde je kondenzátor C postupně nabíjen a vybíjen přes sériově řazený odpor R . Dolnoproustným filtrem jsou tedy filtrovány vyšší frekvence skokových změn obsažené v impulsním PWM modulovaném signálu. Generovaný výsledný analogový signál obsahuje informace téměř shodné s číselnými hodnotami vstupního digitálního signálu $w_{DIGITAL}(t)$.



Obr. 3.4.3. Elektronické schéma dolnoproustného filtru, který je součástí D/A převodníku

□ Impulsní číselná modulace PNM

Impulsní číselná modulace PNM (Pulse number modulation) se využívá pro převod digitálního signálu na specificky modulovaný impulsní signál. Principem převodu signálu pomocí impulsní číselné modulace PNM je digitální signál, reprezentovaný posloupností digitálních hodnot $w_{DIGITAL}(t)$, postupně převáděn na impulsní signál, který má proměnlivý počet krátkých stejně širokých impulsů v rámci definované periody T_{PNM} a mezi impulsy je nulová hodnota. Počet jednotlivých generovaných impulsů $N_{PNM}(t)$ konstantní šířky τ_{PNM} je úměrný číselné hodnotě převáděného diskrétního signálu. Perioda PNM signálu obsahujícího proměnlivý počet impulsů T_{PNM} je konstantní a je mnohem větší než je šířka úzkých generovaných impulsů τ_{PNM} , které jsou umístěny vždy od počátku této periody. Je-li převáděná hodnota digitálního signálu minimální, je počet generovaných úzkých impulsů také minimální. Naopak je-li převáděná hodnota digitálního signálu maximální, je počet generovaných úzkých impulsů také maximální. Amplituda W_{MAX_PNM} , tedy výška jednotlivých generovaných impulsů modulovaného signálu PNM je konstantní.



Obr. 3.4.4. Časový průběh impulsního číselně modulovaného PNM signálu

Matematické vyjádření vztahů pro vyjádření úměrnosti počtu impulsů $N_{PNM}(t)$ v definované konstantní periodě T_{PNM} na původním vstupním digitálním signálu $w_{DIGITAL}(t)$ je rovno

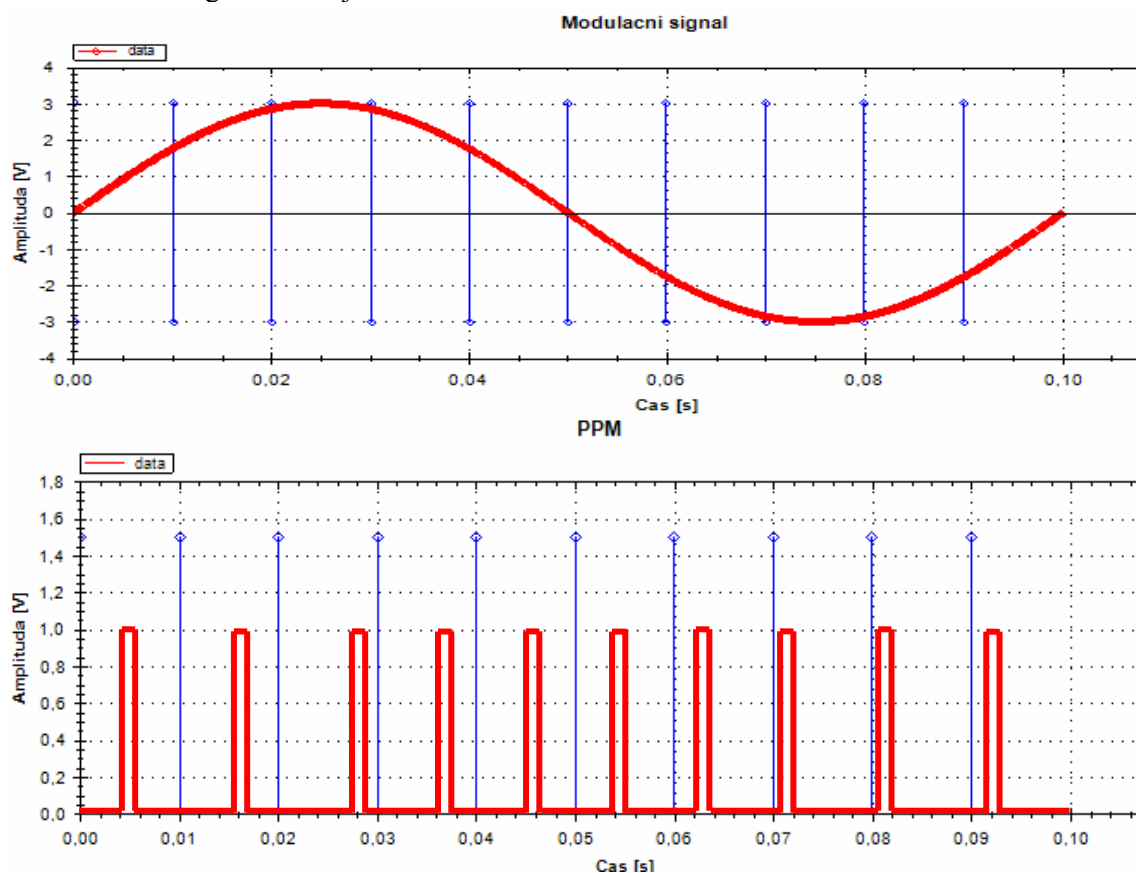
$$N_{PNM}(t) \approx w_{DIGITAL}(t) \quad (3.4.2)$$

Je-li požadavkem získat analogový signál, pak amplituda analogového signálu $W_{MAX_ANALOG}(t)$ se získá jako násobek definovaného parametru A_{PNM} a počtu impulsů $N_{PNM}(t)$ v jedné periodě.

$$W_{MAX_ANALOG}(t) = A_{PNM} \cdot N_{PNM}(t) \quad (3.4.3)$$

□ Impulsní poziční modulace PPM

Impulsní poziční modulace PPM (Pulse position modulation) se využívá pro převod digitálního signálu na specificky modulovaný impulsní signál. Principem převodu signálu pomocí impulsní poziční modulace PPM je digitální signál, reprezentovaný posloupností digitálních hodnot $w_{DIGITAL}(t)$, postupně převáděn na impulsní signál, který má proměnlivou pozici úzkého impulsu v rámci definované periody T_{PPM} a mimo impuls je nulová hodnota. Pozice jednotlivých generovaných impulsů $x_{PPM}(t)$ konstantní šířky τ_{PPM} je úměrný číselné hodnotě převáděného diskrétního signálu. Perioda PPM signálu obsahujícího proměnlivě vzdálený impuls T_{PPM} je konstantní a je mnohem větší než je šířka úzkého generovaného impulsu τ_{PPM} , který je umístěn s proměnnou vzdáleností v této periodě. Je-li převáděná hodnota digitálního signálu minimální, je pozice generovaného úzkého impulsu nejbližší k počátku dané periody T_{PPM} . Naopak je-li převáděná hodnota digitálního signálu maximální, je pozice generovaného úzkého impulsu nejdále k počátku dané periody T_{PPM} . Amplituda W_{MAX_PPM} , tedy výška jednotlivých generovaných impulsů modulovaného signálu PPM je konstantní.



Obr. 3.4.5. Časový průběh impulsního pozičně modulovaného PPM signálu

Matematické vyjádření vztahů pro vyjádření úměrnosti pozice impulsu $x_{PPM}(t)$ v definované konstantní periodě T_{PPM} na původním vstupním digitálním signálu $w_{DIGITAL}(t)$ je rovno

$$x_{PPM}(t) \approx w_{DIGITAL}(t) \quad (3.4.4)$$

Je-li požadavkem získat analogový signál, pak amplituda analogového signálu $W_{MAX_ANALOG}(t)$ se získá jako násobek definovaného parametru A_{PPM} a pozice, tedy vzdálenosti impulsu $x_{PPM}(t)$ od počátku dané periody T_{PPM} .

$$W_{MAX_ANALOG}(t) = A_{PPM} \cdot x_{PPM}(t) \quad (3.4.5)$$

□ Impulsní modulace hustoty PDM

Impulsní modulace hustoty PDM (Pulse density modulation) se využívá pro převod digitálního signálu na specificky modulovaný impulsní signál. Principem převodu obdobně jako u PWM modulace šířkou impulsů definovat závislost na vstupním digitálním signálu. Tato modulace je degradací modulace PWM, jelikož při ní dochází nejen ke změně šířky impulsu $\tau_{PDM}(t)$, ale také není konstantní perioda signálu PDM daného impulsu $T_{PDM}(t)$, která je pouze aproximací určitého časového pásma. Šířka jednotlivých generovaných impulsů $\tau_{PDM}(t)$ je úměrná aproximované číselné hodnotě převáděného diskretního signálu. Digitální vstupní hodnota $w_{DIGITAL}(t)$ je reprezentována hustotou rozložení impulsů v dané periodě $T_{PDM}(t)$, tedy je průměrnou hodnotou amplitudy signálu $w_{PDM}(t)$. Perioda PDM impulsu $T_{PDM}(t)$ není konstantní a je shodná nebo větší než je šířka generovaných impulsů $\tau_{PDM}(t)$, které oproti modulaci PWM nejsou umístěny vždy na počátek této periody. Je-li převáděná hodnota digitálního signálu minimální, je minimální šířka generovaného impulsu. Naopak je-li převáděná hodnota digitálního signálu maximální, je také maximální šířka generovaného impulsu. Amplituda W_{MAX_PDM} , tedy výška jednotlivých generovaných impulsů modulovaného signálu PDM je konstantní. Modulace tohoto typu stochasticky reprezentují proměnné a jsou využívány například při výpočtech neuronových sítí.



Shrnutí pojmů 3.4.

Impulsní šířková modulace PWM je nejčastěji používaným typem modulace impulzního signálu, který se převádí na analogový signál.

Impulsní číselná modulace PNM obsahuje v daném čase signálu krátké impulsy dané amplitudy.

Impulsní poziční modulace PPM je definována pozicí krátkého impulsu dané amplitudy v definovaném čase.

Impulsní modulace hustoty PDM je degradováním impulsní šířkové modulace PWM.



Otázky 3.4.

1. Jaký je základní princip impulsní šířkové modulace PWM?
2. Jaký je základní princip impulsní číselné modulace PNM?
3. Jaký je základní princip impulsní poziční modulace PPM?
4. Jaký je základní princip impulsní modulace hustoty PDM?



CD-ROM

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *PPM_PNM_PWM.exe*



Odměna a odpočinek

Nyní jste prostudovali podrobně digitální modulace v základním frekvenčním pásmu. Je vhodné, abyste si vyzkoušeli výukové programy a spustili výukové animace pro lepší pochopení probíraného učiva.

4. DIGITÁLNÍ MODULACE PÁSMOVÉHO SIGNÁLU

4.1. Základní rozbor digitálních modulací pásmového signálu



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- Definovat princip digitálních modulací pásmového signálu
- Rozdělit digitální modulace pásmových signálů
- popsat jednotlivé typy digitálních modulací pásmových signálů



Výklad

Digitální modulace pásmového signálu se nazývají modulace, které jsou aplikovány na digitální signál, který je ze základního frekvenčního pásma posunut na nosnou frekvenci pomocí principů některé z modifikovaných analogových amplitudových nebo úhlových modulací AM, PM, FM. Digitální modulovaný signál je využíván k přenosu dat v moderních komunikačních technologiích, který je dnes aplikován pro většinu bezdrátových datových přenosů. Digitální modulace lze vyjádřit stejně jako analogové modulace výpočtem výsledného pásmového signálu $v(t)$, který je modulovaný na nosné frekvenci f_c , tedy nosném kmitočtu $\omega_c = 2\pi f_c$. Pásmový signál $v(t)$ lze vyjádřit pomocí následujícího matematického tvaru:

$$v(t) = \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \quad (4.1.1)$$

, kde $\operatorname{Re}\{\cdot\}$ označuje reálnou část z $\{\cdot\}$, $g(t)$ je komplexní obálka signálu $v(t)$.

Tedy pásmový signál se nazývá digitálním pásmovým signálem, jestliže komplexní obálka $g(t)$ zpracována vybranou modulací obsahuje funkci $g[m(t)]$, kde $m(t)$ je digitální informační signál v základním frekvenčním pásmu. Frekvenční spektrum výkonu SHV digitálního signálu je dáno stejným vztahem jako frekvenční spektrum výkonu SHV analogového pásmového signálu:

$$P_v(f) = \frac{1}{4} [P_g(f - f_c) + P_g(-f - f_c)] \quad (4.1.2)$$

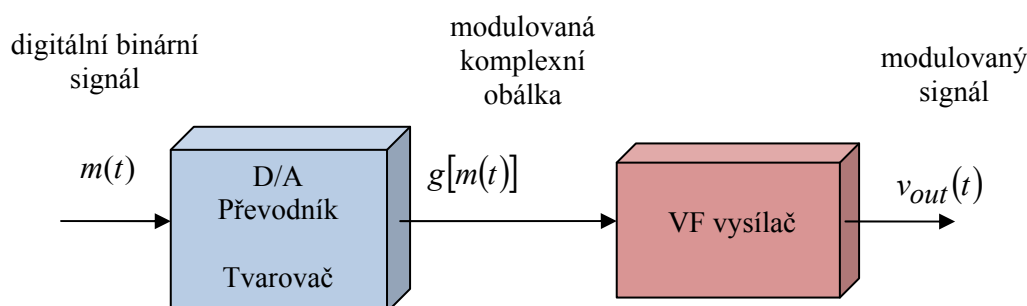
, kde Fourierův obraz komplexní obálky je roven $G(f) = F\{g(t)\}$ a frekvenční spektrum výkonu kompletní obálky je označeno jako $P_g(f)$.

Množina **kanálových symbolů** q_n je množina všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$. Množina **datových symbolů** d_n je v mnoha případech rovna množině kanálových symbolů, nebo je mezi nimi určitý vzájemný vztah.

Digitální modulace pásmového signálu lze rozdělit dle počtu možných stavů na:

- Binární zpracování signálu (Binary Signaling)
- Více-stavové zpracování signálu (Multilevel Signaling)

Binární zpracování digitálního signálu (Binary Signaling) je typem digitální modulace pásmového signálu zpracovávající binární digitální signál, který lze provádět několika metodami, které umožňují modulovat informační digitální signál reprezentovaný posloupností digitálních nul "0" a jedniček "1". Šířka frekvenčního spektra digitálního signálu by měla být ve většině případech co nejmenší pro zajištění spektrálního přenosu dané informace komunikačním kanálem. To může být zajištěno použitím filtrace před samotnou modulací pomocí tzv. cosine-rolloff filtru, který minimalizuje šířku frekvenčního pásma digitálního signálu a potlačí interferenční rušení ISI (Intersymbol Interference). Tvarováním digitálního signálu v základním pásmu vzniká specifický analogový signál v základním pásmu, který je dále modulován ve vysílači.



Obr. 4.1.1. Blokové schéma binárního digitálního modulátoru

Mezi metody binárního zpracování signálu digitální modulací lze zařadit:

- On-Off klíčování (On-Off Keying OOK)
- Amplitudové klíčování stavů (Amplitude Shift Keying ASK)
- Binární – fázové klíčování stavů (Binary-Phase Shift Keying BPSK)
- Diferenční – fázové klíčování stavů (Differential-Phase Shift Keying DPSK)
- Frekvenční klíčování stavů (Frequency Shift Keying FSK)

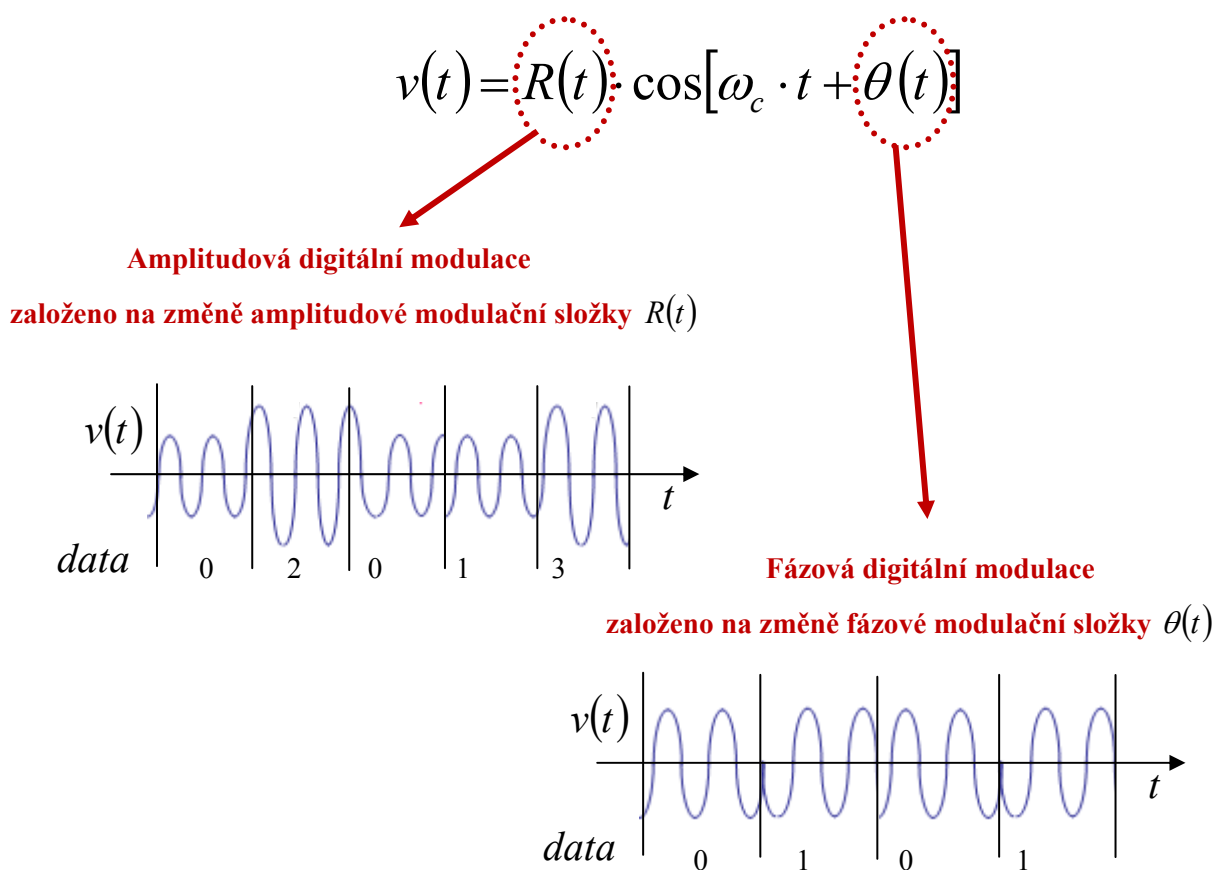
On-Off klíčování OOK (On-Off Keying) je digitální modulací založenou na přepínání (klíčování) harmonické nosné s unipolárním binárním signálem. Modulace OOK je při přepnutí na binární stav 1 - "on" shodná s DSB-SC pásmovým signálem. Příkladem využití je rádiově přenášený Morseův kód. Modulace OOK byla jednou z prvních digitálních modulací nahrazující analogové komunikační systémy.

Amplitudové klíčování ASK (Amplitude Shift Keying) je digitální modulací založenou na přepínání (klíčování) harmonické nosné s polárním binárním signálem. Pásmový digitálně modulovaný signál ASK modulací je podobný k pásmovému OOK modulovanému signálu, avšak modulace signálu reprezentující logickou hodnotu "0" nemá nulovou amplitudu, ale odlišnou oproti logické "1".

Binární – fázové klíčování BPSK (Binary-Phase Shift Keying) je digitální modulací založenou na posunutí fáze harmonické nosné o hodnotu 0° nebo 180° s unipolárním binárním signálem. Modulace BPSK je ekvivalentní s PM modulací digitálního signálu a také s modulací DSB-SC pásmového signálu s polárním digitálním signálem. Aplikací modulačního filtru před samotnou modulací pro modulovaný BPSK signál vzniká modulovaný DSB-SC signál.

Diferenční – fázové klíčování DPSK (Differential-Phase Shift Keying) je digitální modulací založenou na změně fáze digitálního binárního signálu. Digitální informace však není hodnocena jako absolutní hodnota fáze, ale jako změna fáze mezi dvěma sousedními kanálovými symboly. Oproti BPSK resp. PSK je jednodušší při konstrukci demodulátoru a jeho synchronizační části.

Frekvenční klíčování FSK (Frequency Shift Keying) je založeno na posuvu frekvence harmonické nosné na vyšší frekvenci odpovídající binární "1" nebo na nižší frekvenci odpovídající logické "0" v závislosti na modulačním binárním digitálním signálu. Modulace FSK je identická s FM modulací binárního digitálního signálu.



Obr.4.1.2. Základní princip výpočtu a generování digitálních modulací pásmového signálu

Více-stavové zpracování digitálního signálu (Multilevel Signaling) je typem digitální modulace pásmového signálu zpracovávající více-stavový (více než 2 stavy) digitální signál, který lze provádět několika metodami, které umožňují modulovat informační digitální signál reprezentovaný datovou posloupností stavů omezených jejich maximálním počtem. Shodně s binárním zpracováním digitálního signálu by šířka frekvenčního spektra digitálního signálu měla být ve většině případech co

nejmenší pro zajištění spektrálního přenosu dané informace komunikačním kanálem. Pro digitální modulaci pásmového signálu lze provést převod sériového toku datových bitů D/A převodníkem, který dále digitálně moduluje signál podle zvolené digitální modulace. Jestliže se například moduluje 4-stavový digitální signál $M = 4$, pak je nutné použít dvoubitový D/A převodník $n = 2$. Vztah mezi počtem stavů digitálního signálu a bitů D/A převodníku je tedy roven

$$M = 2^n \quad (4.1.3)$$

Rychlost přenosu $D[\text{symbol} \cdot \text{s}^{-1}]$ kanálových symbolů je definována vztahem

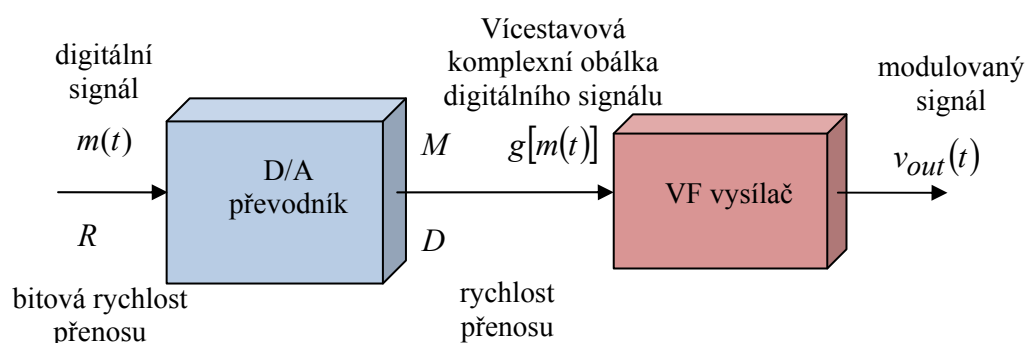
$$D = \frac{R}{l} \quad (4.1.4)$$

, kde je **bitová rychlost přenosu** $R[\text{bit} \cdot \text{s}^{-1}]$ je rovna

$$R = \frac{1}{T_b} \quad (4.1.5)$$

, kde $T_b[\text{s}]$ je **perioda přenosu 1 bitu**.

Stejně jako u binárního zpracování digitálního signálu tvarováním digitálního signálu v základním pásmu vzniká analogový signál v základním pásmu, který je modulován vysílačem, což je prezentováno na Obr.4.1.3.



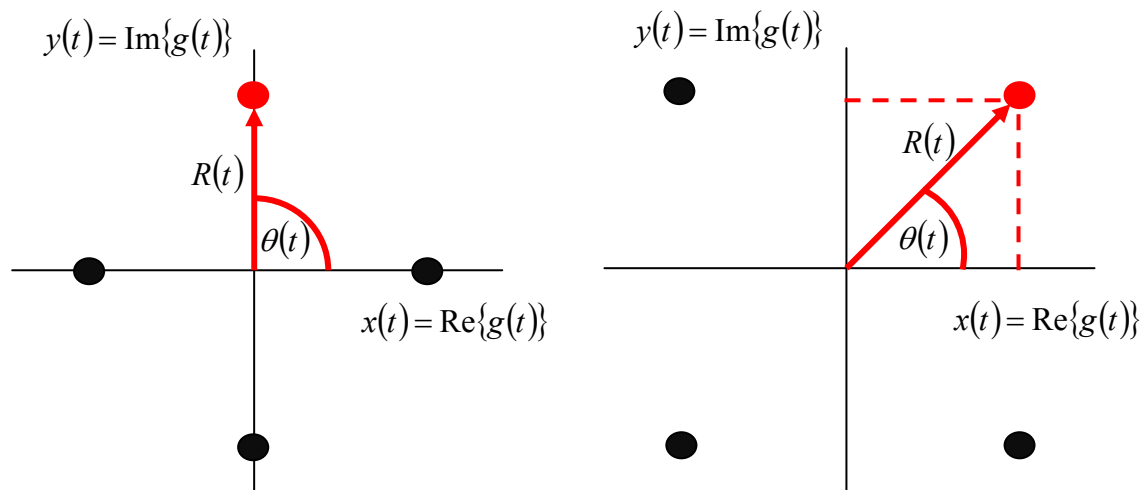
Obr. 4.1.3. Blokové schéma více-stavového digitálního modulátoru

Konstelace modulace definuje rozložení všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$. Rozkladem modulačního signálu se rozumí rozklad komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu na (in-phase modulation) soufázovou modulační složku $x(t)$ a (quadrature modulation) kvadrurní modulační složku $y(t)$ v prostorové komplexní rovině danou vztahy

$$g(t) = x(t) + jy(t) \quad (4.1.6)$$

$$x(t) = \text{Re}\{g(t)\} \quad (4.1.7)$$

$$y(t) = \text{Im}\{g(t)\} \quad (4.1.8)$$



Obr. 4.1.4. Grafy konstelace digitálních modulací pásmového signálu 4PSK, QPSK

Digitální modulace pásmového signálu lze provést následujícími metodami více-stavového zpracování digitálního signálu:

- Amplitudové klíčování (Amplitude Shift Keying ASK)
- Fázové klíčování (Phase Shift Keying PSK)
- Diferenční fázové klíčování (Differential-Phase Shift Keying DPSK)
- Kvadrurní amplitud. klíčování (Quadrature-Amplitude Shift Keying QASK, QAM)
- Amplitudové fázové klíčování (Amplitude-Phase Shift Keying APSK)
- Frekvenční klíčování (Frequency Shift Keying FSK)

Amplitudové klíčování ASK (Amplitude Shift Keying) je digitální modulací založenou na velikosti vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy modul vektorové reprezentace v signálovém prostoru. Kanálové symboly jsou ryze reálné, tedy leží na x-ové ose a jsou symetrické kolem nuly. Tyto symboly reprezentují jednotlivé modulované stavy informačního digitálního signálu. Je použitelná pouze v omezené míře, tedy omezeném počtu stavů.

Fázové klíčování PSK (Phase Shift Keying) je digitální modulací založenou na změně fáze vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel vektorové reprezentace v signálovém prostoru. Modulace je jednou z nejběžněji používaných digitálních modulací v modulačním pásmu.

Diferenční – fázové klíčování DPSK (Differential-Phase Shift Keying) je digitální modulací založenou na změně fáze vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, avšak ne na absolutní hodnotě fáze, ale na změně mezi sousedními kanálovými symboly. Oproti PSK je jednodušší při konstrukci demodulátoru a jeho synchronizační části.

Kvadrurní amplitudové klíčování QASK (Quadrature-Amplitude Shift Keying) je digitální modulací tvořenou součtem dvou digitálních modulací ASK v kvadrurních složkách. Digitální modulace QASK je také nazývána **Kvadrurní amplitudová modulace QAM** (Quadrature-Amplitude-Modulation). Rozložení kanálových symbolů je ve tvaru pravoúhlého rastru v konstelaci modulace.

Amplitudové fázové klíčování APSK (Amplitude-Phase Shift Keying) je digitální modulací principiálně tvořenou digitálními modulacemi ASK, PSK. Kanálové symboly modulace jsou rovnoměrně symetricky kruhově rozloženy v konstelaci digitální modulace.

Frekvenční klíčování FSK (Frequency Shift Keying) je digitální modulací založenou na změně frekvence digitálně modulovaného signálu. Amplitudová modulační složka komplexní obálky signálu je konstantní. Jediným parametrem, který se v signálu mění, je fáze signálu. Frekvence je derivací fáze v čase. Modulace FSK je identická s FM modulací digitálního signálu.

Mezi známé digitální datové přenosy lze například zařadit technologii WiMAX, která je realizována na frekvencích 2.4 GHz, 5.75 GHz, 10.5 GHz (nelicencovaná pásma) a 3.5 GHz (licencované pásmo) fázovou a kvadrurní amplitudovou modulace v různých modifikacích. Modulace BPSK a QPSK se používají na větší vzdálenosti nebo při zhoršených komunikačních podmínkách, z důvodu menší náročnosti na odstup signálu od šumu. Modulace 16 QAM má vyšší nároky na odstup signálu od šumu minimálně SNR =16 dB. Modulace 64-QAM pro komunikaci s přímou viditelností a na krátkou vzdálenost s minimální SNR=22 dB. Digitální televizní přenos je realizován digitální modulací 16 – 256 QAM, Datový přenos GSM je realizován digitální modulací GMSK kódování odvozené od CPFSK, která má základ FSK, Datový přenos Wi-Fi je realizován digitální modulacemi 16-64 QAM, BPSK, QPSK, Datový přenos Bluetooth je realizován digitální modulací Pi/4-DQPSK.



Shrnutí pojmů 4.1.

Digitální modulace pásmového signálu jsou aplikovány na digitální signál, který je ze základního frekvenčního pásma posunut na nosnou frekvenci pomocí principů některé z modifikovaných analogových amplitudových nebo úhlových modulací AM, PM, FM.

Kanálové symboly jsou všechny možné vektory rozkladu modulačního signálu $m(t)$.

Datové symboly d_n jsou v mnoha případech rovny množině kanálových symbolů, nebo je mezi nimi určitý vzájemný vztah.

Binární zpracování digitálního signálu je typem digitální modulace pásmového signálu zpracovávající binární digitální signál, který lze provádět několika metodami: On-Off klíčování, Amplitudové klíčování, Binární-fázové klíčování stavů, Diferenční-fázové klíčování stavů, Frekvenční klíčování stavů.

Více-stavové zpracování digitálního signálu je typem digitální modulace pásmového signálu zpracovávající více-stavový (více než 2 stavy) digitální signál, který lze provádět několika metodami: Amplitudové klíčování, Fázové klíčování, Diferenční fázové klíčování, Kvadrurní amplitudové klíčování, Amplitudové fázové klíčování, Frekvenční klíčování.

Rychlost přenosu kanálových symbolů je definována **bitovou rychlostí přenosu** a **periodou přenosu 1 bitu**.

Konstelace modulace definuje rozložení všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$ v prostorové komplexní rovině.



Otázky 4.1.

1. Co znamená pojem digitální modulace pásmového signálu?
2. Co jsou pojmy kanálové a datové symboly?
3. Jaké jsou typy a principy digitálních modulací pásmového signálu zpracovávající binární digitální signál?
4. Jaké jsou typy a principy digitálních modulací pásmového signálu zpracovávající více-stavový (více než 2 stavy) digitální signál?
5. Co je pojem konstelace digitální modulace pásmového signálu?

4.2. ON-OFF klíčování OOK



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat digitální modulaci ON-OFF klíčování pásmového signálu
- popsat princip ON-OFF klíčování pásmového signálu
- popsat demulaci modulovaného signálu modulací ON-OFF klíčováním



Výklad

Digitální modulace pásmového signálu označována **ON-OFF klíčování** (ON-OFF keying) je založena na principu klíčováním vypnutí a zapnutí generování vysokofrekvenčního signálu. ON-OFF klíčování je lineární binární digitální modulací bez paměti s nesymetrickou konstelací pro zpracování binárního digitálního signálu. Digitální modulace OOK je principiálně shodná s analogovou amplitudovou modulací AM. **Množina kanálových symbolů** je rovna $d_n = \{0,1\} = q_n$. Pásmový signál je tedy definován matematickým vztahem:

$$v(t) = A_c \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t) \quad (4.2.1)$$

, kde informační signál $m(t)$ je unipolární NRZ nebo RZ kódovaný datový signál v základním pásmu s obdélníkovým modulačním impulsem. **Komplexní obálka** digitálně modulovaného signálu modulací ON-OFF klíčování je rovna vztahu:

$$g(t) = A_c \cdot m(t) \quad (4.2.2)$$

Frekvenční spojité spektrum výkonu informačního unipolárního signálu je dáno vztahem:

$$P_{unipolar\ NRZ}(f) = \frac{A^2 \cdot T_b}{4} \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot T_b)}{\pi \cdot f \cdot T_b} \right)^2 \cdot \left[1 + \frac{1}{T_b} \cdot \delta(f) \right] \quad (4.2.3)$$

, kde T_b je **časová konstanta** odpovídající **zasílání jednoho bitu** digitálního signálu v základním frekvenčním pásmu. Pro binární zpracování signálu je perioda vzorkování rovna:

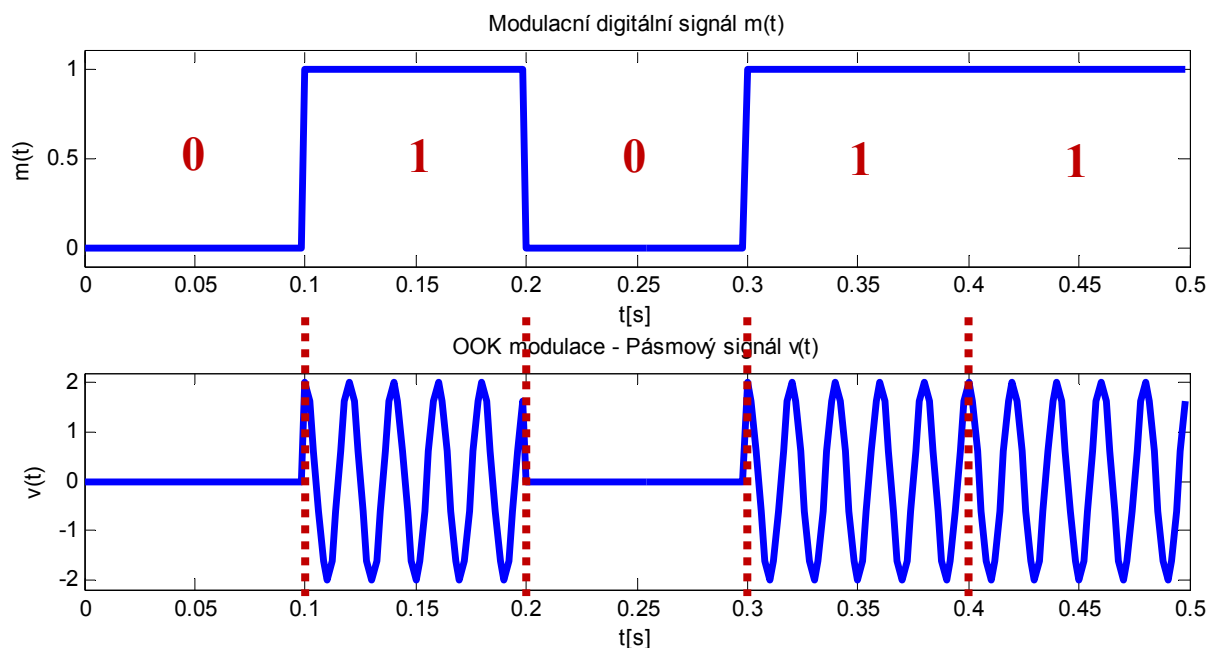
$$T_s = T_b \quad (4.2.4)$$

Pro víceúrovňové (l -úrovňové) zpracování signálu je perioda vzorkování rovna:

$$T_s = l \cdot T_b \quad (4.2.5)$$

Bitová rychlost přenosu R je závislá na časové konstantě T_b :

$$R = \frac{1}{T_b} \quad (4.2.6)$$



Obr. 4.2.1. Časový průběh pásmového signálu modulovaného OOK modulací přenášejíciho digitální datovou posloupnost $data=\{0,1,0,1,1\}$

Pro **normovaný střední výkon** P je amplituda digitálního signálu zvolena $A = \sqrt{2}$, jelikož výpočet středního výkonu je dán vzorcem:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^{T_b} s^2(t) \cdot dt = \frac{1}{2 \cdot T_b} \cdot A_c^2 \cdot T_b \quad (4.2.7)$$

Frekvenční spojité spektrum výkonu komplexní obálky souvisí s informačním unipolárním signálem $m(t)$, kde je amplituda zvolena $A = \sqrt{2}$ pro **normovaný střední výkon** $P = \frac{A_c^2}{2}$. Frekvenční spektrum výkonu komplexní obálky je dáno vztahem:

$$P_g(f) = \frac{A_c^2 \cdot T_b}{2} \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot T_b)}{\pi \cdot f \cdot T_b} \right)^2 + \frac{A_c^2}{2} \cdot \delta(f) \quad (4.2.8)$$

Šířka nenulového frekvenčního spektra modulace ON-OFF klíčování je rovna dvojnásobku přenosové rychlosti $2 \cdot R$.

Šířka přenosového frekvenčního spektra OOK modulovaného pásmového signálu B_T je rovna dvojnásobku šířky frekvenčního spektra informačního signálu $B_T = 2 \cdot B$.

Filtrací **raised cosine-rolloff filtrem** se nastaví šířka frekvenčního propustného pásma OOK modulovaného signálu. Šířka frekvenčního propustného pásma pro digitální informační signál v základním frekvenčním pásmu je roven:

$$B = \frac{1}{2} \cdot (1 + r) \cdot R \quad (4.2.9)$$

Šířka přenosového frekvenčního propustného pásma pro digitální modulovaný signál v modulačním

pásmu je roven:

$$B_T = (1 + r) \cdot R \quad (4.2.10)$$

, což vychází ze vzorce filtru: $D = \frac{2 \cdot B}{1 + r}$, kde D je rovno přenosové rychlosti informačního signálu.

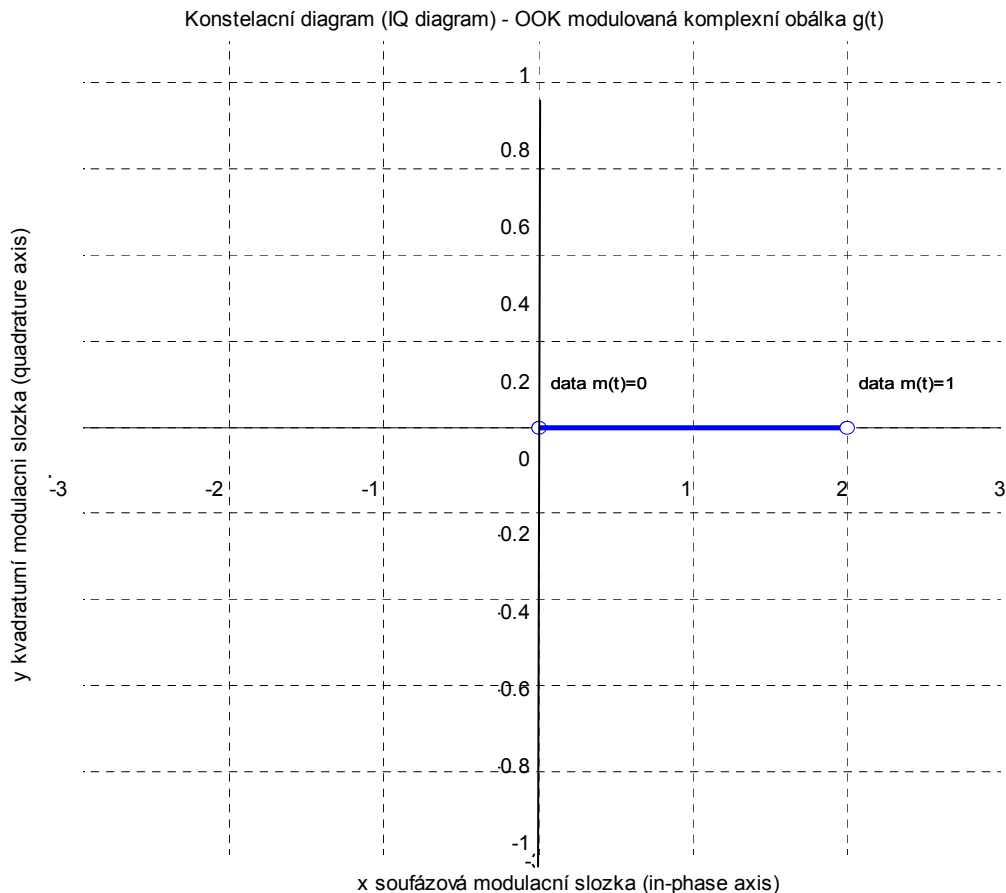
Parametr r je **rolloff faktor** definovaný vztahem $r = \frac{f_\Delta}{f_c}$. Kritická frekvence je zvolena frekvence f_c

a propustné pásmo frekvenčního přenosu do útlumu $6dB$ je dána vztahem $f_\Delta = B - f_c$.

Raised cosine impuls má tvar jedné periody funkce $\cos(x)$, posunuté ve vodorovném i svislém směru. Tento impuls má konstantní plochu a lze zapsat matematicky následujícím vztahem:

$$impuls(t) = \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot T} \left[1 - \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} \right] & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad (4.2.11)$$

Konstelace modulace ON-OFF klíčování obsahující rozložení všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$, resp. komplexní obálky $g(t)$ v prostorové komplexní rovině je definována pouze dvěma vektory na reálné ose, tedy (in-phase modulation) soufázová modulační složka $x(t)$ je nulová, nebo konstantní a (quadrature modulation) kvadrurní modulační složka $y(t)$ je vždy nulová. Možné stavy jsou realizovány pouze spínáním a vypínáním vysokofrekvenčního signálu o dané konstantní amplitudě bez fázového posunutí, z čehož vyplývá, že amplitudová modulační složka $R(t)$ je buď nulová, nebo je rovna konstantní nenulové hodnotě. Oproti tomu fázová modulační složka $\theta(t)$ je vždy rovna 0° .



Obr. 4.2.2. Konstelační diagram modulovaného OOK signálu

Mezi základní typy demodulace patří:

- **nekoherentní detekce** modulovaného OOK signálu je aplikována pomocí reálného detektoru obálky, který je použitelný také pro analogové amplitudové modulace. Na výstupu detektoru je signál reprezentující binárně kódovaný informační signál $m(t)$
- **koherentní detekce** modulovaného OOK signálu je aplikována pomocí multiplikativního detektoru, kde je směšovačem (mixerem) posunut modulovaný signál o nosnou frekvenci, čímž se kladná část dvoustranného frekvenčního pásma posune na dvojnásobnou frekvenci nosné a v základním frekvenčním pásmu se objeví posunutá obraz záporné a kladné části frekvenčního pásma modulovaného signálu. Dále je posunutý upravený signál za směšovačem odfiltrován dolnoproustným filtrem, který odstraní vysokofrekvenční pásmo signálu a ponechá pouze nízkofrekvenční část signálu v základním frekvenčním pásmu, která odpovídá signálu reprezentujícího binárně kódovaný informační signál $m(t)$



Shrnutí pojmů 4.2.

ON-OFF klíčování je digitální modulace pásmového signálu založené na principu vypnutí a zapnutí generování vysokofrekvenčního signálu.

Komplexní obálka digitálně modulovaného signálu modulací ON-OFF klíčování je dána informačním signálem a amplitudovým zesílením.

Raised cosine-rolloff filtr nastavuje šířku frekvenčního propustného pásma modulovaného signálu.

Konstelace modulace obsahuje dva vektory na reálné ose, kde jeden z nich je nulový a druhý je vysokofrekvenčním signálem o dané konstantní amplitudě bez fázového posunutí.

Nekoherentní detekce modulovaného signálu je aplikována pomocí reálného detektoru obálky.

Koherentní detekce modulovaného signálu je aplikována pomocí multiplikativního detektoru.



Otázky 4.2.

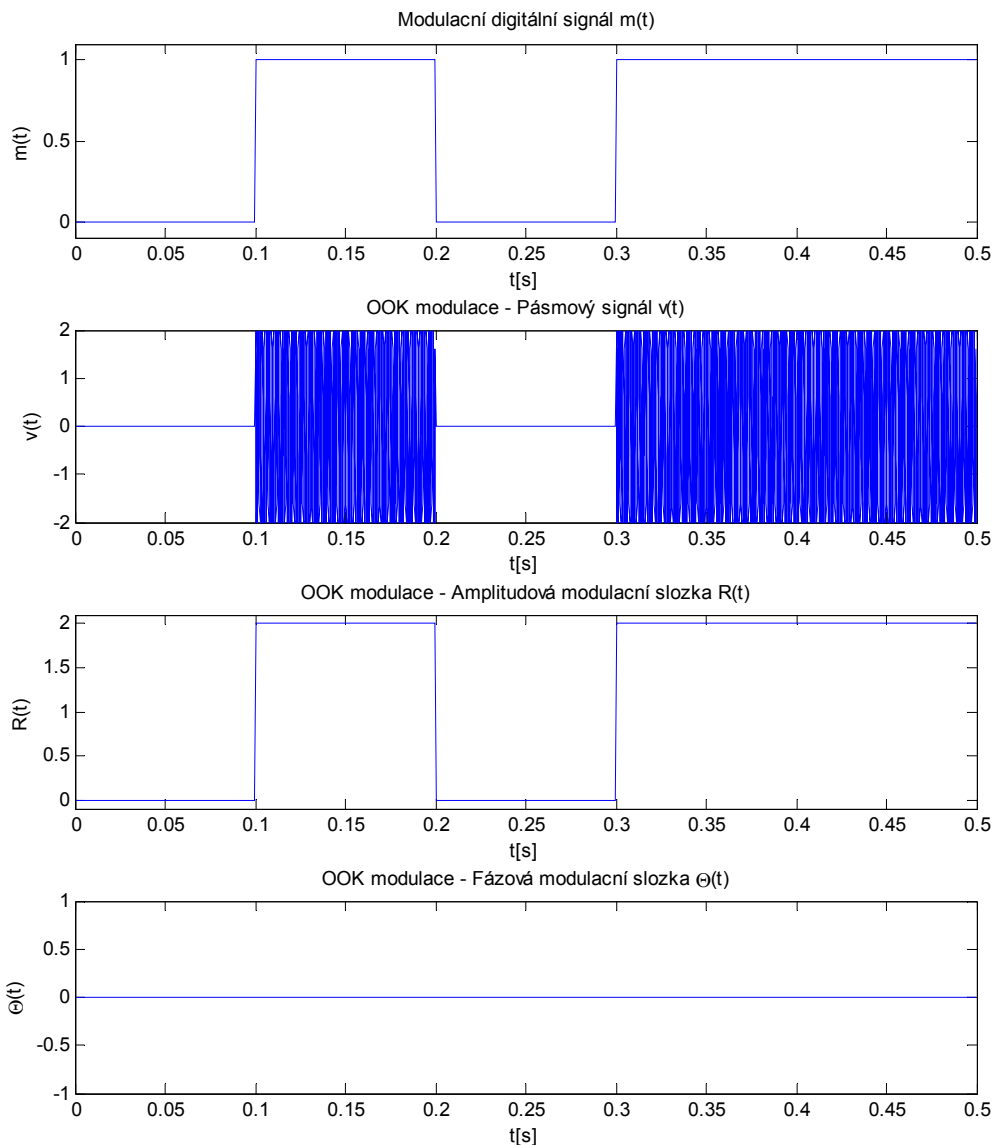
1. Jaký je základní princip ON-OFF klíčování?
2. Co je Raised cosine-rolloff filtr a jak je využit digitálním modulováním ON-OFF klíčováním?
3. Jaký je vzhled možných stavů konstelací digitální modulace ON-OFF klíčováním?
4. Jakým způsobem funguje nekoherentní detekce při ON-OFF klíčování?
5. Jakým způsobem funguje koherentní detekce při ON-OFF klíčování?

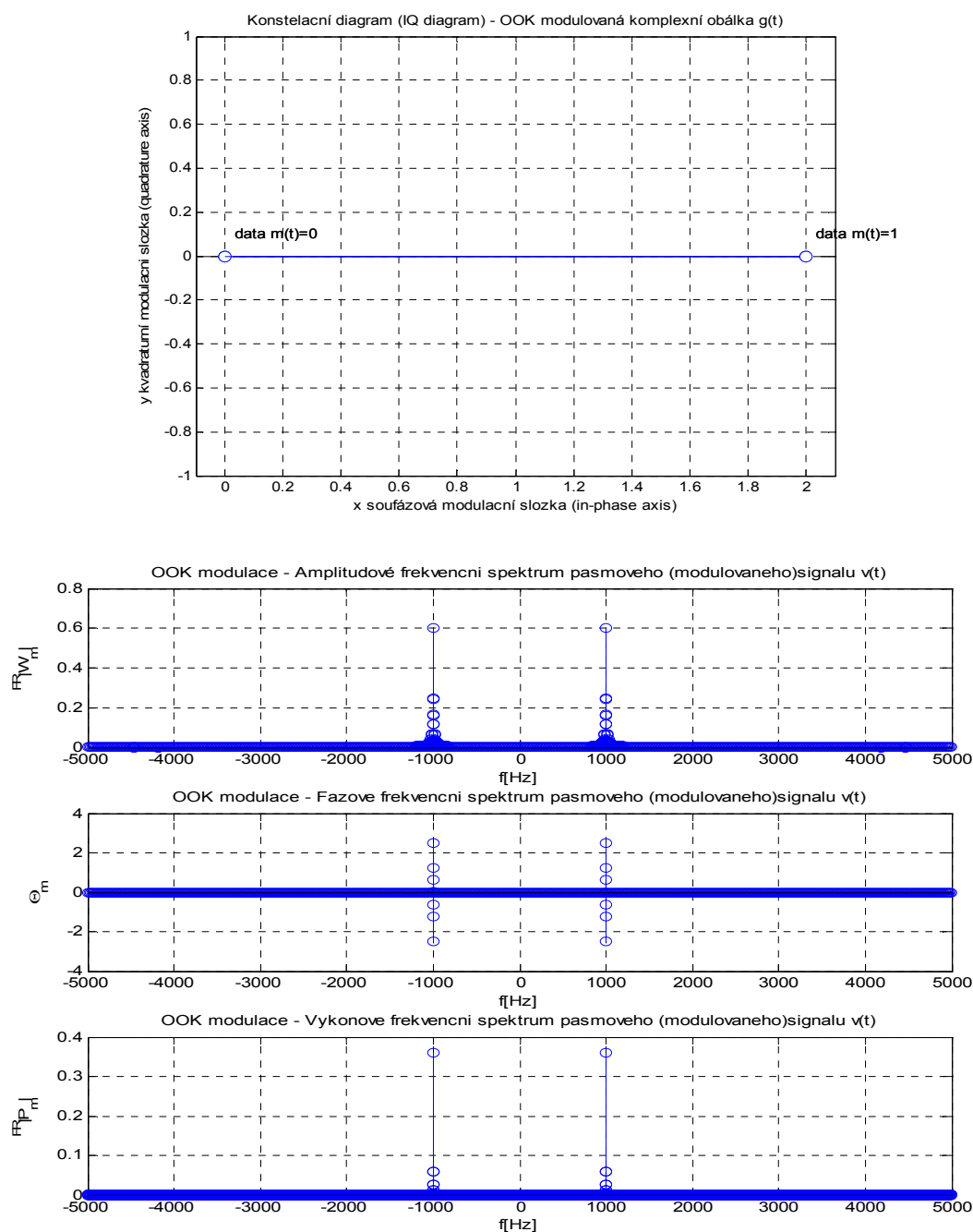


Úlohy k řešení 4.2.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu, který reprezentuje digitální modulační signál $m(t)$ v daném časovém okamžiku periody realizovaný 1bitovou hodnotou. Datová posloupnost digitálního signálu $m(t) = \{0, 1, 0, 1, 1\}$, perioda jednotlivých datových hodnot signálu je $T_m = 0,1s$, nosná frekvence je $f_c = 1000Hz$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je OOK. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Časový průběh amplitudové modulační složky $R(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Časový průběh fázové modulační složky $\theta(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Konstelační diagram (IQ diagram) komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab21_OOK_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *OOK_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *OOK_ASK.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *OOK.m*

4.3. Amplitudové klíčování ASK



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat digitální modulaci ASK klíčování pásmového signálu
- popsat princip ASK klíčování pásmového signálu
- popsat konstelace digitální modulace ASK



Výklad

Digitální modulace pásmového signálu označována **ASK klíčování** (Amplitude Shift Keying) je založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů. ASK klíčování je lineární digitální modulací bez paměti se symetrickou konstelací. Digitální modulace OOK je principiálně shodná s analogovou amplitudovou modulací AM. Pásmový signál digitálně modulovaný signál ASK modulací se používá v případech, kdy signál $m(t)$ je reprezentován polární NRZ, RZ nebo Manchester kódovaným digitálním signálem v základním frekvenčním pásmu.

Pásmový digitálně modulovaný signál ASK modulací je v případě zpracovávání binárního digitálního signálu podobně upravován jako pásmový signál modulací OOK, avšak modulace signálu reprezentující logickou hodnotu "0" nemá nulovou amplitudu, ale odlišnou oproti logické "1". Modulace ASK je modulací se symetrickou ekvidistantní **množinou kanálových symbolů** tvořenou lichými čísly definovaná vztahem

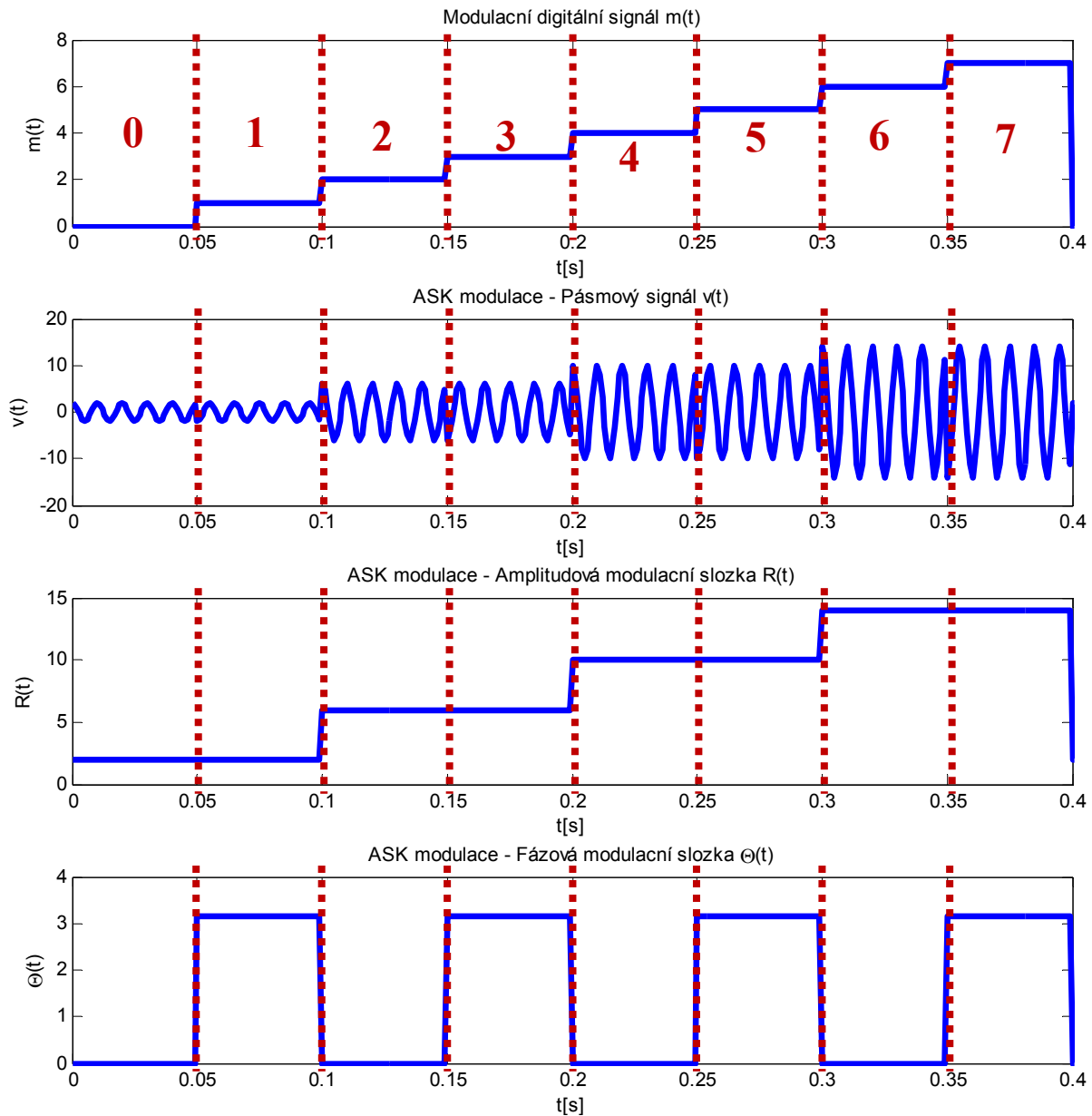
$$d_n = \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (MAX_STAVŮ - 1)\} = q_n \quad (4.3.1)$$

Kanálové symboly jsou rozmístěny pouze na reálné ose, z čehož vyplývá, že jsou **ryze reálné**.

Pomocí ASK modulace lze modulovat **více-stavové modulate**, kde mezi **základní typy** patří:

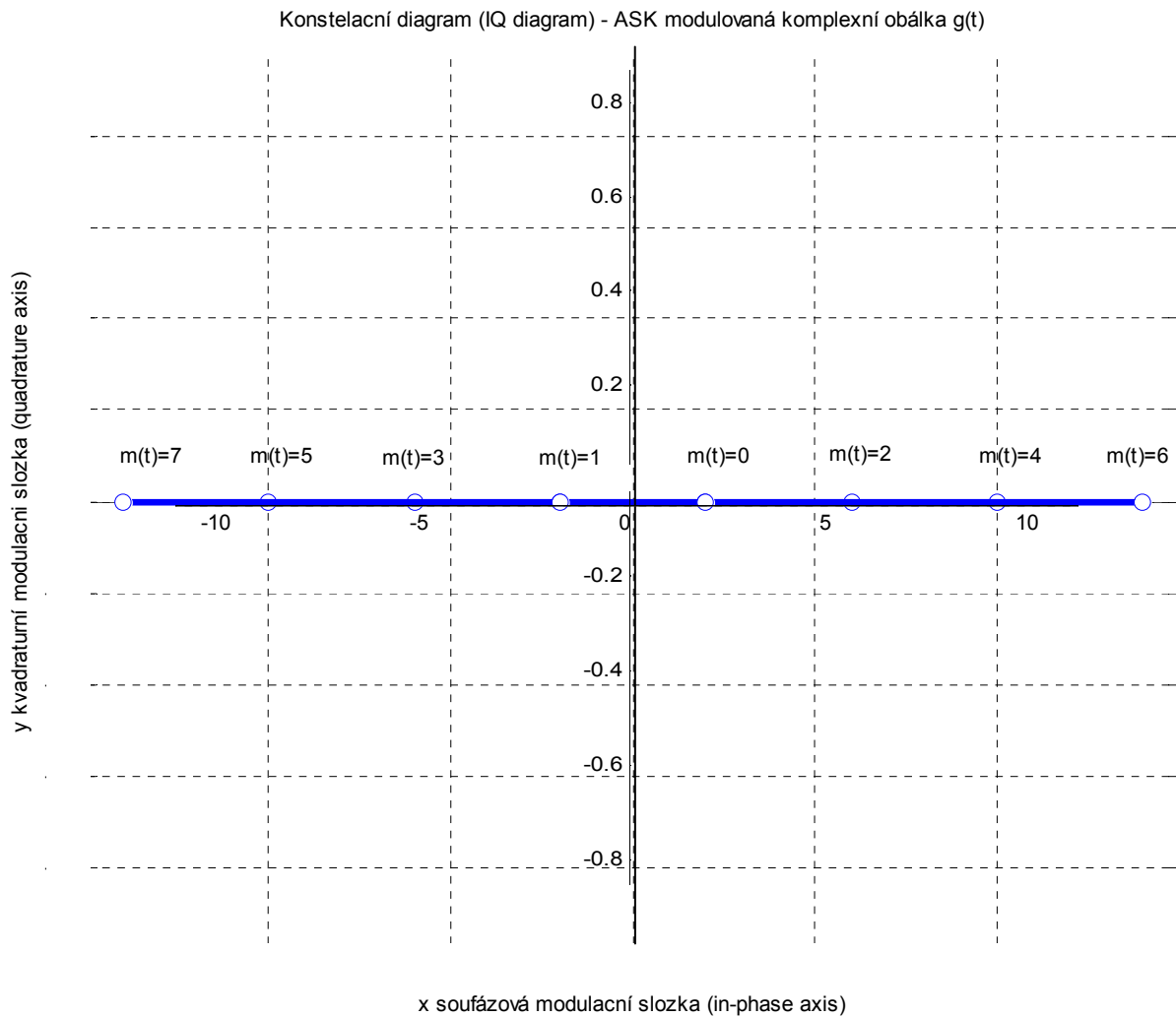
- 2-ASK ... dvou-stavová, umožňuje modulovat 2 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$
- 4-ASK ... čtyř-stavová, umožňuje modulovat 4 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$
- 8-ASK ... osmi-stavová, umožňuje modulovat 8 stavů v informačním signálu $m(t)$
- M-ASK ... M-stavová digitální modulace, obecně definovaná ASK modulace

Použití ASK modulace je nevýhodné v případě většího počtu datových symbolů z důvodu energetické účinnosti. Využívá se pouze v případech, kdy je nutné použít ryze reálný modulovaný signál s menším počtem stavů obsažených v informačním signálu $m(t)$.



Obr. 4.3.1. Časový průběh pásmového signálu a jednotlivých složek modulovaného 8-ASK modulací přenášejícího digitální datovou posloupnost $data=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

Konstelace modulace ASK klíčování obsahující rozložení všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$, resp. komplexní obálky $g(t)$ v prostorové komplexní rovině je definována počtem vektorů odpovídající počtu možných stavů ASK modulace, kde všechny vektory jsou pouze na reálné ose, kde konstantní amplitudovou modulační složku $R(t)$ mají vždy dva možné stavy. Tyto stavy, ve kterých je konstantní amplitudová modulační složka $R(t)$, mají fázovou modulační složku $\theta(t)$ rovnu 0° nebo posunutou o 180° , tedy $\frac{\pi}{2}$.

Obr. 4.3.2. Konstelace pásmového signálu $v(t)$ modulovaného 8-ASK modulací**Shrnutí pojmů 4.3.**

ASK klíčování je digitální modulace pásmového signálu založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů.

Modulace ASK je modulací se symetrickou ekvidistantní **množinou kanálových symbolů** tvořenou lichými čísly

Kanálové symboly jsou rozmístěny pouze na reálné ose, z čehož vyplývá, že jsou **ryze reálné**.

Základní typy ASK modulace definované dle počtu možných stavů jsou 2-ASK, 4-ASK, 8-ASK, M-ASK.

Konstelace modulace v prostorové komplexní rovině je definována vektory pouze na reálné ose, kde jeden z dvojice má shodnou amplitudu, avšak fázi posunutou o 180° .



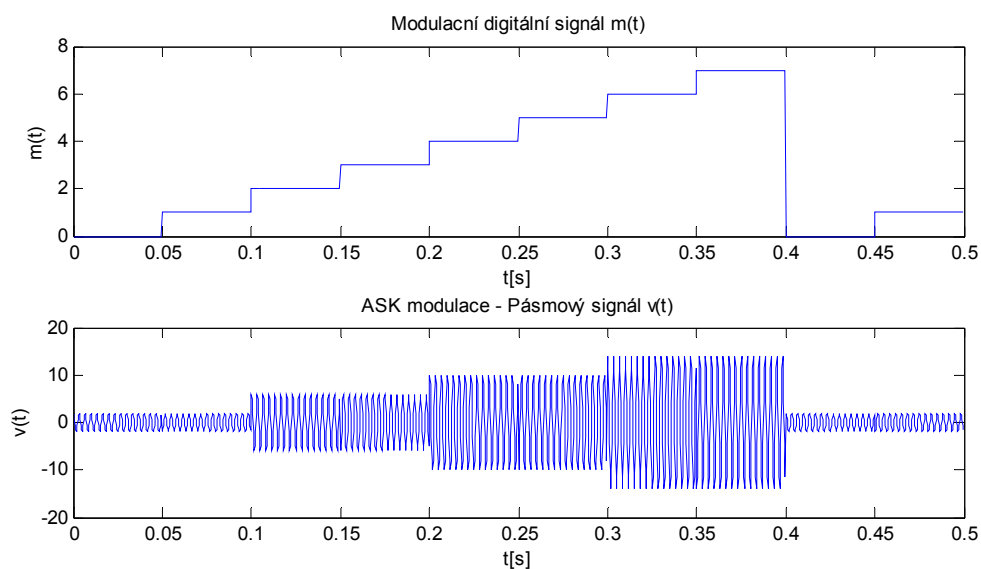
Otázky 4.3.

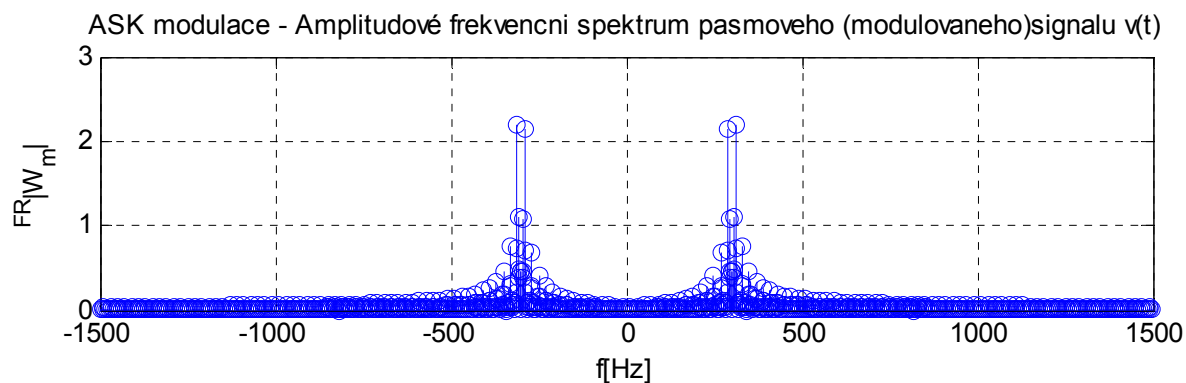
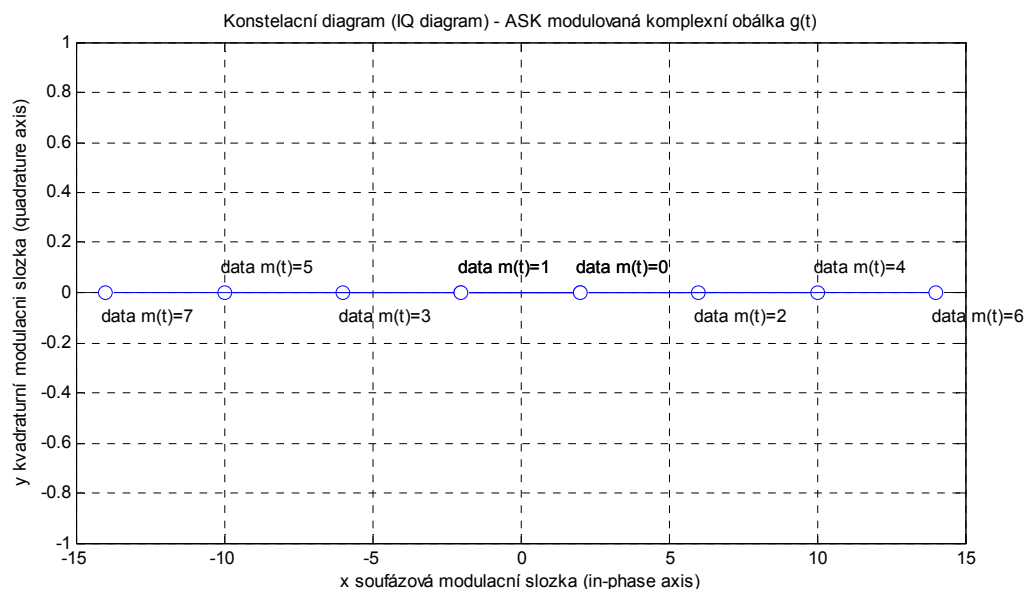
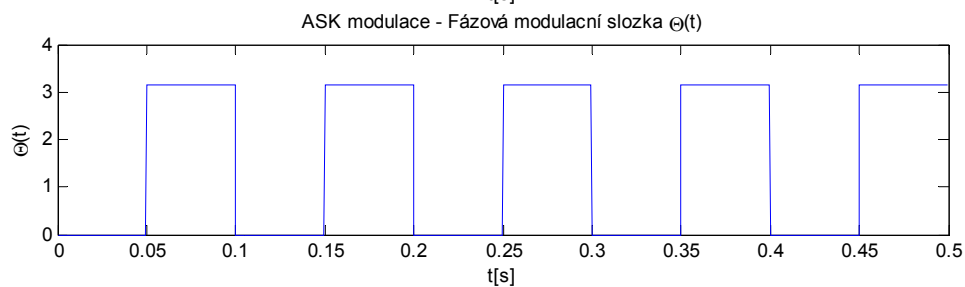
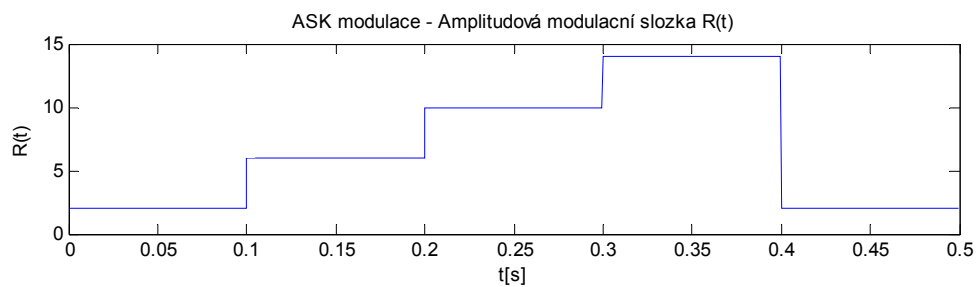
1. Jaký je základní princip ASK amplitudové klíčování?
2. Co je množina kanálových symbolů ASK amplitudového klíčování?
3. Jaký je vzhled možných stavů konstelací digitální modulace ASK amplitudové klíčování?
4. Jaké jsou základní typy ASK amplitudového klíčování?

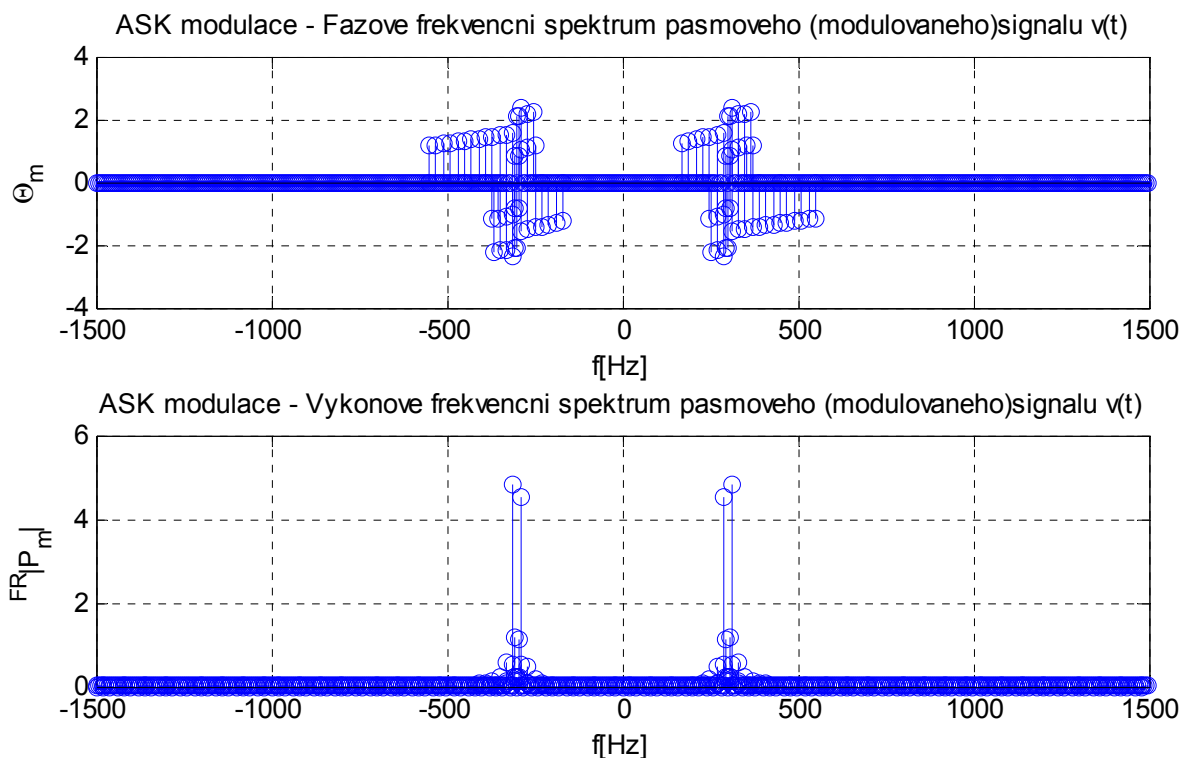


Úlohy k řešení 4.3.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu, který reprezentuje digitální modulační signál $m(t)$ v daném časovém okamžiku periody realizovaný 3bitovou hodnotou. Datová posloupnost digitálního signálu $m(t)=\{0,1,2,3,4,5,6,7,0,1\}$, perioda jednotlivých datových hodnot signálu je $T_m = 0,05s$, nosná frekvence je $f_c = 300Hz$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je 8ASK. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
 - Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
 - Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
 - Časový průběh amplitudové modulační složky $R(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
 - Časový průběh fázové modulační složky $\theta(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
 - Konstelační diagram (IQ diagram) komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.







CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab22_ASK_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *ASK_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *OOK_ASK.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *ASK.m*

4.4. Fázové klíčování PSK



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat digitální modulaci PSK klíčování pásmového signálu
- popsat princip PSK klíčování pásmového signálu
- popsat konstelace digitální modulace PSK



Výklad

Digitální modulace pásmového signálu označována **PSK klíčování** (Phase Shift Keying) je založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů. PSK klíčování je lineární digitální modulací bez paměti se symetrickou konstelací. Pásmový signál digitálně modulovaný PSK modulací je nejpoužívanějším případem modulace digitálního signálu v základním frekvenčním pásmu.

PSK modulace je založená na změně fáze vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel vektorové reprezentace v signálovém prostoru. Modulace PSK je tvořená symetrickou ekvidistantní **množinou kanálových symbolů**, kde kanálové symboly q_n se rovnají datovým symbolům d_n a jsou definovány vztahem

$$d_n = q_n \in \left\{ e^{j \frac{2\pi}{MAX_STAV} \cdot stav} \right\}_{stav=0}^{stav=MAX_STAV-1} \quad (4.4.1)$$

Modul jednotlivých symbolů je konstantní a platí:

$$|d_n|^2 = 1 \quad (4.4.2)$$

, z čehož vyplývá, že kanálové symboly PSK modulace mají konstantní energii.

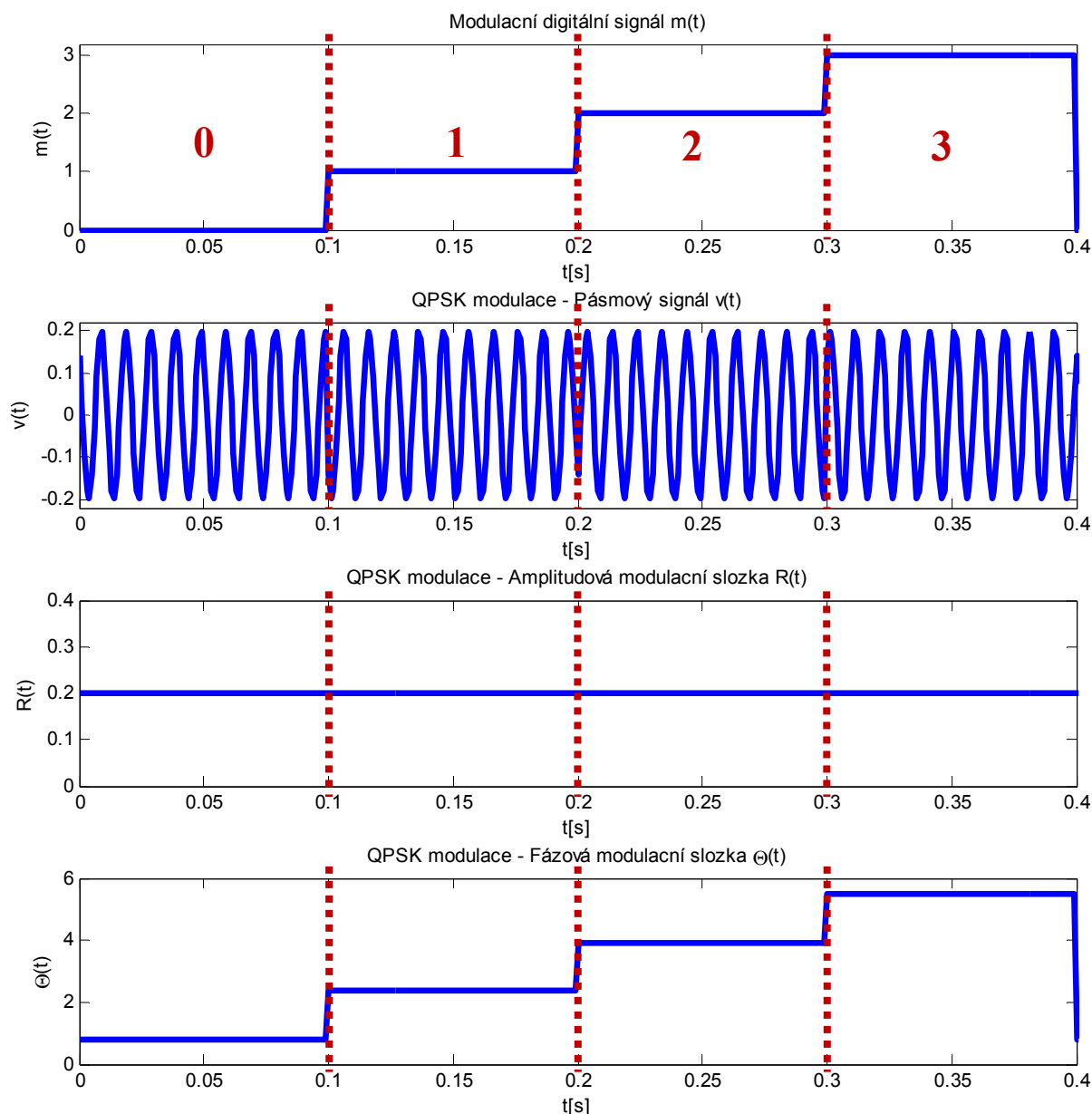
Kanálové symboly jsou rozmístěny ve stejné vzdálenosti od středu konstelace, tedy mají **shodný modul vektoru** a odlišují se rovnoměrně fází vektoru.

Pomocí PSK modulace lze modulovat **více-stavové modulace**, kde mezi **základní typy** patří:

- B-PSK ... dvou-stavová, umožňuje modulovat 2 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$ s kanálovými symboly $d_n \in \{-1, +1\}$.
- 4-PSK ... čtyř-stavová, umožňuje modulovat 4 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$ s kanálovými symboly $d_n \in \{+1, +j, -1, -j\}$.
- Q-PSK ... čtyř-stavová, umožňuje modulovat 4 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$ s kanálovými symboly:

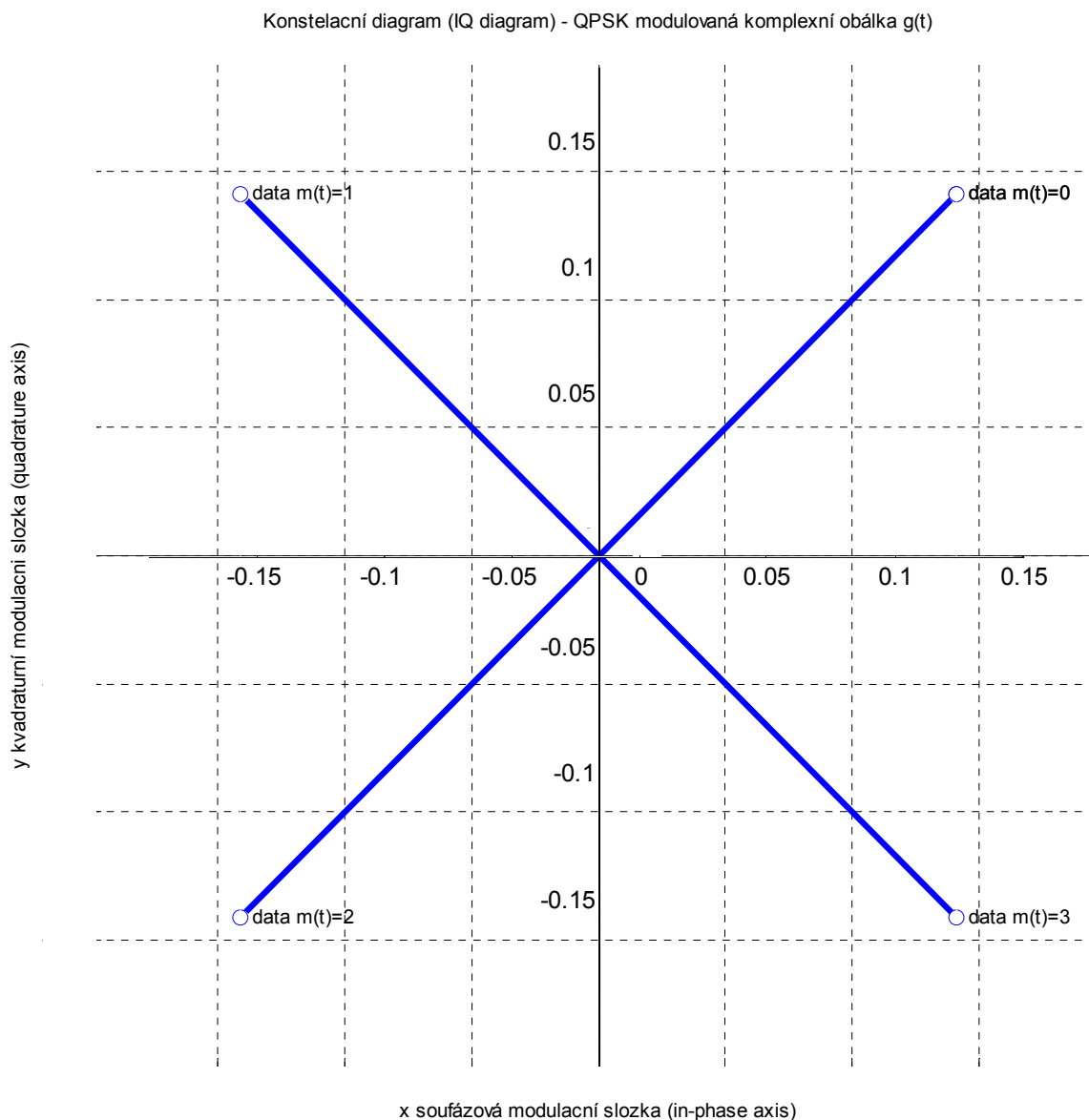
$$d_n \in \left\{ e^{j \frac{\pi}{4} \cdot stav} e^{j \frac{\pi}{2} \cdot stav} \right\}_{stav=0}^{stav=MAX_STAV-1} = \left\{ \frac{1+j}{\sqrt{2}}, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}, \frac{-1-j}{\sqrt{2}}, \frac{1-j}{\sqrt{2}} \right\} \quad (4.4.3)$$

- 8-PSK ... osmi-stavová, umožňuje modulovat 8 stavů v informačním signálu $m(t)$
- M-PSK ... M-stavová digitální modulace, obecně definovaná PSK modulace



Obr. 4.4.1. Časový průběh modulovaného QPSK signálu a jednotlivých modulačních složek přenášejícího digitální datovou posloupnost $data = \{0, 1, 2, 3\}$

Konstelace modulace PSK klíčování obsahující rozložení všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$, resp. komplexní obálky $g(t)$ v prostorové komplexní rovině je definována počtem vektorů odpovídající počtu možných stavů PSK modulace, kde všechny vektory jsou tvořeny konstantní amplitudovou modulační složkou $R(t)$. Jednotlivé stavy se odlišují pouze změnou fázové modulační složky $\theta(t)$, tedy úhlu natočení v komplexní obálce $g(t)$.



Obr. 4.4.2. Konstelace pásmového signálu $v(t)$ modulovaného QPSK modulací

Digitální modulace pásmového signálu označována **DPSK klíčování** (Differential Phase Shift Keying) je založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů. DPSK klíčování je lineární digitální modulací s pamětí se symetrickou konstelací, která je principiálně velmi podobná modulaci PSK.

DPSK modulace je založená na změně fáze vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel vektorové reprezentace v signálovém prostoru, avšak ne na absolutní hodnotě, ale na změně mezi sousedními kanálovými symboly v signálovém prostoru. Modulace DPSK je tvořená symetrickou ekvidistantní množinou datových symbolů d_n , které jsou definovány vztahem

$$d_n \in \left\{ e^{j \frac{2\pi}{MAX_STAV} \cdot stav} \right\}_{stav=0}^{stav=MAX_STAV-1} \quad (4.4.4)$$

Modul jednotlivých symbolů je konstantní a platí:

$$|d_n|^2 = 1 \quad (4.4.5)$$

, z čehož vyplývá, že kanálové symboly DPSK modulace mají stejně jako u PSK modulace konstantní energii.

Vztah mezi kanálovými a datovými symboly je definován pomocí závislosti na přechodech stavů modulátorů σ_n a rovná se:

$$\sigma_{n+1} = q_n = d_n \cdot \sigma_n \quad (4.4.6)$$

Matematicky tedy jde o změnu fáze pomocí násobení dvou komplexních čísel na jednotkové kružnici. Argumenty se poté sčítají. Oproti PSK je DPSK modulace jednodušší při konstrukci demodulátoru a jeho synchronizační části.



Shrnutí pojmů 4.4.

PSK klíčování je digitální modulace pásmového signálu založena na principu klíčováním binárních a více-stavových digitálních signálů.

Modulace PSK je lineární modulací bez paměti se symetrickou ekvidistantní **množinou kanálových symbolů**

Kanálové symboly jsou rozmístěny ve stejné vzdálenosti od středu konstelace, tedy mají **shodný modul vektoru** a odlišují se rovnoměrně fází vektoru.

Základní typy PSK modulace definované dle počtu možných stavů jsou B-PSK, 4-PSK, Q-PSK, 8-PSK, M-PSK.

Modulace DPSK lineární digitální modulací s paměti se symetrickou konstelací, která je principiálně velmi podobná modulaci PSK.

DPSK modulace je založená na **změně fáze** vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel vektorové reprezentace v signálovém prostoru, avšak ne na absolutní hodnotě, ale na **změně mezi sousedními kanálovými symboly** v signálovém prostoru.



Otázky 4.4.

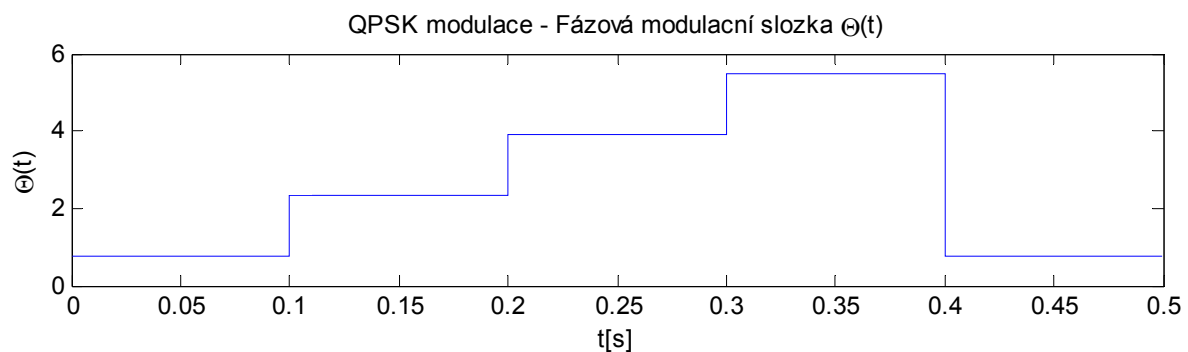
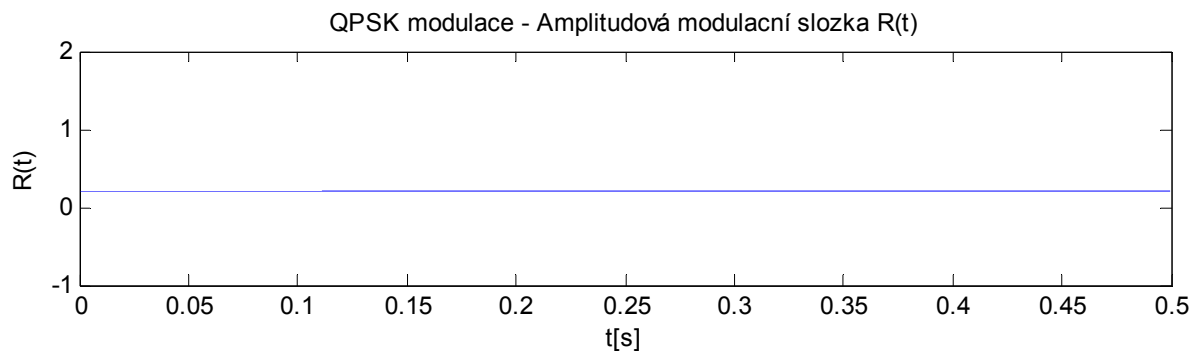
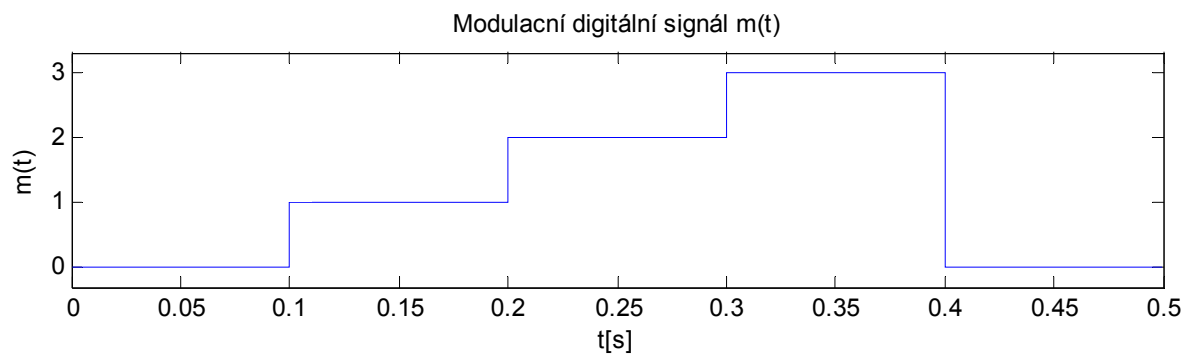
1. Jaký je základní princip PSK fázového klíčování?
2. Co je množina kanálových symbolů PSK fázového klíčování?
3. Jaký je vzhled možných stavů konstelací digitální modulace PSK fázového klíčování?
4. Jaké jsou základní typy PSK fázového klíčování?
5. Jaký je základní princip DPSK diferenčního fázového klíčování?

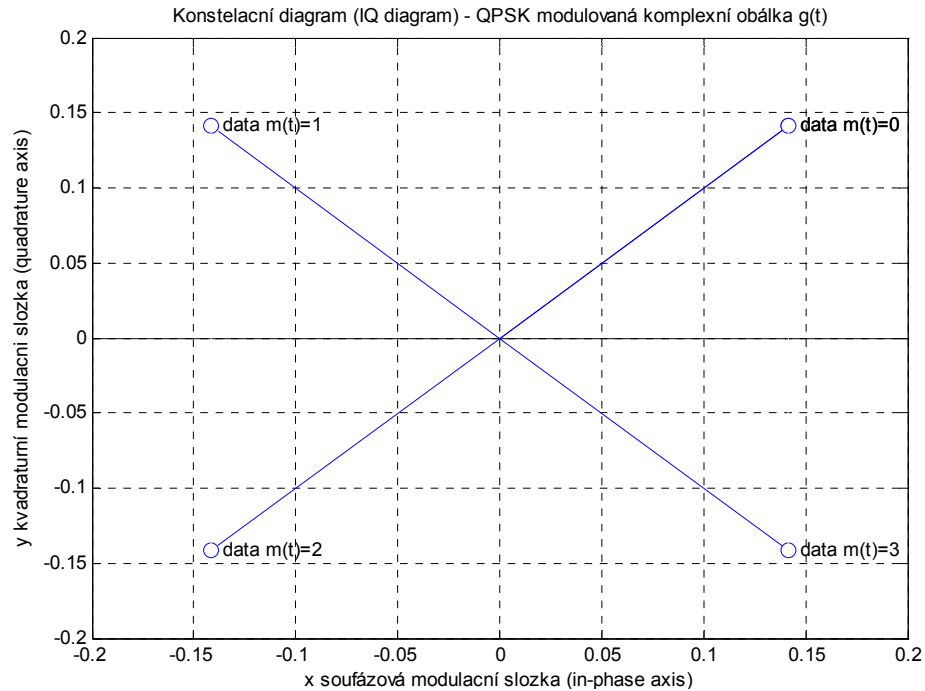
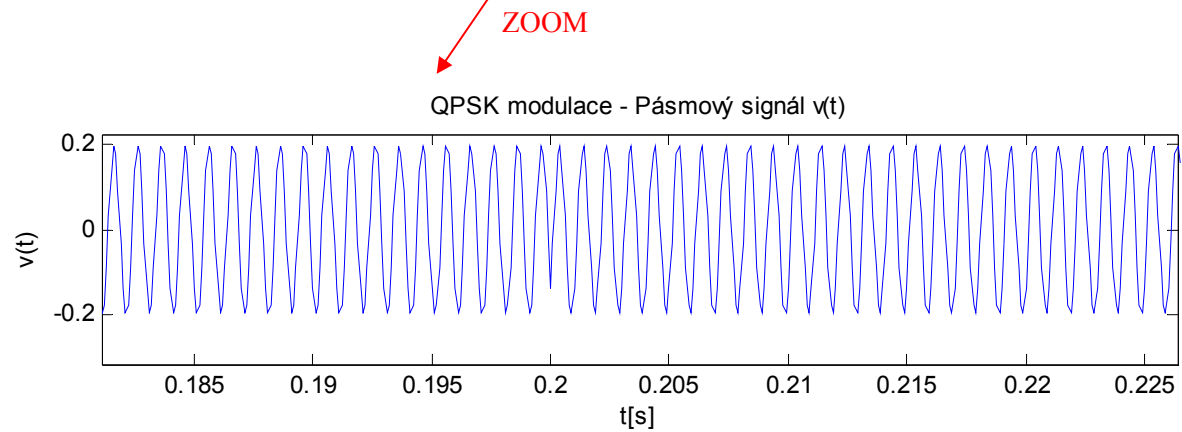
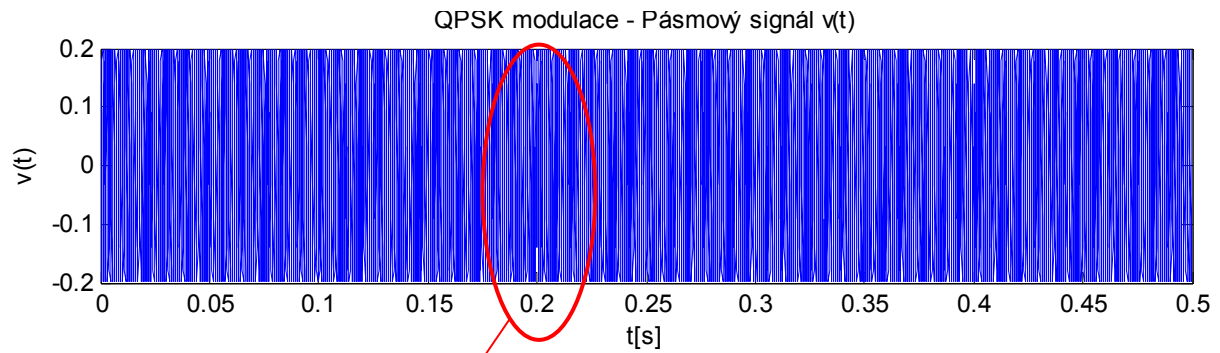


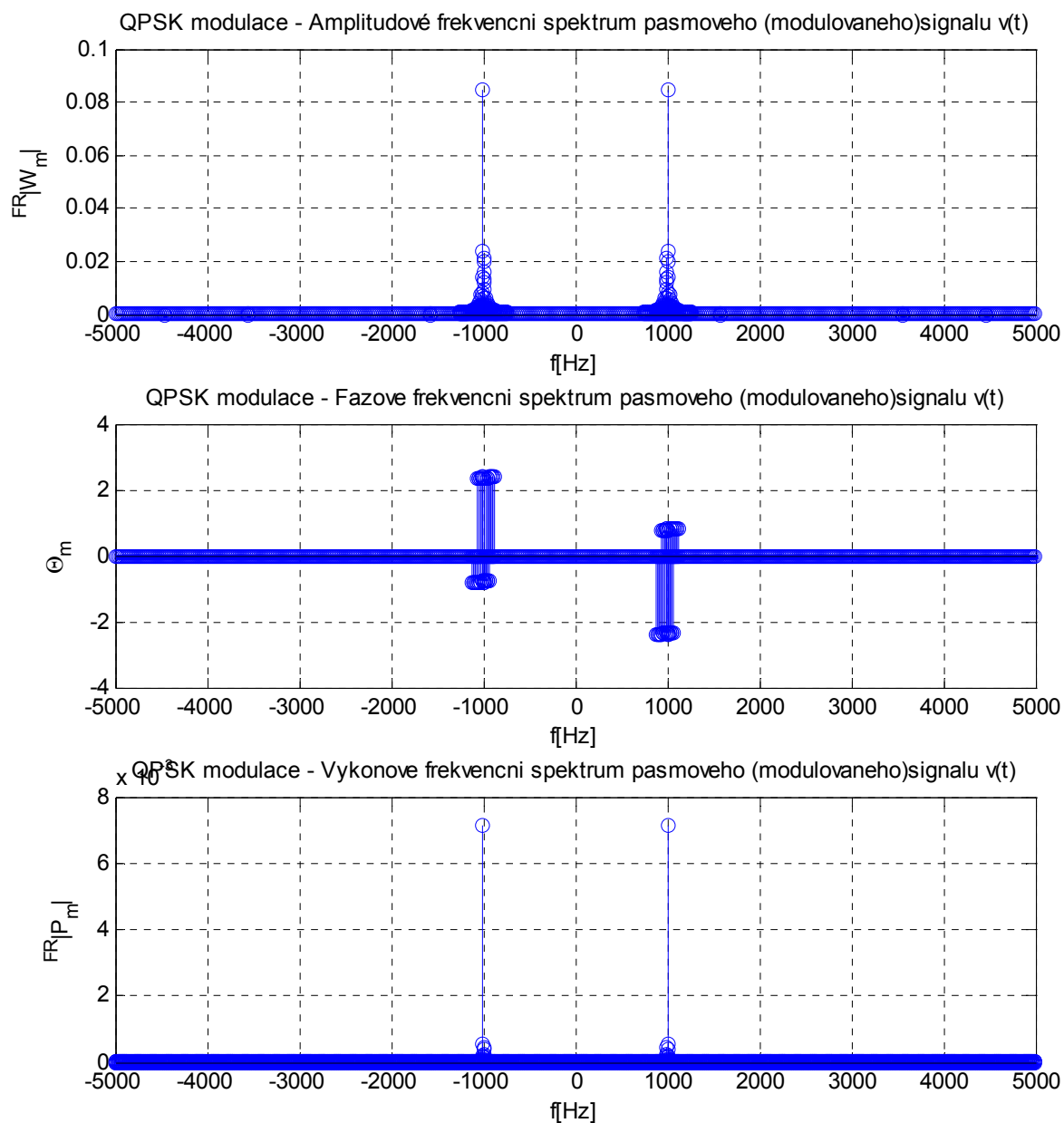
Úlohy k řešení 4.4.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu, který reprezentuje digitální modulační signál $m(t)$ v daném časovém okamžiku periody realizovaný 2bitovou hodnotou. Datová posloupnost digitálního signálu $m(t)=\{0,1,2,3,0\}$, perioda jednotlivých datových hodnot signálu je $T_m = 0,1s$, nosná frekvence je $f_c = 1000Hz$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je QPSK. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh amplitudové modulační složky $R(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Časový průběh fázové modulační složky $\theta(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Konstelační diagram (IQ diagram) komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.







CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab23_PSK_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *PSK_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *PSK_FSK.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *QPSK.m*

4.5. Frekvenční klíčování FSK



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat digitální modulaci FSK klíčování pásmového signálu
- popsat princip FSK klíčování pásmového signálu
- popsat konstelace digitální modulace FSK



Výklad

Digitální modulace pásmového signálu označována **FSK klíčování** (Frequency Shift Keying) je založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů. FSK klíčování je nelineární digitální modulací bez paměti. Pásmový signál digitálně modulovaný.

FSK modulace je založená na změně frekvence modulovaného pásmového signálu. Amplitudová modulační složka $R(t)$ komplexní obálky $g(t)$ modulovaného FSK signálu je konstantní. Digitální modulace FSK je identická s principy FM modulace avšak digitálního signálu. Proměnnou, kterou je realizována FSK modulace je fázová modulační složka $\theta(t)$, která je kontinuálně spojitě měněna dle aktuální digitální hodnoty datového toku. Frekvence je pro dané stavy, tedy po dobu nastavení aktuální digitální hodnoty konstantní, což znamená, že **kanálové symboly** rozmístěné ve stejné vzdálenosti od středu konstelace, tedy mající **shodný modul vektoru** se odlišují lineárně se po těchto časových úsecích měnící fází vektoru. Datové symboly d_n jsou definovány vztahem:

$$d_n = \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (MAX_STAVŮ - 1)\} \quad (4.5.1)$$

Modul jednotlivých symbolů je konstantní a platí:

$$|d_n|^2 = 1 \quad (4.5.2)$$

, z čehož vyplývá, že kanálové symboly FSK modulace mají konstantní energii.

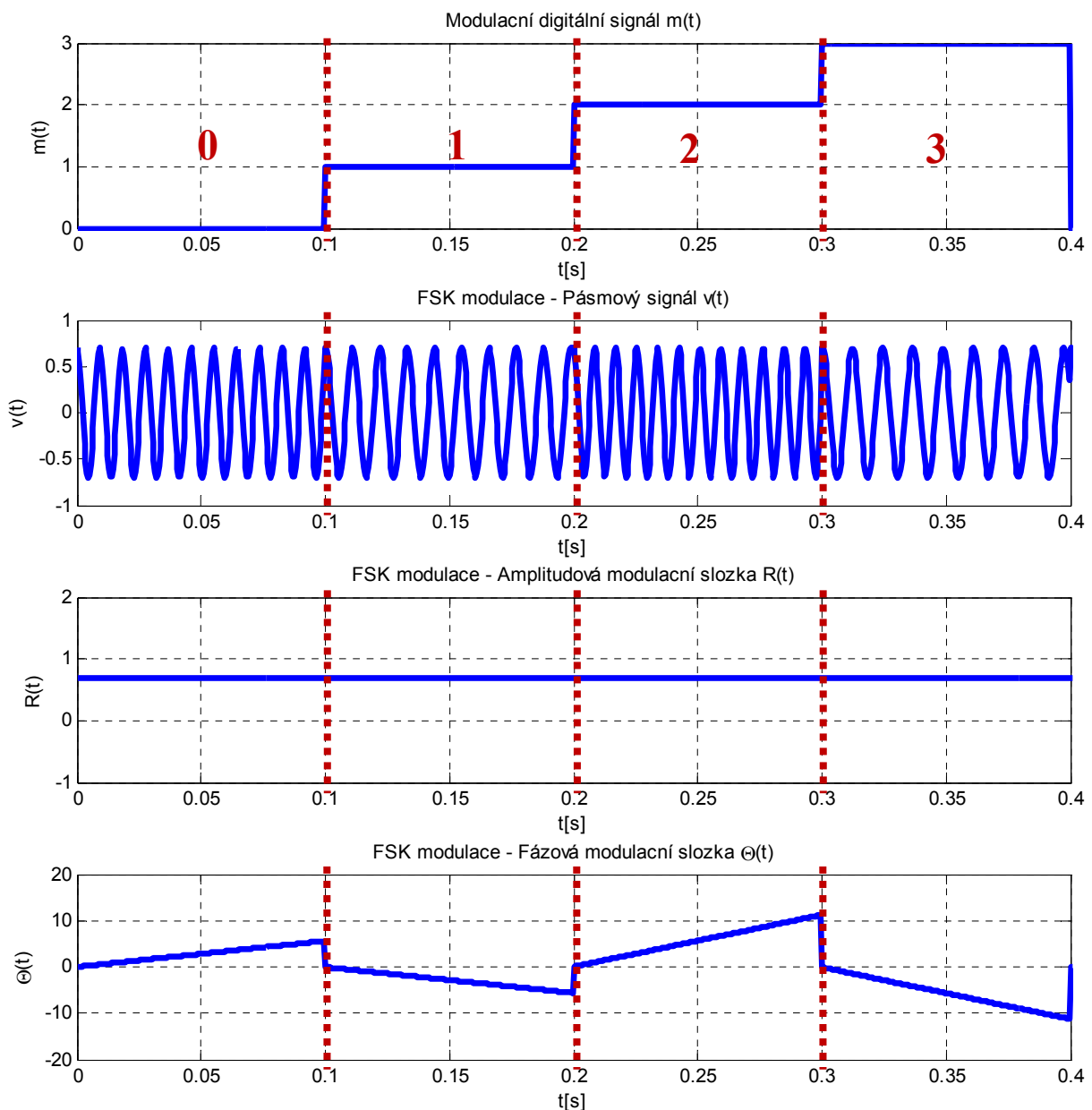
Definované frekvence odpovídají jednotlivým datovým hodnotám v ekvidistantních pozicích vektorové reprezentace v signálovém prostoru. Kmitočtová separace Δf je kladná reálná konstanta. Modulační index κ lze vyjádřit vztahem:

$$\kappa = \Delta f \cdot T_s \quad (4.5.3)$$

Kanálové symboly jsou rozmístěny ve stejné vzdálenosti od středu konstelace, tedy mají **shodný modul vektoru** a odlišují se konstantou násobku lineárně měnící se fáze vektoru.

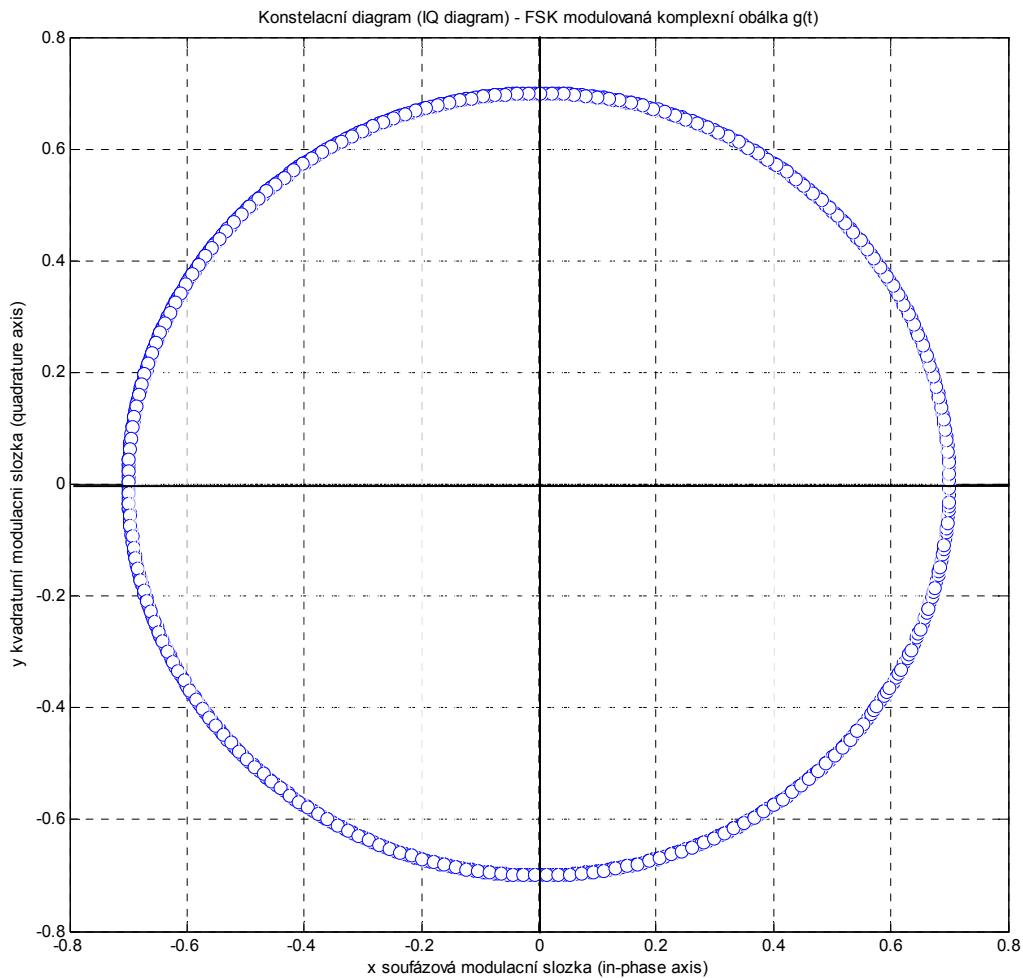
Pomocí FSK modulace lze modulovat **více-stavové modulace**, kde mezi **základní typy** patří:

- 2-FSK ... dvou-stavová, umožňuje modulovat 2 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$ s kanálovými symboly $d_n \in \{-1, +1\}$.
- 4-FSK ... čtyř-stavová, umožňuje modulovat 4 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$ s kanálovými symboly $d_n \in \{+1, +3, -1, -3\}$.
- M-FSK ... M-stavová digitální modulace, obecně definovaná FSK modulace



Obr. 4.5.1. Časový průběh modulovaného 4-FSK signálu a jednotlivých modulačních složek přenášejícího digitální datovou posloupnost $data = \{0, 1, 2, 3\}$

Konstelace modulace FSK klíčování obsahující rozložení všech možných vektorů popisujících modulační signál $m(t)$, resp. komplexní obálku $g(t)$ v prostorové komplexní rovině je definována jako lineárně se měnící fáze vektoru s rychlostí změny odpovídající možným stavům FSK modulace, kde všechny vektory jsou tvořeny konstantní amplitudovou modulační složkou $R(t)$. Jednotlivé stavy se odlišují pouze lineárně se měnící změnou fázové modulační složky $\theta(t)$, tedy úhlu natočení v komplexní obálce $g(t)$, která se spojitě mění s konstantní strmostí pro daný stav. Touto spojitou změnou fázové modulační složky $\theta(t)$ se mírně mění frekvence modulovaného signálu $v(t)$.



Obr. 4.5.2. Konstelace pásmového signálu $v(t)$ modulovaného 4-FSK modulací.



Shrnutí pojmů 4.5.

FSK klíčování je digitální modulace pásmového signálu založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů.

Modulace FSK je nelineární modulací bez paměti se symetrickou ekvidistantní **množinou kanálových symbolů**

Kanálové symboly jsou rozmístěny ve stejné vzdálenosti od středu konstelace, tedy mají **shodný modul vektoru** a odlišují se konstantou lineární kontinuální změny fáze vektoru.

Základní typy FSK modulace definované dle počtu možných stavů jsou 2-FSK, 4-FSK, M-FSK.



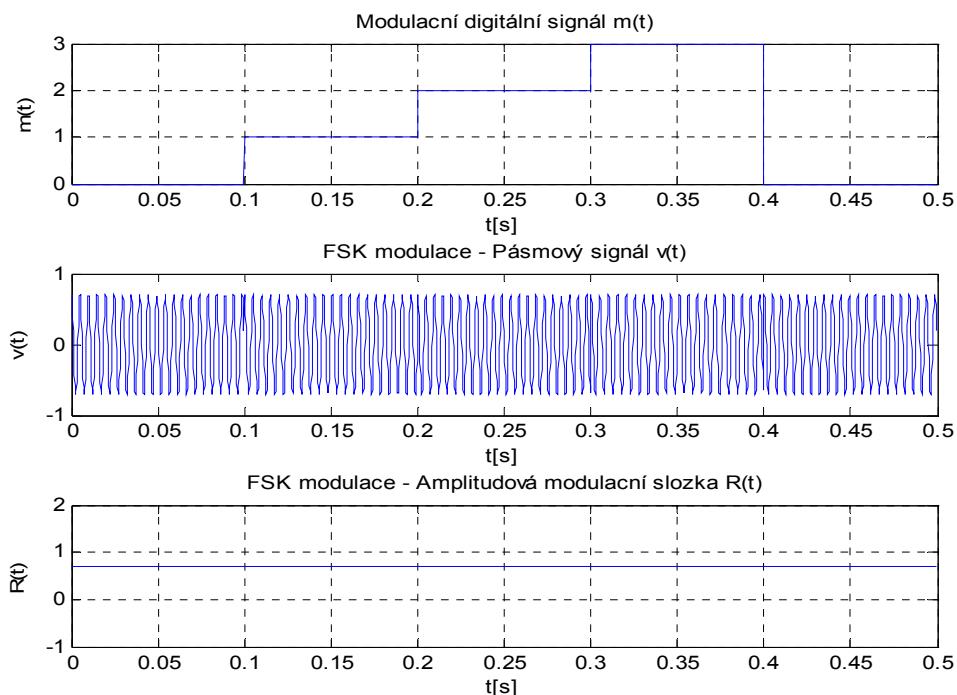
Otázky 4.5.

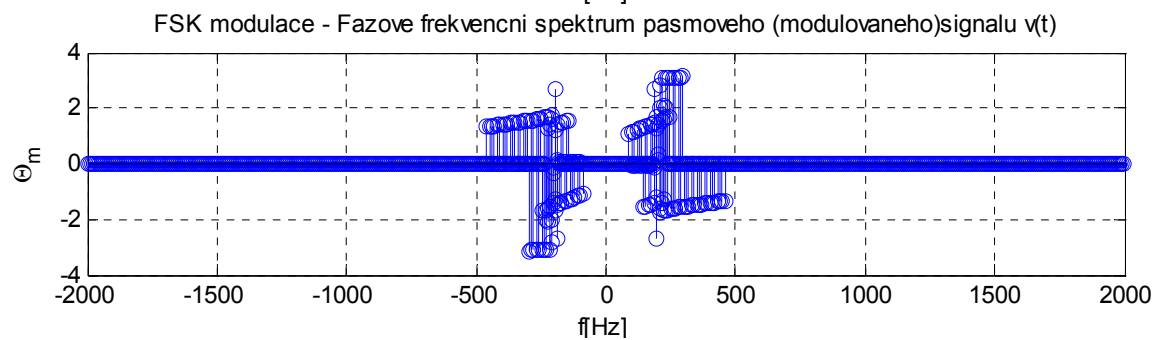
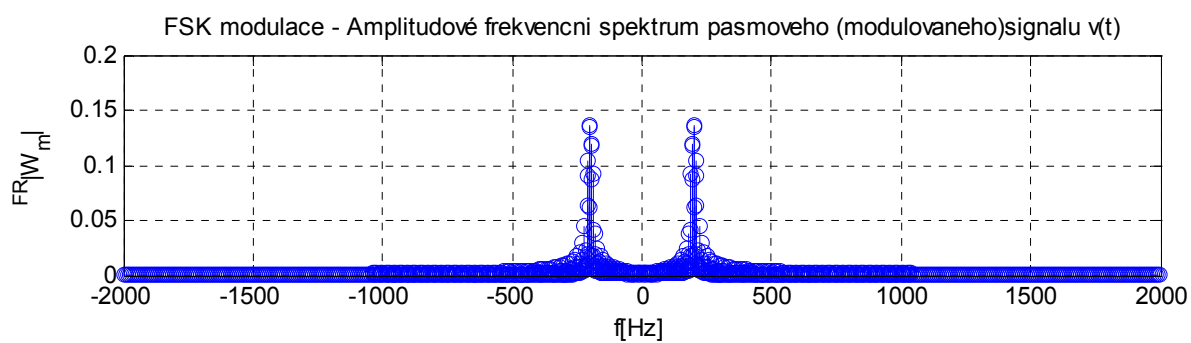
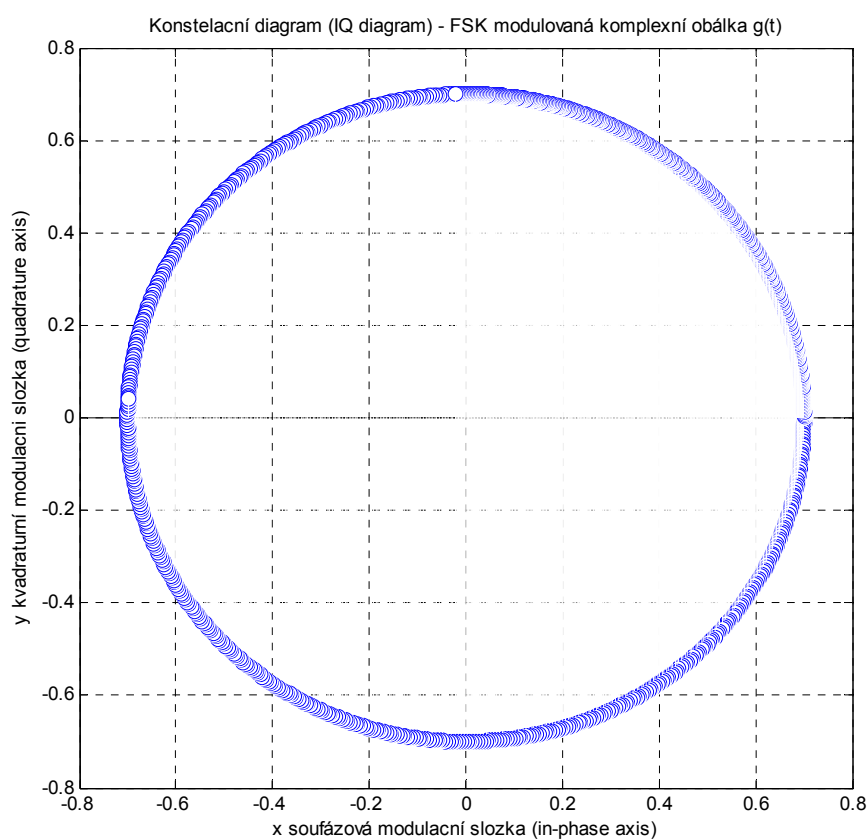
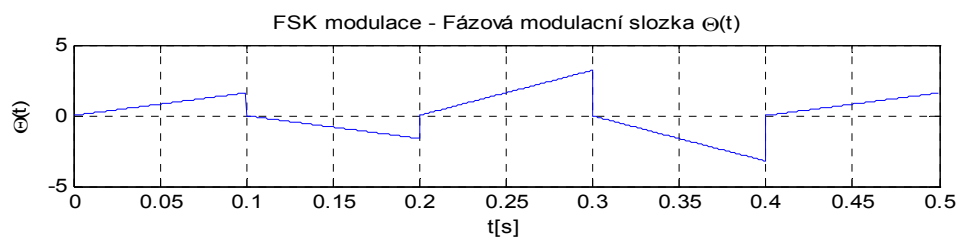
1. Jaký je základní princip FSK frekvenčního klíčování?
2. Co je množina kanálových symbolů FSK frekvenčního klíčování?
3. Jaký je vzhled možných konstelačního diagramu digitální modulační FSK frekvenčního klíčování?
4. Jaké jsou základní typy FSK frekvenčního klíčování?

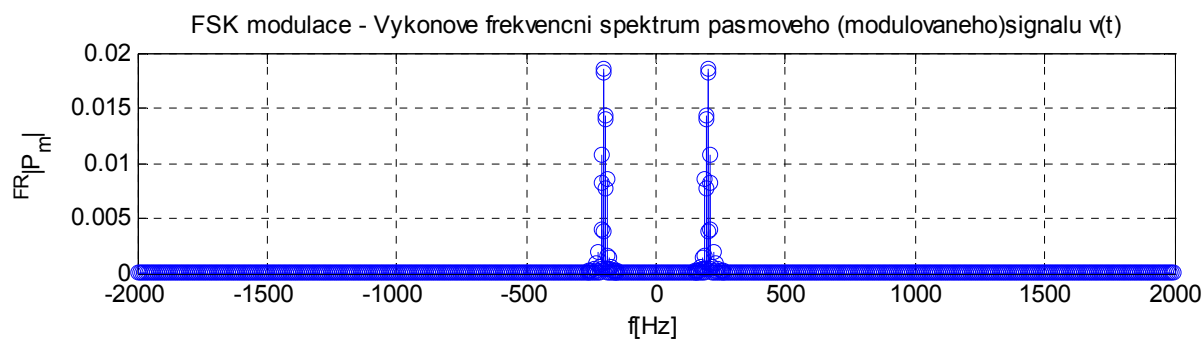


Úlohy k řešení 4.5.

1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu, který reprezentuje digitální modulační signál $m(t)$ v daném časovém okamžiku periody realizovaný 2bitovou hodnotou. Datová posloupnost digitálního signálu $m(t)=\{0,1,2,3,0\}$, perioda jednotlivých datových hodnot signálu je $T_m = 0,1s$, nosná frekvence je $f_c = 200Hz$. Modulační použitá pro generování a přenos pásmového signálu je FSK. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
 - Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
 - Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
 - Časový průběh amplitudové modulační složky $R(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
 - Časový průběh fázové modulační složky $\theta(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
 - Konstelační diagram (IQ diagram) komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.







CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab24_FSK_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *FSK_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *PSK_FSK.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *FSK.m*

4.6. Kvadrurní amplitudové klíčování QAM, APSK



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat digitální modulaci QAM, APSK klíčování pásmového signálu
- popsat princip QAM, APSK klíčování pásmového signálu
- popsat konstelace digitální modulace QAM, APSK



Výklad

Digitální modulace pásmového signálu označována **QAM klíčování** (Quadrature Amplitude Modulation, Quadrature Amplitude Shift Keying) je založena na principu klíčování více-stavových digitálních signálů. QAM klíčování je lineární digitální modulací bez paměti tvořená součtem dvou ASK modulací v kvadrurních složkách.

QAM modulace je založená na změně fáze i změně velikosti vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel a amplituda vektorové reprezentace v signálovém prostoru. Modulace QAM je tvořená symetrickou ekvidistantní **množinou kanálových symbolů**, kde kanálové symboly q_n se rovnají datovým symbolům d_n a jsou definovány vztahem

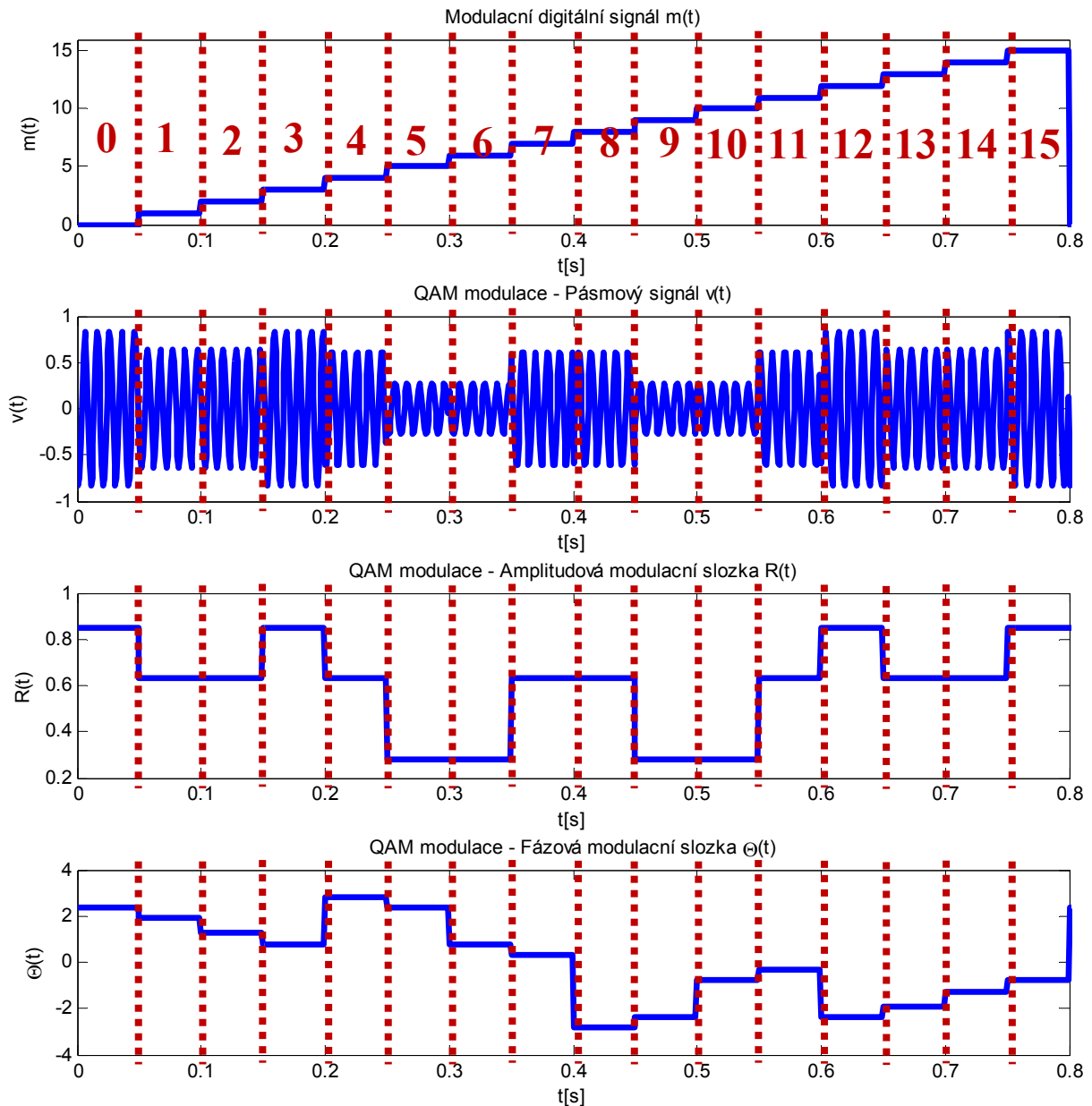
$$d_n = q_n \in \left\{ d^{(stav)} \right\}_{stav=1}^{stav=MAX_STAV} \subset \left\{ d^{(stav_1, stav_2)} \right\}_{stav_1=1, stav_2=1}^{stav_1=MAX_STAV_1, stav_2=MAX_STAV_2} = (2 \cdot stav_1 - MAX_STAV_1 - 1) + j(2 \cdot stav_2 - MAX_STAV_2 - 1) \quad (4.6.1)$$

, většinou jsou některé krajní kanálové symboly z konstelace odstraněny. V QAM modulaci je nutné nejprve definovat kolik kanálových symbolů modulace QAM obsahuje, z čehož vyplývá tvar konstelačního diagramu.

Kanálové symboly jsou rozmístěny v pravoúhlém rastru v okolí středu konstelace, tedy mají **odlišný modul vektoru** a odlišují se také fází vektoru.

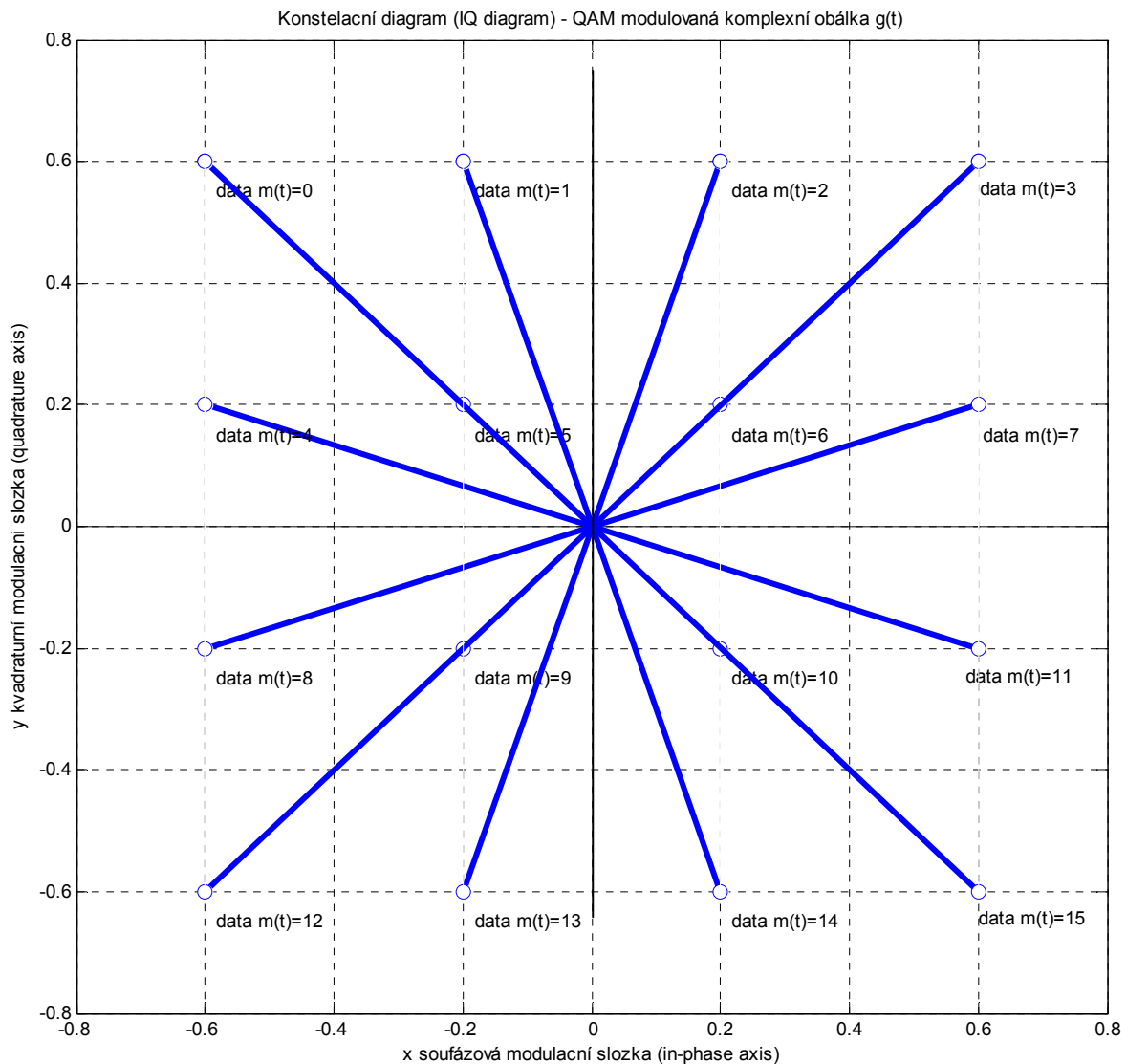
Pomocí QAM modulace lze modulovat **více-stavové modulace**, kde mezi **základní typy** patří:

- 4-QAM ... čtyř-stavová, umožňuje modulovat 4 stavy obsažené v informačním signálu $m(t)$.
- 16-QAM ... šestnácti-stavová, umožňuje modulovat 16 stavů obsažených v informačním signálu $m(t)$.
- 32-QAM ... třicetidvou-stavová, umožňuje modulovat 32 stavů obsažených v informačním signálu $m(t)$.
- 64-QAM ... šedesátčtyř-stavová, umožňuje modulovat 64 stavů v informačním signálu $m(t)$.
- M-QAM ... M-stavová digitální modulace, obecně definovaná QAM modulace



Obr. 4.6.1. Časový průběh modulovaného QAM signálu s jednotlivými modulačními složkami přenášejícího digitální datovou posloupnost $data = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

Konstelace modulace QAM klíčování obsahující rozložení všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$, resp. komplexní obálky $g(t)$ v prostorové komplexní rovině je definována počtem vektorů odpovídající počtu možných stavů QAM modulace kde jednotlivé vektory jsou rozmístěny ve pravoúhlého rastru odlišující se amplitudou i úhlem natočení fáze. Tedy pro definovaný stav existuje daná amplitudová modulační složka $R(t)$ a daná fázová modulační složka $\theta(t)$. Tedy modulaci QAM je přenášen informační digitální signál s proměnnou amplitudovou modulační složkou $R(t)$ a proměnnou fázovou modulační složkou $\theta(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.



Obr. 4.6.2. Konstelace pásmového signálu $v(t)$ modulovaného 16-QAM modulací

Digitální modulace pásmového signálu označována **APSK klíčování** (Amplitude Phase Shift Keying) je založena na principu klíčování více-stavových digitálních signálů. APSK klíčování je lineární digitální modulací bez paměti tvořená kombinací ASK modulací a PSK modulací. Kanálové symboly q_n jsou, oproti pravoúhlému rastru konstelace QAM modulace, rovnoměrně v konstelaci rozmístěny v kruhově symetrické množině.

Pomocí APSK modulace lze modulovat **více-stavové modulace**, kde mezi **základní typy** patří:

- 8-APSK ...osmi-stavová, umožňuje modulovat 8 stavů obsažených v informačním signálu $m(t)$.
- 16-APSK ... šestnácti-stavová, umožňuje modulovat 16 stavů obsažených v informačním signálu $m(t)$.
- M-APSK ... M-stavová digitální modulace, obecně definovaná APSK modulace



Shrnutí pojmů 4.6.

QAM klíčování je lineární digitální modulací bez paměti tvořená součtem dvou ASK modulací v kvadrantních složkách.

QAM modulace je založená na **změně fáze i změně velikosti vektoru** signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel a amplituda vektorové reprezentace v signálovém prostoru a kanálové symboly jsou rozmístěny v **pravoúhlém rastru** v okolí středu konstelace.

Základní typy QAM modulace definované dle počtu možných stavů jsou 4-QAM, 16-QAM, 32-QAM, 64-QAM, 256-QAM, M-QAM.

APSK klíčování je lineární digitální modulací bez paměti tvořená kombinací ASK modulací a PSK modulací.

Kanálové symboly jsou v konstelaci rovnoměrně rozmístěny v **kruhově symetrické množině**.

Základní typy APSK modulace definované dle počtu možných stavů jsou 8-APSK, 16-APSK, M-APSK.



Otázky 4.6.

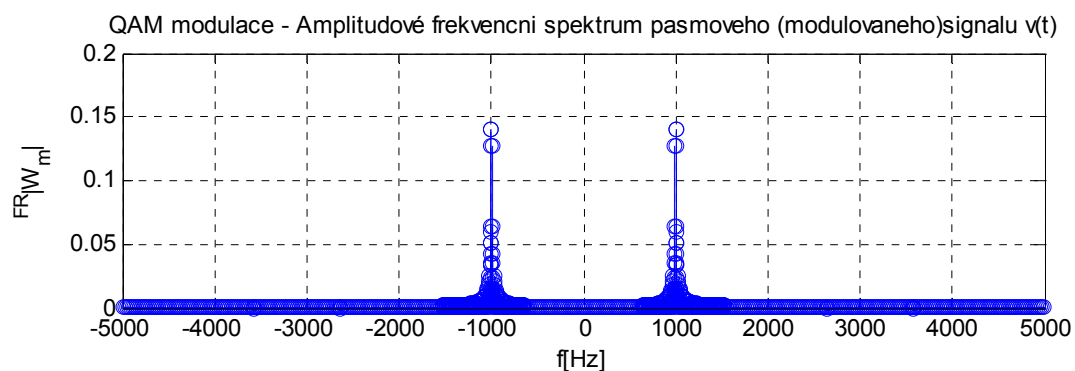
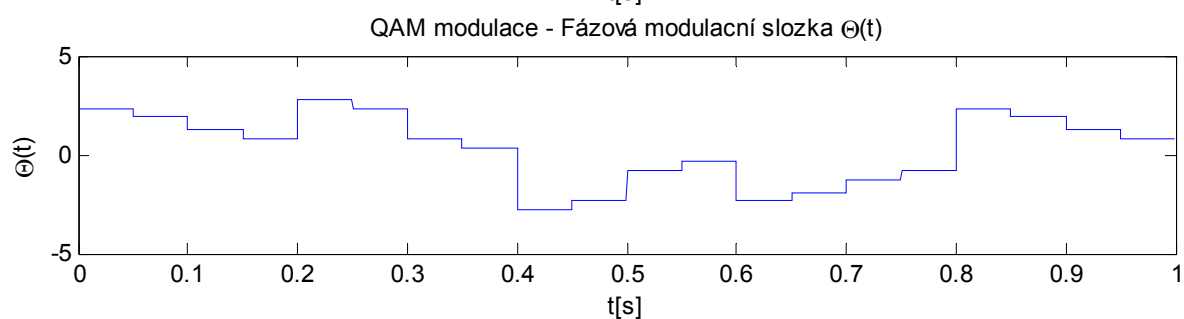
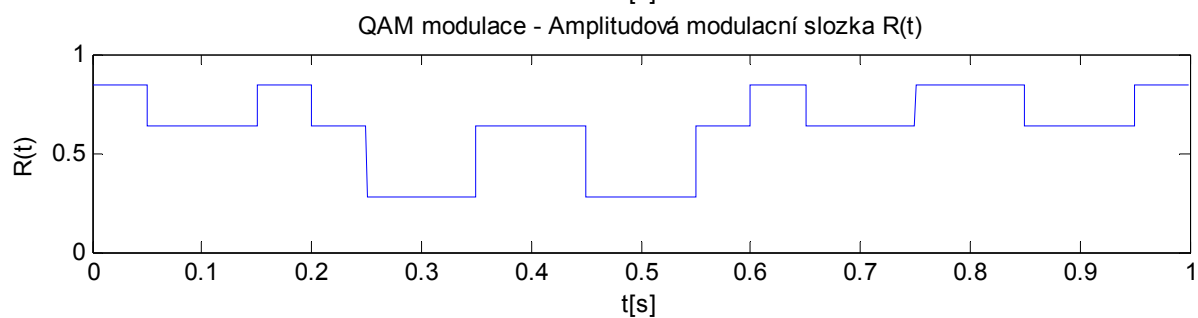
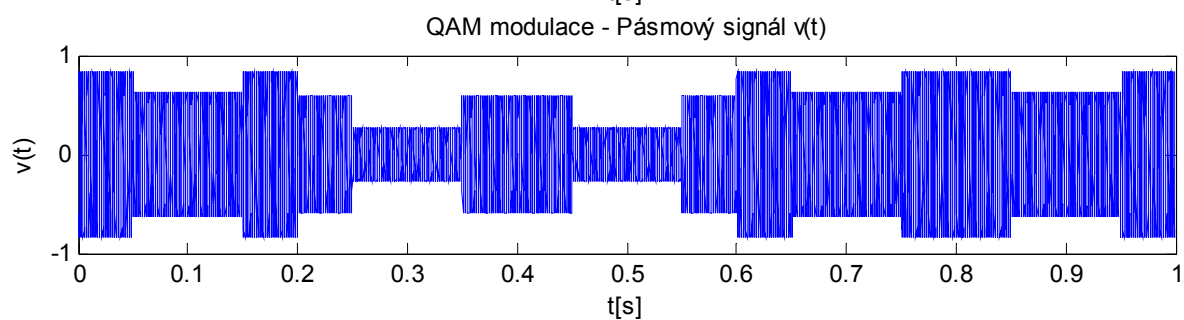
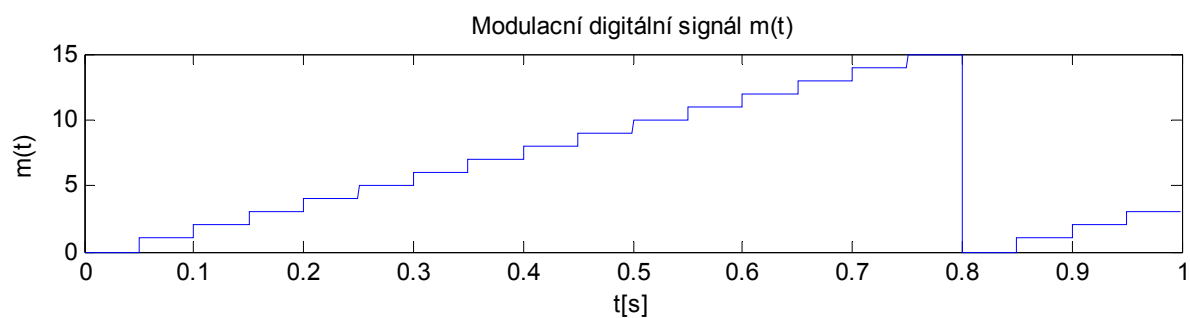
1. Jaký je základní princip QAM kvadrantního amplitudového klíčování?
2. Jaký je vzhled možných stavů konstelací digitální modulace QAM kvadrantním amplitudovým klíčováním?
3. Jaké jsou základní typy QAM kvadrantního amplitudového klíčování?
4. Jaký je základní princip APSK amplitudového fázového klíčování?

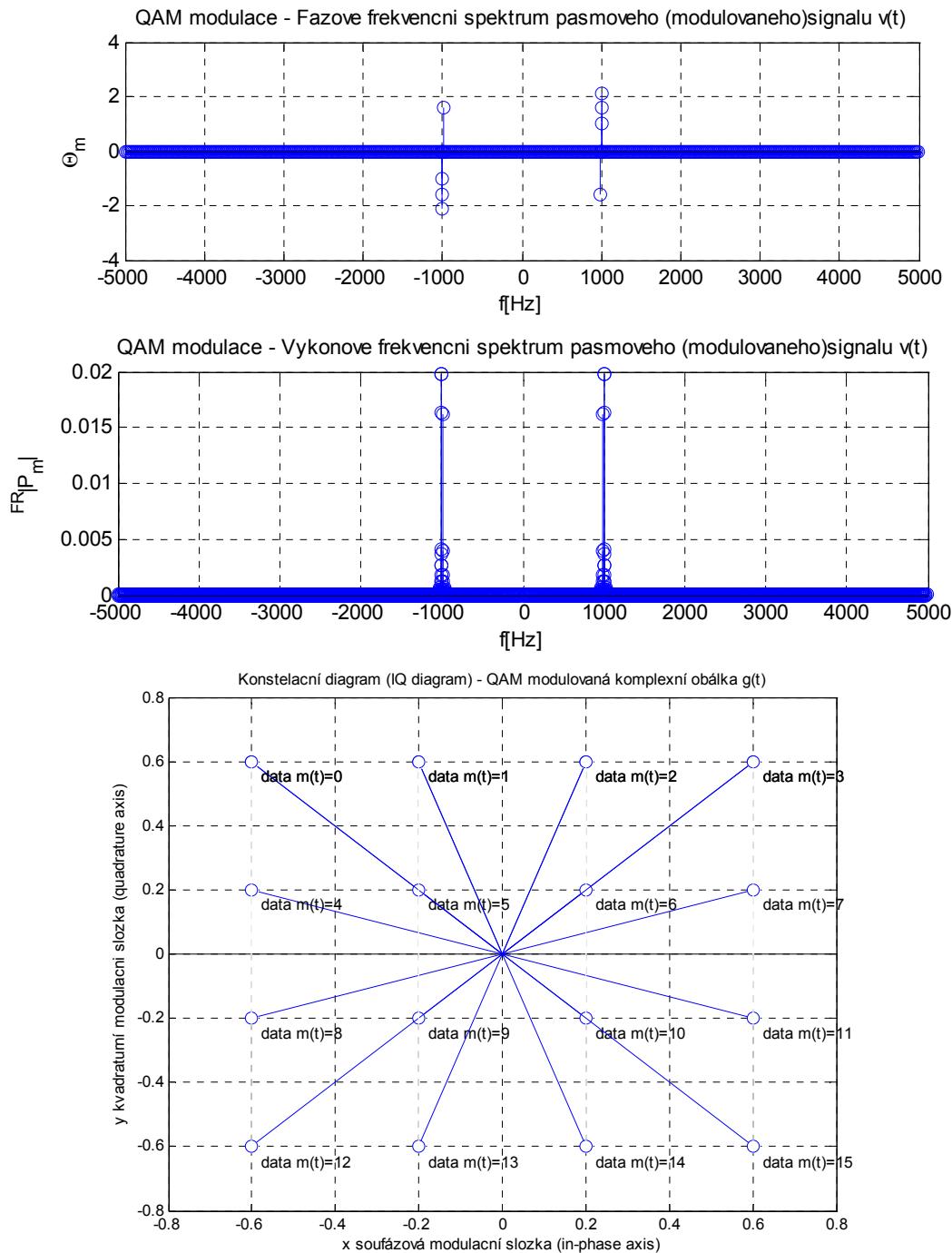


Úlohy k řešení 4.6.

1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu, který reprezentuje digitální modulační signál $m(t)$ v daném časovém okamžiku periody realizovaný 4bitovou hodnotou. Datová posloupnost digitálního signálu je definována množinou $m(t)=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,0,1,2,3\}$, perioda jednotlivých datových hodnot signálu je $T_m = 0,05s$, nosná frekvence je $f_c = 1000Hz$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je 16QAM. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Časový průběh amplitudové modulační složky $R(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Časový průběh fázové modulační složky $\theta(t)$ modulovaného signálu $v(t)$.
- Konstelační diagram (IQ diagram) komplexní obálky $g(t)$ modulovaného signálu $v(t)$
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab25_QAM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *QAM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v ukázkovém programu vytvořeném v programovém prostředí C-Sharp pojmenovaném: *QAM.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *QAM.m*

4.7. Ortogonální frekvenční klíčování OFDM



Čas ke studiu: 2 hodin



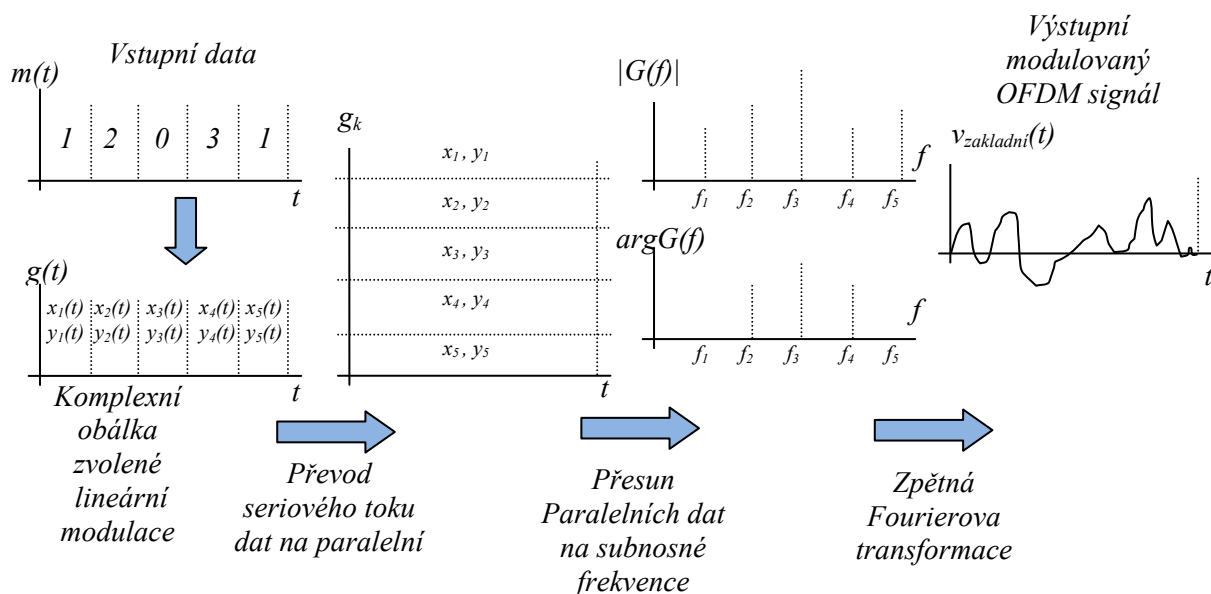
Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat digitální modulaci OFDM klíčování pásmového signálu
- popsat princip OFDM klíčování pásmového signálu
- popsat frekvenční charakteristiky digitální modulační OFDM



Výklad

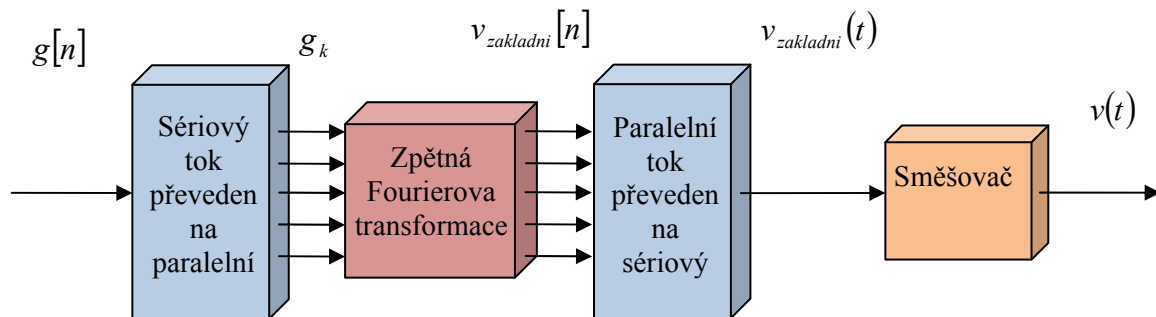
Digitální modulace pásmového signálu označována **OFDM klíčování** (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) je založena na principu vytvoření velkého počtu v praxi až tisíců subnosných frekvencí, na kterých se v jednom časovém intervalu **paralelně na subnosných frekvencích** nalézá datová posloupnost jednotlivých datových symbolů reprezentovaných komplexní obálkou. Každý datový symbol respektive komplexní obálka je již tvořen modulovaným signálem bez vysokofrekvenční složky s využitím zejména lineárních výše popsaných digitálních modulací. Signály vytvořené na jednotlivých subnosných frekvencích jsou vzájemně ortogonální, tedy jejich skalární součin je nulový, což znamená, že maximum daného subnosného signálu ve frekvenčním pásmu se překrývá s nulovými průchody frekvenčních pásem ostatních subnosných signálů. Datové symboly reprezentující modulované data do komplexní obálky, dle typu digitální modulační, která je připojena k názvu modulační (např. OFDM-16QAM), jsou definovány na všech subnosných a měnících se v časových intervalech.



Obr. 4.7.1. Schématické znázornění zpracování modulovaného OFDM signálu

Vzhledem k tomu, že OFDM využívá paralelního přenosu datového toku signálu, je možné přenášet data s relativně nízkou modulační frekvencí, z čehož vyplývá **vysoká odolnost** proti vícecestnému šíření signálu, tedy odolnost proti interferencím mezi symboly ISI (Inter Symbol Interference) a nosnými ICI (Inter Carrier Interference). Mezi další podpůrná zabezpečení přenášeného modulovaného OFDM signálu patří vkládání ochranného intervalu, po který se nevysílá další informace. Dalším podpůrným opatřením je vkládání cyklické předpony (Cyclic Prefix) reprezentující ochranný interval mezi sousedními přenášenými OFDM symboly s podporou ortogonalit a synchronizace, která je generována z posledních vzorků symbolu (časového průběhu), které se kopírují na začátek symbolu v čase.

V průběhu modulace OFDM je vstupní signál upravován následujícím způsobem. Vstupní datový tok reprezentovaný digitálním modulačním signálem $m[n]$ je nejprve modulován některou z ostatních lineárních modulací bez vysokofrekvenční složky signálu, tedy výstupem je komplexní obálka $g[n]$ modulačního signálu $m[n]$. Takto upravená jednotlivá data respektive datové symboly jsou převedeny ze sériového postupného toku na paralelně řazené skupiny po většinou realizovaných 512, 1024, 2048... prvcích. Po uplynutí časového intervalu, který je nutný pro načtení jedné skupiny dat, jsou paralelně seřazená data, která jsou vložena na jednotlivé subnosné frekvence, tedy každý datový symbol je reprezentován amplitudovou a fázovou frekvenční složkou harmonického signálu na subnosné frekvenci obsaženou komplexní obálce. Poté jsou datové symboly rozloženy ve frekvenčním spektru převedeny pomocí zpětné Fourierovy transformace na signál obsahující definovaný počet subnosných v časové oblasti pro definovaný časový interval. Tímto krokem se paralelně řazené datové symboly převedly do časového průběhu signálu, ke kterému lze přidat ochranný interval s cyklickou předponou. Následuje převod signálu z diskrétní oblasti na spojitý analogový signál, který je přesunut na frekvenci nosné a vzniká vysokofrekvenční pásmový signál $v(t)$.



Obr. 4.7.2. Blokové schéma modulátoru pro generování OFDM modulovaného signálu

Signály umístěné na subnosných frekvencích obsahující datové symboly jsou vzdáleny o frekvenci $\frac{1}{T} = \frac{1}{N \cdot T_s}$, kde časová doba trvání T datových symbolů je v porovnání s přenosovou datovou rychlostí velická. Každá subnosná je definována vzorcem pro výpočet frekvencí

$$f_k = \frac{k}{NT_s} \quad (4.7.1)$$

, kde k je pořadí komplexního datového symbolu respektive hodnoty komplexní obálky $g[n]$ jednoho datového symbolu. Počet všech subnosných v jednom časovém intervalu T je definován hodnotou N .

Výpočet modulace OFDM je v základním frekvenčním pásmu roven vztahu využívajícího algoritmu zpětné Fourierovy transformace

$$\begin{aligned}
 v_k(t) &= e^{j\omega_k t} = e^{j2\pi f_k t} = \cos(2\pi f_k t) + j \sin(2\pi f_k t) \\
 v_{\text{zakladni}}(t) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} g_k \cdot v_k(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} g_k \cdot e^{j2\pi f_k t} \\
 v[nT_S]_{\text{zakladni}} &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g_k \cdot v_k[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g_k \cdot e^{j2\pi \frac{nk}{N}}
 \end{aligned} \tag{4.7.2}$$

Modulovaný OFDM signál je posunut směšovačem na vysokou frekvenci, čímž je vytvořen pásmový modulovaný signál $v(t)$.



Shrnutí pojmů 4.7.

Digitální OFDM modulace pásmového signálu je založena na principu generování subnosných frekvencí, na kterých se v jednom časovém intervalu nalézá datová posloupnost jednotlivých datových symbolů reprezentovaných komplexní obálkou.

Nízká modulační frekvence OFDM modulovaného signálu zaručuje **vysokou odolnost** proti vícecestnému šíření signálu, proti interferencím mezi symboly a nosnými ICI.

Zabezpečení přenášeného modulovaného OFDM signálu je realizováno ochranným intervalem a cyklickou předponou, kde se poslední vzorky symbolu kopírují na začátek symbolu v čase.



Otázky 4.7.

1. Jaký je základní princip OFDM ortogonálně frekvenčního klíčování?
2. Jaké jsou výhody OFDM modulovaného signálu?
3. Kde je využíváno a z jakých důvodů OFDM modulace v praktických realizacích?

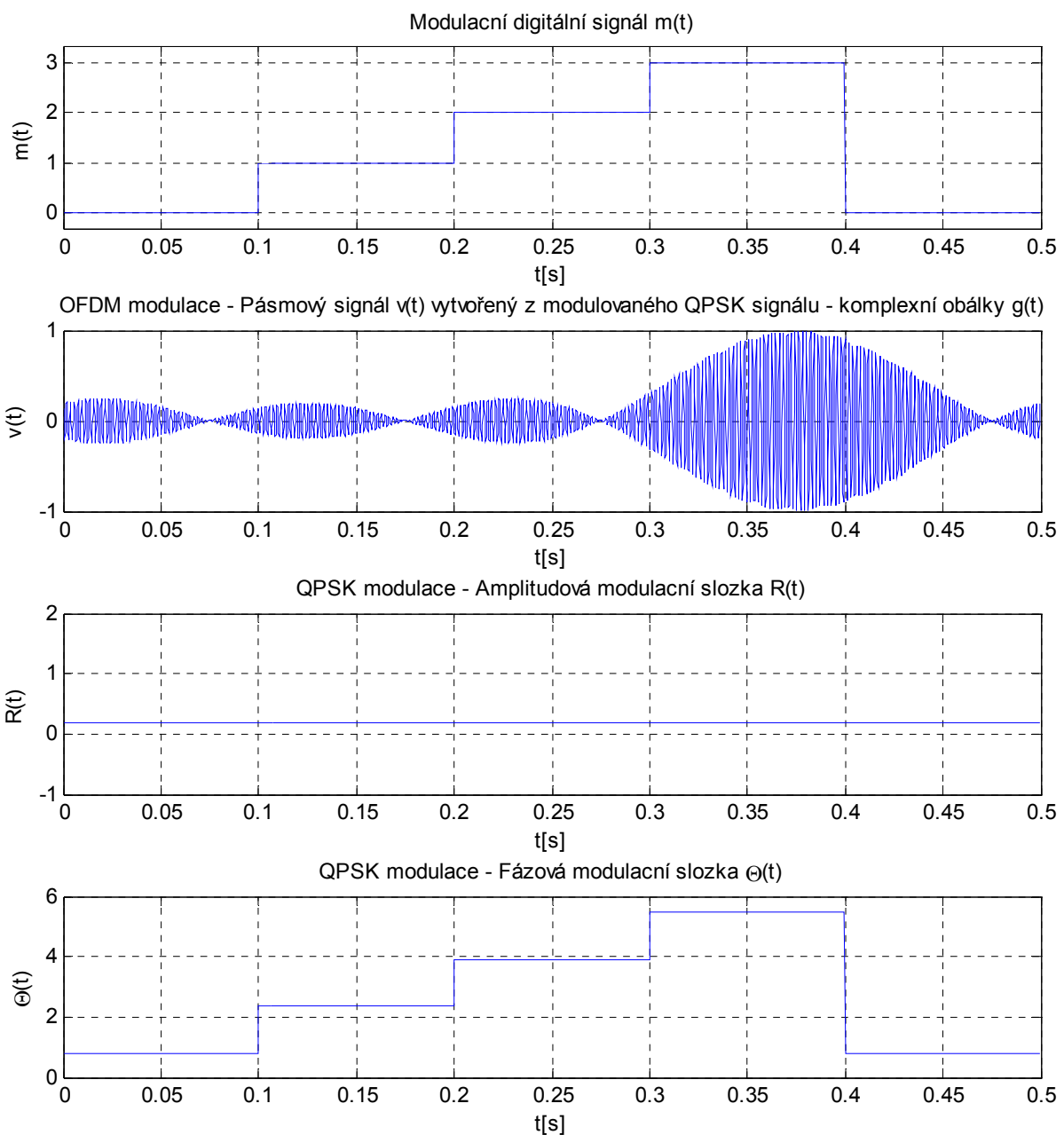


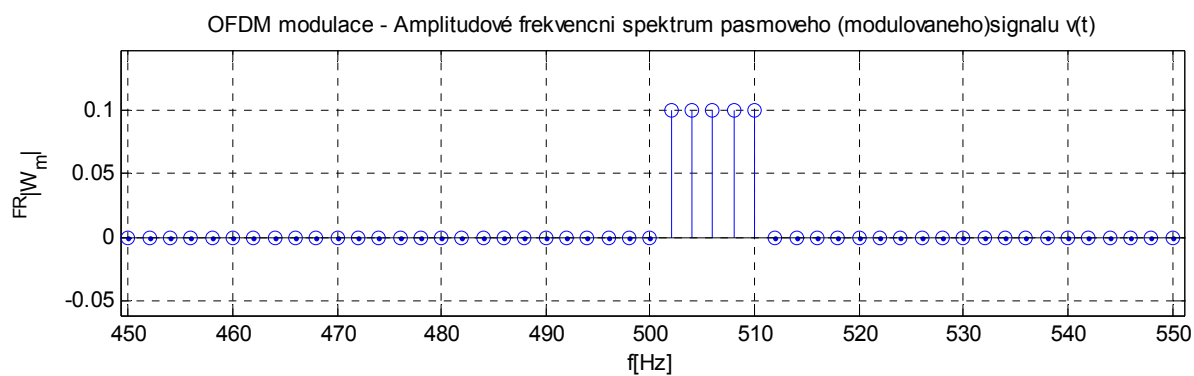
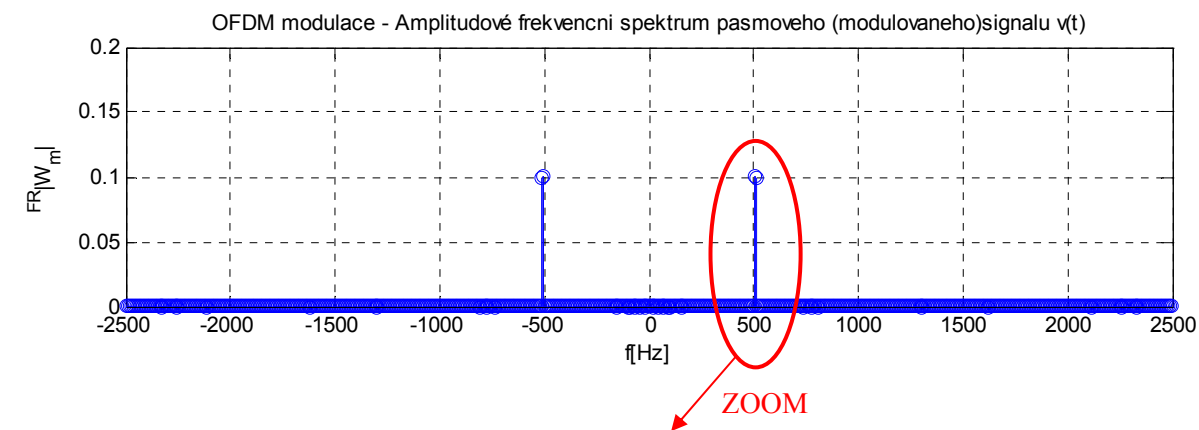
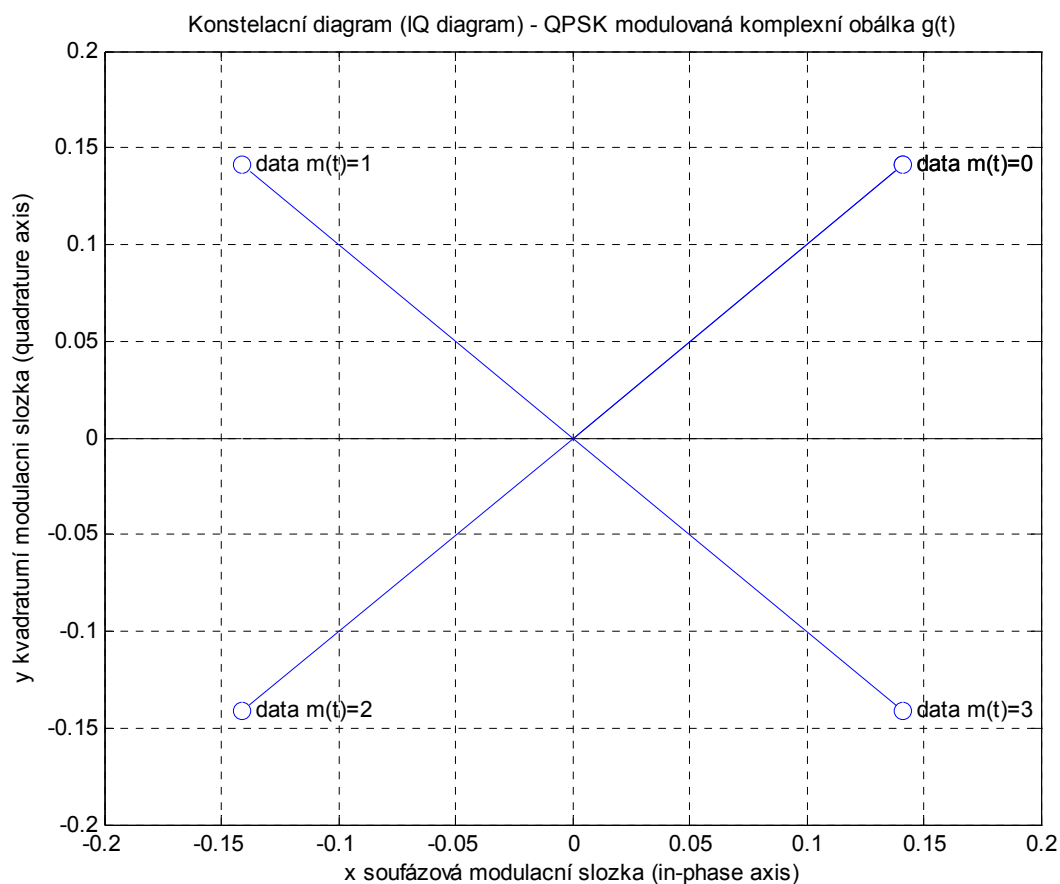
Úlohy k řešení 4.7.

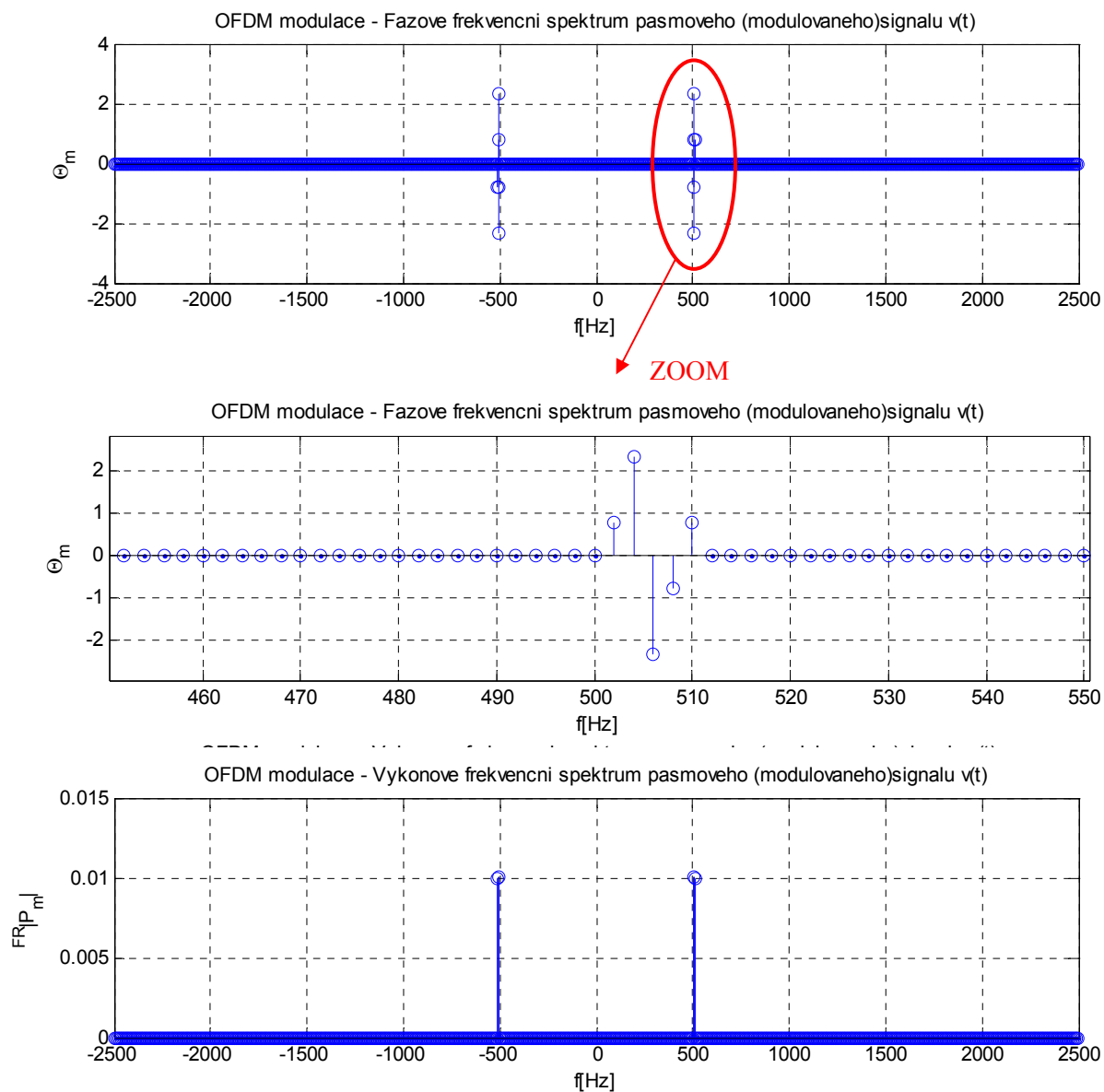
1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním pásmu, který reprezentuje digitální modulační signál $m(t)$ v daném časovém okamžiku periody realizovaný 2bitovou hodnotou. Datová posloupnost digitálního signálu $m(t) = \{0, 1, 2, 3, 0\}$, perioda jednotlivých datových hodnot signálu je $T_m = 0,1s$, nosná frekvence je $f_c = 500Hz$. Nejprve je informační signál modulován QPSK modulací a poté aplikujte pro přenos pásmového signálu

OFDM modulaci s 5 subnosnými frekvencemi. Výpočet proved'te pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového OFDM signálu $v(t)$.
- Časový průběh amplitudové modulační složky $R(t)$ po QPSK modulaci.
- Časový průběh fázové modulační složky $\theta(t)$ po QPSK modulaci.
- Konstelační diagram (IQ diagram) komplexní obálky $g(t)$ po QPSK modulaci.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného OFDM signálu $v(t)$.







CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab26_OFDM_modulace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *OFDM_modulace.exe*

Výukový program s uživatelským rozhraním je realizován v programovém matematickém prostředí Matlab, který je pojmenován: *OFDM.m*

4.8. Využití přenosu digitálního signálu ve formě modulovaného pásmového signálu



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat oblast využití přenosu digitálního signálu
- popsat možnosti přenosu digitálního signálu
- popsat digitální modulace pásmového přenášeného digitálního signálu



Výklad

Přenos digitálního signálu, který je modulován některou z výše uvedených digitálních modulací pásmového signálu, je implementován na většinu dnes vyvíjených a realizovaných aplikací pro bezdrátový přenos dat. Přístroje nebo ostatní prvky a moduly pro bezdrátovou komunikaci jsou samozřejmě vybaveny řízením komunikace dle stanoveného komunikačního protokolu a dalších nezbytných struktur a pravidel pro vzájemnou komunikaci vycházejí z průmyslového nebo jiného komunikačního standardu. Avšak nejnižší komunikační vrstva realizující samotný bezdrátový přenos datového rámce, tedy digitálního signálu je aplikována na principech přenosu elektromagnetického nebo optického signálu, tedy spojitého modulovaného pásmového signálu, některou z výše prezentovaných modulací. Mezi **základní aplikace využití** digitálně modulovaného signálu například patří:

- přenos digitálního signálu **pro počítačovou sféru a komerční elektroniku** – komunikace mezi počítači lze uskutečňovat jejich vzájemným drátovým propojením, nebo pomocí bezdrátového propojení Wi-Fi a Bluetooth komunikačních standardů na volně dostupném frekvenčním pásmu od 2.4GHz. Bezdrátovou komunikaci v ostatních aplikacích v oblasti komerční elektroniky lze provozovat také dle Wi-Fi a Bluetooth komunikačních standardů na volně dostupném frekvenčním pásmu od 2.4GHz, nebo pomocí například ultrazvukového a infra záření známého z dálkových ovladačů. Typ a parametry digitální modulace určené pro bezdrátovou komunikaci je v této oblasti závislá na definovaném komunikačním standardu a strategii výrobce komunikačního zařízení. V principu je výběr digitální modulace pro komunikaci závislý zejména na přenosových požadavcích a komunikačním prostředí.
- přenos digitálního signálu **pro průmyslové aplikace** – komunikace průmyslových aplikací je samozřejmě mnohem více než u aplikací s běžnou elektronikou orientována na robustnost a spolehlivost komunikačního systému. Tento fakt klade mnohem větší požadavky na zabezpečení komunikačního protokolu a rámce s ohledem na možné zneužití. Dále jsou požadavky soustředěny na odolnost vůči možnému rušení okolními nežádoucími vlivy. Z těchto důvodů jsou u průmyslových aplikací nezbytným parametrem determinovanost doručení zprávy, čemuž odpovídají používané komunikační standardy a protokoly například ZigBee, CAN, HART, PROFIBUS, ... Komunikace průmyslových aplikací, která je nezbytně nutná a důležitá je většinou z výše jmenovaných důvodů uskutečňována propojením vedení. Naproti tomu existuje řada průmyslových aplikací, které je možné komunikačně spojit bezdrátovým přenosem dat na volně dostupném, nebo placeném frekvenčním pásmu. Obdobně jako u přenosu digitálního signálu pro komerční elektroniku je typ a parametry

digitální modulace určené pro bezdrátovou komunikaci závislý na definovaném komunikačním standardu a strategii výrobce komunikačního zařízení. V principu je výběr digitální modulace pro komunikaci závislý zejména na přenosových požadavcích a komunikačním prostředí.

- **přenos pro televizní vysílání** – digitální televizní a rozhlasové vysílání v České republice i v ostatních rozvinutých zemích je již plně rozvinutá, nebo probíhá jeho implementování. V České republice začala digitální satelitní vysílání televizní stanice Prima v roce 1997. V dnešní době je provozováno digitální satelitní vysílání televizních programů ČT1, ČT2, PRIMA, NOVA atd. a rozhlasových programů ČRo, Eurosport CZ a Radio Proglas, které zajišťuje společnost Czech Link družicí EUROBIRD 1, které je kódované enkrypčním standardem Cryptoworks. Další satelitní televizní vysílání placených programů s možností autorizovaného příjmu poskytuje společnost UPC družicí ASTRA. Digitální pozemní televizní vysílání, které postupně nahrazuje analogové televizní vysílání zahájila společnost České Radiokomunikace v roce 2000, mezi další společnosti patří Czech Digital Group. Digitální televizní vysílání je v České republice řízeno a kontrolováno Českým telekomunikačním úřadem a Radou pro rozhlasové a televizní vysílání

Z důvodu kooperace, poradenství a řešení koncepce digitálního televizního vysílání jsou určeny následující poradní skupiny:

- **Evropská skupina pro digitální televizi ELG** (European Launching Group) – členy sdružení 200 evropských nevládních institucí, vysílacích společností a firem.
- **Svaz evropských vysílacích společností EBU** (European Broadcasting Union) - standardy, normy schvalované **Evropským standardizačním institutem pro telekomunikace (ETSI)**.

Digitální televizní signál, který je dále přenášen komunikačním kanálem, je nejprve v základním kmitočtovém pásmu zpracován a upraven standardním způsobem, který umožňuje přenos co nejvyššího množství dat co nejvyšší rychlostí s co nejmenším přenosovým kanálem a zkreslením signálu. Mezi **varianty systému DVB-T patří**:

- **TV systém 2k** (1705 nosných v jednom TV kanálu širokého 8MHz)
- **TV systém 8k** (6817 nosných v jednom TV kanálu širokého 8MHz)

Digitální signál je upraven následujícím způsobem:

- **komprese obrazových a zvukových dat** standardem **MPEG-2**, nebo novějším standardem **MPEG-4**. Datový tok obrazového signálu je zhruba 166 Mbit/s pro rozlišení obrazu 720x576 obrazových pixelů x 25 snímků/s x 16 bitů na obrazový pixelod, který lze redukovat na 8 - 4 Mbit/s pro standardní kvalitu obrazu odpovídající kvalitě signálu v normě **PAL**. Kompresní poměr je v rozmezí 20:1 až 40:1.
- **kanálové kódování pro zabezpečení dat** ve formě blokového **Reed-Solomonova kódu** jako vnějšího kódování **FEC1** (Forward Error Correction) vnitřního ochranného kódování **FEC2** ve formě konvolučního kódování, čímž lze dosáhnout opravy v dekodéru určitého procenta chyb vzniklých při přenosu transportního toku přenosovým kanálem. Vnější a vnitřní prokládání zabezpečuje přenos proti shlukům chyb.

Upravený digitální signál výše popsanými algoritmy je dále **modulován** vybranými modulacemi určenými pro převod signálu ze základního frekvenčního pásma do vysokofrekvenčního pásma. Typ vybrané modulace závisí na parametrech definovaných zvoleným komunikačním standardem, které jsou šířka komunikačního frekvenčního pásma, úroveň zkreslení, rušení a šumu přenosových kanálů, rozdílných limitů úrovní vyzářených výkonů digitální distribuce. Standard digitálního přenosu televizního a rozhlasového vysílání popisující modulaci signálu je označován jako DVB a existují tyto typy standardu:

- **Standard DVB-T - pozemní (terrestriální) vysílání** (Digital Video Broadcasting Terrestrial) je digitální televizní signál vysílání pozemními vysílači o velkém vysílacím výkonu, při němž dochází k rušení a vzniku odrazů způsobujících tzv. **vícenásobný příjem - mezisymbolové interference** a výrazně zvyšují **chybovost** příjmu. Upravený digitální signál popsaný výše v textu je v rámci tohoto standardu modulován **QAM digitální modulací**, kde výsledná komplexní obálka je dále modulována **digitální modulací OFDM** (Orthogonal Frequency Division Multiplex - ortogonálně kmitočtově dělený multiplex) s ochranným kódováním, kde datový tok digitálního signálu (komplexní obálky modulované QAM modulací) je rozdělen do mnoha paralelních toků s podstatně delší bitovou periodou a ty jsou přenášeny prostřednictvím velkého počtu (až několika tisíc) nosných signálů přesně definovaných frekvencí (subnosných). Po těchto modulacích není přijímaný a dekodovaný signál tak citlivý na mnohacestné šíření vysílaného signálu a tudíž na vícenásobný příjem různě zpožděných signálů.
- **Standard DVB-S - satelitní digitální televizní vysílání** (Digital Video Broadcasting Satellite) patří mezi nejrozšířenější způsob digitální distribuce televizních a rozhlasových signálů pomocí přenosu digitálního signálu ze satelitů umístěných na oběžné dráze Země. Byl standardizován již v roce 1964 evropskou normou ETS 300 421 Digitální družicové systémy. Velký útlum signálu v přenosovém kanálu je způsobený obrovskou vzdáleností mezi vysílací anténou na družici a přijímací anténou na zemském povrchu (pro geostacionární orbit družice je to cca 36000 km). Pro satelitní vysílání jsou charakteristické následující parametry: nízký vyzářený výkon (na družici je limitován energetický příkon), zanedbatelný vliv signálových odrazů (tzv. vícenásobného příjmu), velká šířka frekvenčního pásma přenosového kanálu, nízká chybovost dat **BER** (Bit Error Rate) v rozsahu 10^{-10} až 10^{-11} , což odpovídá cca 1 chybě za 1 hodinu. Upravený digitální signál popsaný výše v textu je v rámci tohoto standardu modulován **QPSK digitální modulací** na vysokofrekvenční pásmový signál s šířkou frekvenčního pásma 27 MHz a vysílaným datovým tokem (včetně zabezpečení) přenosovou rychlostí až 30 Mbit/s, což odpovídá až 6 standardním televizním programům.
- **Standard DVB-C - kabelové digitální televizní vysílání** (Digital Video Broadcasting Cable) je digitální televizní signál přenášeny kabelovým vedením. Distribuce televizních a rozhlasových signálů je standardizována evropskou normou 300 429 pro digitální kabelové distribuční systémy. Televizní kanály kabelových rozvodů mají obvykle stejnou šířku kmitočtového pásma jako televizní kanály pozemního vysílání. Digitální přenos tohoto typu je charakteristický malým zkreslením a nízkou úrovní šumu a rušení. Kabelové digitální vysílání je provedeno **QAM modulací** na vysokofrekvenční pásmový signál se 16 až 256 stavy, např. 16-QAM, 32-QAM až 256-QAM. Například modulací 32-QAM lze kabelovým kanálem o šířce frekvenčního pásma 8 MHz přenést datový tok rychlostí až 30 Mbit/s, což je až 6 standardních televizních programů.

Multiplexem je označován jeden televizní kanál rozložený v daném omezeném frekvenčním pásmu, které může obsahovat několik televizních programů (pro DVB-T vysílání typicky 4-6 programů standardní kvality) a k tomu ještě např. sadu rozhlasových programů a množství doplňkových digitálních služeb (EPG, MHP apod.).



Shrnutí pojmů 4.8.

Přenos digitálního signálu je implementován na většinu dnes vyvíjených a realizovaných aplikací pro bezdrátový přenos dat.

Přenos digitálního signálu pro počítačovou sféru a komerční elektroniku je většinou uskutečňován drátovým nebo bezdrátovým propojení Wi-Fi a Bluetooth komunikačních standardů na volně dostupném frekvenčním pásmu od 2.4GHz.

Přenos digitálního signálu pro průmyslové aplikace je orientována na robustnost a spolehlivost komunikačního systému s většími požadavky na zabezpečení komunikačního protokolu a rámce s ohledem na možné zneužití.

Přenos digitálního televizního a rozhlasového vysílání je prováděno úpravou obrazového signálu v následujících krocích komprese obrazových a zvukových dat, kanálového kódování pro zabezpečení dat a dále modulován dle typu standardu DVB-T, DVB-S, DVB-C.

Multiplex je jeden televizní kanál rozložený v daném omezeném frekvenčním pásmu.



Otázky 4.8.

1. Jaký je základní princip přenosu digitálního signálu?
2. Jaké jsou základní principy přenosu digitálního signálu pro počítačovou sféru a komerční elektroniku?
3. Jaké jsou základní principy přenosu digitálního signálu pro průmyslové aplikace?
4. Jaké jsou základní principy přenosu digitálního televizního a rozhlasového vysílání?
5. Co je pojem multiplex a jak se rozdělují standardy přenosu televizního signálu?



Odměna a odpočinek

Nyní jste prostudovali podrobně digitální modulace pásmového signálu. Je vhodné, abyste si vyzkoušeli výukové programy a spustili výukové animace pro lepší pochopení probíraného učiva.

5. SYSTÉMY PRO ZPRACOVÁNÍ PÁSMOVÉHO SIGNÁLU

5.1. Základní rozbor systémů pro zpracování pásmového signálu



Čas ke studiu: 1 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- popsat základní principy systému pro zpracování pásmového signálu
- definovat základní obvody a systémy zpracovávající pásmový signál

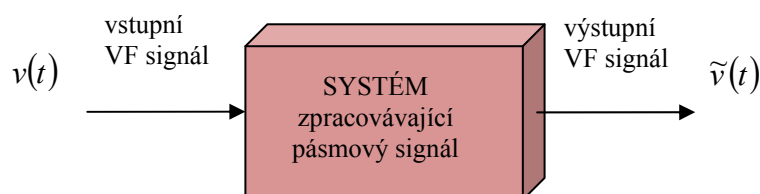


Výklad

Analýza a syntéza elektronických obvodů a matematických vztahů používaných pro zpracování pásmových modulovaných signálů. Základní dále popisované obvody jsou nezbytné pro pochopení principů modulace a demodulace signálů. Při analýze se vychází z předpokladu, že všechny obvody jsou v praxi nelineární. Je tedy nutné hodnotit, jaké jsou důsledky nelinearity obvodů na porušení kvality signálu. Na druhé straně, nelineární obvody a časově variantní obvody jsou využitelné v komunikačních systémech k tomu, aby generovaly výstupní signál o jiné frekvenci, než je jejich vstupní signál. Elementární zjednodušené lineární časově invariantní systémy se soustředěnými parametry LTIL neumožňují změnu frekvence signálu a tedy pro modulaci a demodulaci signálu je nelze použít.

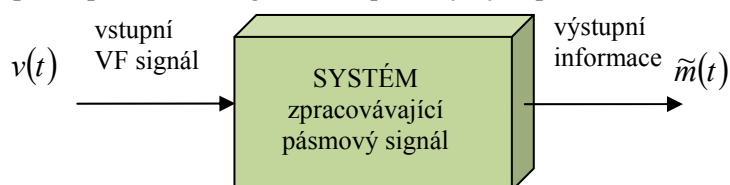
Základní nelineární systémy pro zpracování pásmových signálů se rozdělují podle struktury na:

- zpracování vstupního pásmového signálu na upravený výstupní pásmový signál



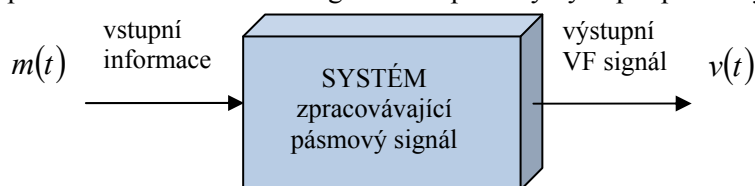
Obr. 5.1.1 Blokové schéma systému pro zpracování vstupního pásmového signálu na upravený výstupní pásmový signál

- zpracování vstupního pásmového signálu na upravený výstupní nízkofrekvenční signál



Obr. 5.1.2 Blokové schéma systému pro zpracování vstupního pásmového signálu na upravený nízkofrekvenční signál

- zpracování vstupního nízkofrekvenčního signálu na upravený výstupní pásmový signál



Obr. 5.1.3 Blokové schéma systému pro zpracování vstupního nízkofrekvenčního signálu na upravený výstupní pásmový signál

Základní nelineární systémy pro zpracování pásmových signálů, které jsou popisovány níže v textu, jsou rozčleněny do těchto prvků:

- **Filtry** jsou systémem, který generuje výstupní signál $v_2(t)$ tak, že transformuje frekvenční spektrum vstupního signálu $v_1(t)$. Základní je rozdělení filtrů na filtry lineární a na filtry nelineární.
- **Zesilovače** jsou systémem, který zesiluje výstupní signál $v_2(t)$ ze vstupního signálu $v_1(t)$. Základní je rozdělení zesilovačů na lineární a nelineární zesilovače. V praktických realizacích je zesilovač nelineární. Hlavním důvodem nelinearity je saturace zesilovače. U analogových zesilovačů vzniká v důsledku napájecích napětí. U číslicových zesilovačů vzniká obdobný děj v důsledku délky slova zesilovače. Mezi základní parametry zkreslení zesilovačů patří Celkové harmonické zkreslení signálu TDH Intermodulační zkreslení IMD.
- **Omezovače** jsou systémy s ostrou saturací statické charakteristiky, které ořezávají výstupní signál $v_2(t)$ ze vstupního signálu $v_1(t)$. Výstup omezovače je ovlivněn polaritou, ale ne kolísáním hodnoty vstupního signálu dané polaritou. Omezovače pro zpracování pásmových signálů obsahují na výstupu pásmový filtr.
- **Směšovače** jsou součástí modulátorů, některých detektorů a demodulátorů. Ideální mixer je obvod, který má dva vstupní signály a jehož výstupní signál je součinem těchto dvou vstupních signálů. Jeden ze vstupních signálů bývá harmonický signál generovaný oscilátorem.
- **Násobiče frekvence** jsou složeny z nelineárního obvodu, následovaným filtrem. Je-li na vstup násobiče frekvence přiveden pásmový signál $v_{in}(t)$ s nosnou f_c , objeví se na výstupu nelineárního obvodu signál $v_1(t)$ s nenulovým frekvenčním spektrem na frekvencích nf_c .
- **Multiplikativní detektory** jsou směšovače, které transformují pásmový vstupní signál, tj. užitečný signál plus šum, do základního frekvenčního pásma.
- **Detektory obálky** jsou systémy detekující reálnou obálku signálu. Používají se pro příjem a detekci amplitudově modulovaného signálu. Ideální detektor obálky je obvod, jehož výstup je přímo úměrný reálné obálce vstupního pásmového signálu.
- **Detektory FM signálu** jsou systémy, ve kterých je výstupní signál přímo úměrný okamžité frekvenci vstupního signálu.
- **Fázové závěsy PLL** jsou systémy umožňující sledování frekvence vstupního pásmového signálu a signály úměrné okamžité hodnotě frekvence vstupního pásmového signálu. Fázový závěs je složen z detektoru PM signálu PD, dolnoproustného filtru LPF, napětově řízeného oscilátoru VCO.

- **Vysílače** jsou systémy generující modulovaný vysokofrekvenční signál $v(t)$ tak, že modulují nosnou $\cos \omega_c t$ o frekvenci f_c signálem, který je funkcí informačního signálu $m(t)$.
- **Přijímače** jsou systémy zpracovávající modulovaný signál a oddělující ze signálu zvlášť přijatý informační signál $m(t)$. Přijímače se principiálně rozdělují na kaskádně laděné přijímače a superheterodyny.



Shrnutí pojmů 5.1.

Základní principy analýzy a syntézy elektronických obvodů a matematických vztahů používaných pro zpracování pásmových modulovaných signálů.

Předpokladem analyzovaných obvodů používaných v praxi je využití jejich **nonlinearity**. Z tohoto důvodu je nutné hodnotit dopady nelinearity obvodů na **rušení kvality** signálu.

Základní nelineární systémy popisované v textu pro zpracování pásmových signálů jsou filtry, zesilovače, omezovače, směšovače, násobiče frekvence, multiplikativní detektory, detektory obálky, detektory FM signálu, fázové závěsy PLL, vysílače, přijímače.



Otázky 5.1.

1. Jaký je princip systémů pro zpracování pásmového signálu?
2. Jaké typy systémů pro zpracování pásmových signálů existují?
3. Jaké jsou základní systémy zpracovávající pásmový signál?



Odměna a odpočinek

V této části textu jsou popsány základní systémy, kterými je možné zpracovávat pásmové signály. V rámci studia modulovaných signálů je nezbytné znát základní principy fungování a struktury systémů, které tyto signály upravují.

5.2. Filtry



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- popsat principy filtrace a rozdělení filtrů
- vypočítat míru kvality filtru
- definovat kmitočtový přenos filtru



Výklad

Filtry jsou zařízení, která generují výstupní signál $v_2(t)$ tak, že **transformují frekvenční spektrum** vstupního signálu $v_1(t)$. Filtry lze třídit mnoha způsoby. Základní je rozdělení filtrů na **filtry lineární** a na **filtry nelineární**. Pro lineární filtry existuje obecná metodika návrhu, pro nelineární filtry obecná metodika není k dispozici. V rámci řešení se analýza soustřeďuje na lineární filtry členěnými podle základních použitých konstrukčních principů a podle přenosových funkcí filtrů. Následující tabulka Tab.5.2.1. shrnuje členění filtrů podle základních použitých konstrukčních principů a základní parametry filtrů.

Typ	Rezonanční frekvence	Q bez zátěže	Aplikace
LC pasivní	0 - 300 MHz	100	audio, video, IF, RF
R (L) C aktivní	0 - 1000 kHz	200	audio
krystalové	1 kHz - 1000 MHz	100 000	IF, RF
mechanické	50 - 500 kHz	1 000	IF
keramické	10 kHz - 20 MHz	1 000	IF
digitální	0 - 100 MHz	1 000	audio, IF, RF
povrchové akustické vlny	10 MHz - 1 GHz	20 000	IF, RF
vedení	mikrovlnné pásmo	1 000	RF
vlnovody	mikrovlnné pásmo	10 000	RF

IF - mezifrekvence (intermediate frequency)

RF - radiové frekvence (radio frequency)

Tab. 5.2.1. Rozdělení filtrů podle konstrukce a použitých konstrukčních součástí

Aby mohly filtry měnit frekvenční spektrum signálu, tj. potlačovat určité frekvence signálu, musí mít prvky, které akumulují, mění na teplo, energii, nesenou těmito frekvencemi. Takovéto prvky nelze realizovat ideálně. Například fyzikální indukčnost má kromě žádané hodnoty indukance též parazitní

hodnotu rezistance a vzájemné induktance, podobně kondenzátory mají vedle žádané hodnoty kapacitance nežádoucí parazitní hodnotu svodového odporu a svodové kapacitance. **Mírou kvality filtru**, používanou často i pro jiné obvody, je jeho Q-parametr (quality factor Q)

$$Q = \frac{2\pi(\text{maximum energie akumulovane obvodem během jednoho cyklu})}{(\text{energie rozptýlená obvodem během jednoho cyklu})} \quad (5.2.1)$$

Doba D odpovídající době jednoho cyklu je:

- $D = T_0$... pro periodické signály
- $D \rightarrow \infty$... pro neperiodické signály

Vyšší hodnota Q odpovídá použití kvalitnějších prvků pro akumulaci energie signálu ve filtru. Ideální RLC prvky spolu s ideální montáží by vedly k filtru s nekonečným Q . Paralelní nebo sériové RLC obvody mají

$$Q \approx \frac{f_0}{B} \quad (5.2.2)$$

, kde f_0 je rezonanční (středová) frekvence, B je šířka frekvenčního pásma filtru (daná 3dB poklesem amplitudové frekvenční charakteristiky filtru). Navrhuje-li se pasivní filtr z konstrukčních součástek, musí mít každá z nich mnohem vyšší Q než je požadované výsledné $Q \approx \frac{f_0}{B}$ filtru. Výběr vhodných základních konstrukčních součástek by proto měl být prvním krokem při návrhu filtru.

Pasivní LC filtry s diskretními L a C součástkami (LC passive filters) jsou při frekvencích vyšších než 300 MHz nepraktické, protože parazitní kapacitance a induktance vodičů na vyšších frekvencích významně ovlivňují frekvenční charakteristiku filtru.

Aktivní filtry (active filters), které používají operační zesilovače s RC prvky, jsou vhodné do frekvencí 1000 kHz. Pro vyšší frekvence nastávají potíže s požadavkem na stabilitu obvodu, kde operační zesilovač musí pracovat s velkým zesílením v otevřené smyčce. U nízkofrekvenčních filtrů pracujících na velmi nízkých frekvencích se dává přednost aktivním RC filtrům před pasivními LC filtry. Je tomu tak proto, že na těchto frekvencích vychází velikost prvků L a C u pasivních filtrů velká a Q induktorů je malý.

Prvkem, který je základem **krystalových filtrů** (crystal filters) je křemenný krystal (quartz). Ten pracuje jako sériový rezonanční obvod, přemostěný svodovým kapacitorem, vytvořeným prostorem mezi přívody. U krystalového rezonančního prvku lze proto najít frekvence, na kterých rezonuje jako sériový, nebo jako paralelní rezonanční obvod. Nad 1000 MHz se křemenný prvek stává příliš malý pro hromadnou výrobu a krystalové filtry se stávají příliš drahé. Krystalové filtry mají vynikající hodnotu Q-parametru, danou fyzikální podstatou krystalické mřížky křemenného krystalu, jsou však dražší než například filtry s LC prvky a než keramické filtry.

Prvkem, který používají pro dosažení filtračního jevu vibrace **mechanické filtry** (mechanical filters) jsou rezonující mechanické soustavy. Jsou obvykle konstruované jako krátká tyčinka laděná nasazenými kotoučky, rozmístěnými vhodně podél tyčinky. Tyčinka je opatřena na vstupním konci převodníkem elektrického signálu na mechanické vibrace a na výstupním konci převodníkem mechanických vibrací na elektrický signál.

Základním konstrukčním prvkem **keramických filtrů** (ceramic filters) je miniaturní piezoelektrický keramický kotouček, který je oboustranně pokovený, na pokovení jsou připevněny elektrody. Elektrické vlastnosti keramického prvku jsou podobné, jako elektrické vlastnosti krystalového prvku, keramický prvek má ale mnohem menší hodnotu Q-parametru. Výhodou keramického filtru je, srovná-li se s krystalovým filtrem, že pro mnoho případů poskytuje dostatečnou kvalitu za mnohem nižší cenu.

Digitální filtry (digital filters) předpokládají na vstupu číslicový signál. Jejich základem je kromě vlastní CMOS elektroniky filtru také oscilátor, podle použití často s proměnnou frekvencí, u moderních přijímačů realizovaný obvykle dvojicí nebo trojicí zpravidla krystalových nebo též keramických oscilátorů v tzv. kmitočtové ústředně. Může být přiváděn též jako vnější vstupní signál. Frekvenci lze odvodit z odboček dílčích oscilátorů po krocích, každý z dílčích oscilátorů může mít například 64 odboček, což při třech elementech dává 64^3 frekvencí. Digitální filtry jsou k dispozici obvykle dvoukanalové, pro nezávislou filtraci složky $x(t)$ a $y(t)$ u kvadratické modulace. Podle toho, využijí-li se dva kanály nebo jen jeden kanál, bývá přesnost vstupních dat 12 bitů nebo 24 bitů. Přesnost zpracování dat 32 bitů. Počet snímaných a zpracovávaných vzorků za sekundu až 120 MSPS (120 milionů vzorků za sekundu = 120 Mega Samples per Second). Nejmodernější číslicová technika umožňuje dosažení vysoké Q, prakticky nulový šum. Nevýhodou je poměrně vysoká cena.

Povrchové akustické vlny (surface acoustic wave, SAW) filtry, které jsou vysílány a putují po povrchu piezoelektrického substrátu (plátku). Na protilehlých stranách povrchu plátku jsou naneseny, od sebe oddělené, vždy obě dvojice vhodně tvarovaných kovových proužků, které svým tvarem jednak určují frekvenční charakteristiku filtru, a jednak slouží jako elektrody pro vybuzení a zpětnou konverzi piezoelektrického jevu. Vložený útlum, způsobený tímto filtrem je poněkud větší, než je tomu u keramických filtrů. Nicméně, snadnost, s jakou lze vytvářet u filtrů SAW různé průběhy frekvenčních charakteristik a velká šířka pásma, pro kterou lze prvky SAW použít a jejich malá cena způsobily, že jsou v komunikační technice tyto filtry velmi rozšířeny. SAW filtry lze také opatřit odbočkami a použít je jako transverzální filtry v oblasti radiových frekvencí.

Filtry založené na vedeních (transmission line filters) využívají rezonanční vlastnosti elektrických vedení pracujících v otevřené nebo v uzavřené smyčce. Pracují obvykle v oblasti VKF frekvencí a v oblasti mikrovlnných frekvencí, kde jsou vlnové délky dostatečně malé k tomu, aby bylo filtry realizovat v rozumné velikosti.

Podobně je tomu u **filtrů založených na vybuzení rezonance elektromagnetického pole v dutině** (cavity resonant filters), i tyto filtry jsou určeny pro oblast VKF frekvencí a pro oblast mikrovlnných frekvencí.

Filtry lze také členit **podle tvaru jejich kmitočtového přenosu**. Kmitočtový přenos lineárního filtru se soustředěnými parametry lze vyjádřit jako podíl dvou polynomů

$$H(f) = \frac{b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + \dots + b_k(j\omega)^k}{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + \dots + a_n(j\omega)^n} \quad (5.2.3)$$

, kde konstanty a_i a b_i jsou funkcemi hodnot prvků filtru, $\omega = 2\pi f$, n je řád filtru, $n \geq k$.

Nastavením konstant a_i a b_i na potřebné hodnoty se získá požadovaný průběh frekvenční charakteristiky filtru. Tabulka 5.2.2 prezentuje 3 základní typy filtrů a optimalizační kritéria pro jejich návrh. Čebyševův filtr se používá, když je vyžadován co nejstrmější pokles amplitudové charakteristiky filtru a také když je vyžadována jeho realizace s co nejmenším počtem obvodových prvků. Besselův filtr se často používá při přenosech v případě, kdy se má zachovat tvar impulsu, protože má ze všech prezentovaných filtrů nejlineárnější fázovou frekvenční charakteristiku. Butterworthův filtr má ze všech prezentovaných filtrů nejlineárnější amplitudovou frekvenční charakteristiku, v praxi bývá kompromisem mezi Čebyševovým filtrem a Besselovým filtrem.

Typ filtru	Optimalizační kritérium	Přenosová funkce dolnoproustného filtru s kritickou frekvencí f_a
Butterworthův	Amplitudová frekvenční charakteristika filtru je maximálně plochá, pro $f \rightarrow 0$ je u filtru n - tého řádu prvních n derivací $d^k H(f) / df^k$ nulových	$ H(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_a)^{2n}}}$
Čebyševův	pro povolenou odchylku překmitů $ H(f) $ v propustném pásmu má filtr nejstmější pokles $ H(f) $ ze všech filtrů n - tého řádu	$ H(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(f/f_a)}}$ ε je návrhová konstanta, $C_n(f)$ je Čebyševův polynom n -tého stupně daný rekurzí $C_n(x) = 2xC_{n-1}(x) - C_{n-2}(x)$, kde $C_0(x) = 1$ a $C_1(x) = x$
Besselův	Fázová frekvenční charakteristika filtru je maximálně lineární, pro $f \rightarrow 0$ je u filtru n - tého řádu první derivace $d H(f) /df$ konstantní a dalších $n-1$ derivací $d^k H(f) / df^k$ nulových.	$H(f) = \frac{K_n}{B_n(f/f_a)}$ K_n je konstanta, která se volí tak, aby $H(0) = 1$ $B_n(f)$ je Besselův polynom n -tého stupně daný rekurzí $B_n(x) = (2n-1)B_{n-1}(x) - x^2 B_{n-2}(x)$, kde $B_0(x) = 1$ a $B_1(x) = 1 + jx$

Tab. 5.2.2. Rozdělení filtrů podle optimalizace frekvenční charakteristiky základních filtrů



Shrnutí pojmů 5.2.

Filtr generuje výstupní signál $v_2(t)$ **transformováním frekvenčního spektra** vstupního signálu $v_1(t)$. Základní je rozdělení filtrů na **filtry lineární** a na **filtry nelineární**.

Míra kvality filtru, která by měla být co nejvyšší použitím kvalitnějších prvků pro akumulaci energie signálu ve filtru.

Pasivní LC filtry s diskrétními L a C součástkami.

Aktivní filtry používající operační zesilovače s RC prvky.

Krystalové filtry fungují na principu křemenného krystalu.

Mechanické filtry jsou rezonující mechanické soustavy.

Keramické filtry jsou založeny na miniaturním piezoelektrickém keramickém kotoučku, který je oboustranně pokovený, na pokovení jsou připevněny elektrody.

Digitální filtry mají na vstupu číslicový signál a jejich základem jsou digitální technologie.

Povrchové akustické vlny jsou vysílány a putují po povrchu piezoelektrického substrátu.

Filtry založené na vedeních využívají rezonanční vlastnosti elektrických vedení pracujících v otevřené nebo v uzavřené smyčce.

Filtry lze dělit také **dle tvaru kmitočtového přenosu**.



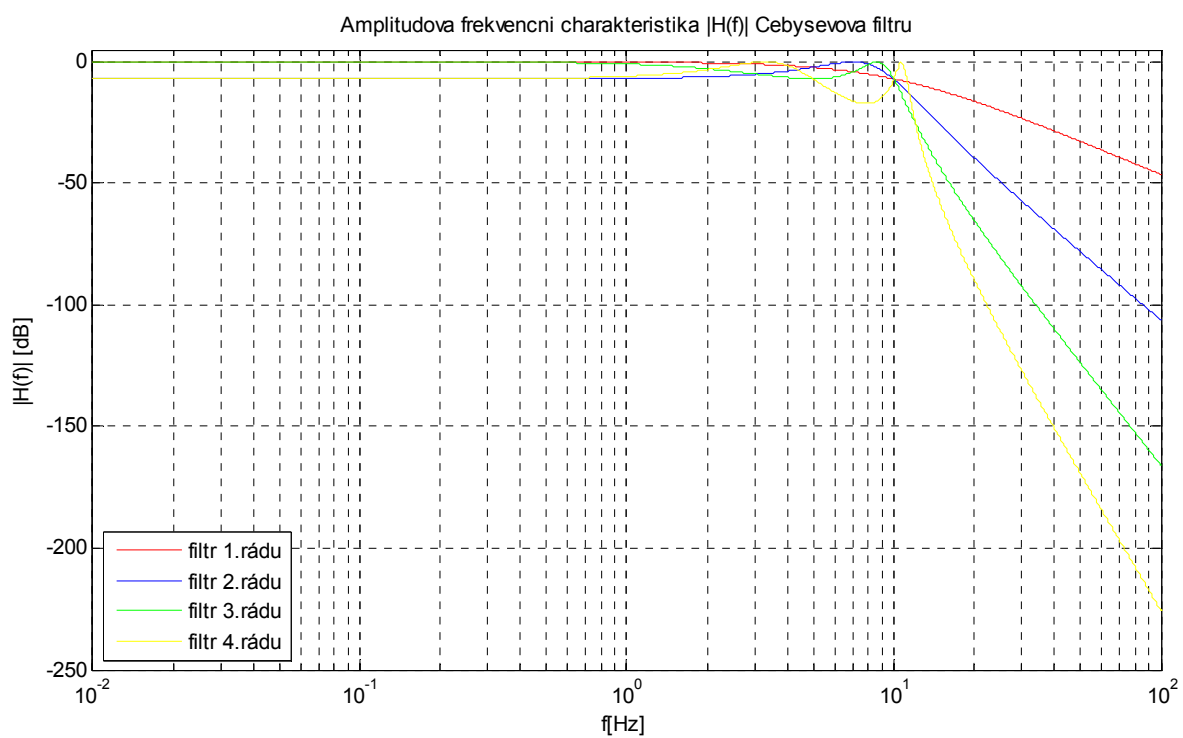
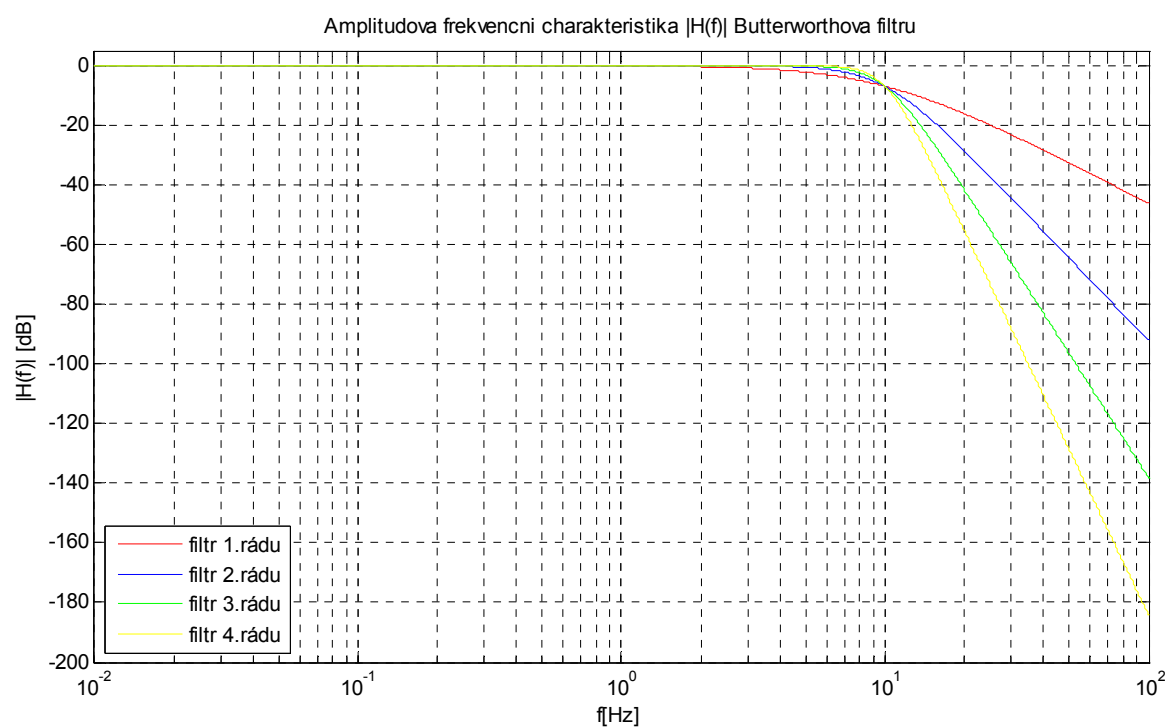
Otázky 5.2.

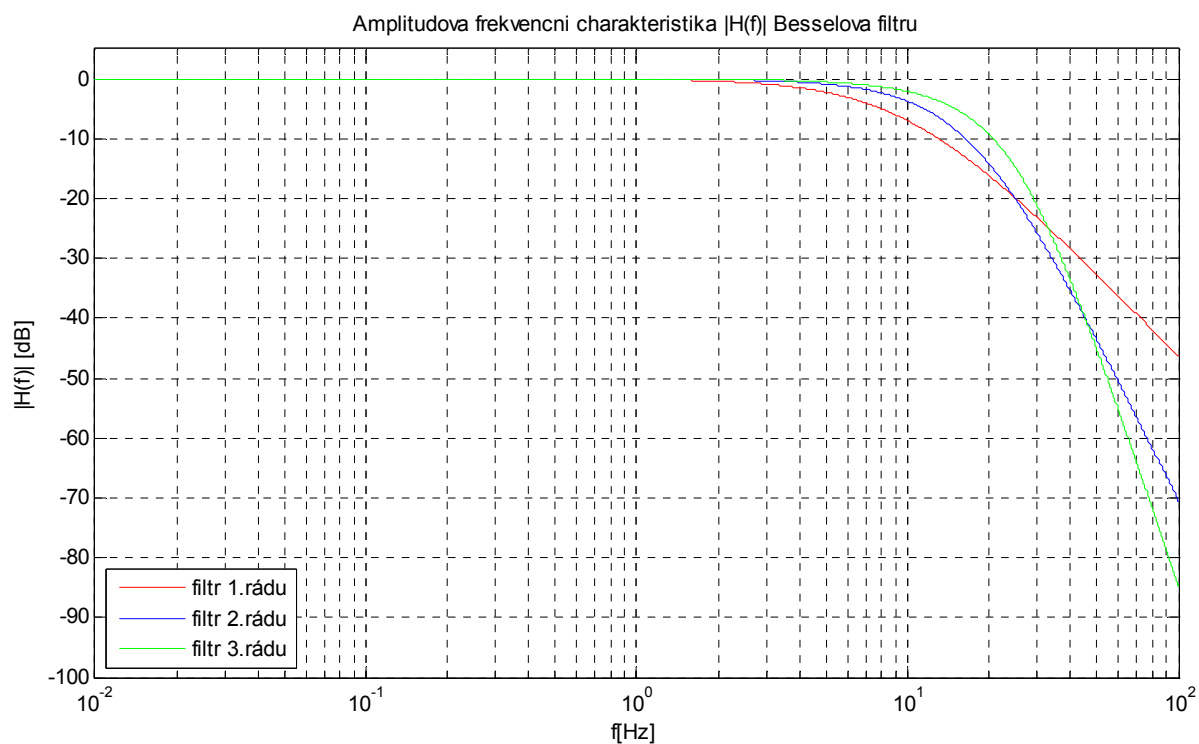
1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného filtr?
2. Jak lze rozdělit filtry zpracovávající pásmový signál?



Úlohy k řešení 5.2.

1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li definováno několik typů matematických aproximací analogových filtrů. Zadána je kritická frekvence rovna $f_b = 10\text{Hz}$ a výpočet proveďte pro jednotlivé řády filtrů. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
 - Amplitudová frekvenční charakteristika $|H(f)|$ Butterworthova filtru pro 1. řád až 4. řád filtrů.
 - Amplitudová frekvenční charakteristika $|H(f)|$ Čebyševova filtru pro 1. řád až 4. řád filtrů.
 - Amplitudová frekvenční charakteristika $|H(f)|$ Besselova filtru pro 1. řád až 3. řád filtrů.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab13_Filtry.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *Filtry.exe*

5.3. Zesilovač



Čas ke studiu: 2,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat zesilovače v komunikační technice
- popsat rozdělení zesilovačů a jejich parametry
- popsat matematické modely zesilovačů
- vypočítat zkreslení zesilovačů



Výklad

V současné době se v komunikační technice stále více uplatňují zesilovače, realizované pomocí **digitální techniky**. U dražších radiových přijímačů například ovládly zcela prostor pro mezifrekvence, u mobilních telefonů se postupně dostávají do přístroje od RF do NF stupně. **Analogové zesilovače** jsou u přijímačů běžné v části RF, kde jsou číslicová řešení velice drahá, u běžných přijímačů prozatím zůstávají analogové zesilovače i v části mezifrekvencí, a koncového stupně, protože vycházejí cenově levnější. Kombinace analogových a číslicových zesilovačů vyžaduje drahé analogo-číslíkové a číslico-analogové převodníky. Jiná situace je například u barevné televize, kde je pokrok v televizním vysílání při přechodu na digitální vysílání a na následné digitální zpracování signálu uvnitř televizního přístroje. Analogové zesilovací stupně jsou zatím vždy používány na samém vstupu nebo výstupu analogového modulovaného signálu. Jsou také vždy používány na velmi vysokých frekvencích, kde číslicová technika frekvenčně nepostačuje.

Parametry číslicového zesilovače jsou v podstatě stejné, jako parametry číslicového filtru. Parametry jsou rychlost snímání vstupních dat řádově 500 MSPS, počet vstupních kanálů často 4 vstupní digitální kanály (umožňuje příjem a přepínání mobilní sítě), každý kanál 12 bitů, 4 výstupní kanály, každý výstupní kanál rovněž 12 bitů, zpracování signálu uvnitř zesilovače s přesností na 16 bitů. Alternativa bývá 4 výstupní kanály s analogovým signálem s přesností 10 bitů.

Analyzuje-li se například zkreslení zesilovačů, pak popis reálných zesilovačů se často zjednodušuje a nahrazuje jeho dvěma krajními matematickými modely:

- **lineární dynamický model** popsáný kmitočtovým přenosem zesilovače
- **nelineární model** zesilovače popsáný nelineárním zesílením zesilovače

Popis zesilovače lineárním dynamickým modelem se, velmi nepřesně, také nazývá model zesilovače s pamětí, druhému popisu nelineárním modelem se též tedy nepřesně, říká model zesilovače bez paměti.

Ideální zesilovač by měl být popsáný rovnicí

$$v_o(t) = A v_i(t) \quad (5.3.1)$$

, která říká, že výstupní signál $v_o(t)$ zesilovače je přímo úměrný posunutému vstupnímu signálu $v_i(t)$, kde konstanta úměrnosti A je zesílení K , které může být větší nebo menší než jedna. Za ideální, nezkreslující zesilovač se považuje také zesilovač, popsáný implicitně rovnicí

$$v_o(t) = A v_i(t - T_d) \quad (5.3.2)$$

, kde T_d je časové zpoždění a ostatní členy mají stejný význam jako v předchozím případě.

Transformují-li se obě strany rovnice (5.3.2) Fourierovou transformací pak se získá

$$Y(f) = AX(f)e^{-j2\pi fT_d} \quad (5.3.3)$$

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = Ae^{-j2\pi fT_d} \quad (5.3.4)$$

, což je vztah pro přenos ideálního zesilovače podle lineárního, modelu.

Vztah pro zesilovač pásmového signálu lze také upravit zavedením skupinového zpoždění T_g .

Jakékoliv další členy v $H(f)$ přidávají ke vstupnímu signálu $v_i(t)$ lineární zkreslení, zkreslují signál lineárně. Například zesilovač s kmitočtovým přenosem

$$H(\omega) = \frac{3 + 2j\omega}{1 + 4j\omega + (j\omega)^2} e^{-2j\omega} \quad (5.3.5)$$

zkresluje signál lineárně. Lineární model zesilovače spadá do množiny lineárních filtrů. Lineárním zkreslením se negenerují do signálu nové frekvence.

Nelineární model zesilovače, který bude dále popisován, obsahuje matematické vztahy pro vygenerování nových frekvencí, které zkreslují původní vstupní signál. Pokud by byl zesilovač ideální, byl by popsán rovnicí (5.3.6),

$$v_o(t) = Kv_i(t) \quad (5.3.6)$$

, kde $v_o(t)$ je výstupní signál zesilovače, $v_i(t)$ je vstupní signál zesilovače, K je zesílení zesilovače.

V praktických realizacích je zesilovač nelineární. Jednu z hlavních nelinearit způsobuje saturace zesilovače. U analogových zesilovačů vzniká v důsledku napájecích napětí. U číslicových zesilovačů vzniká obdobný děj v důsledku délky slova zesilovače. Nelineární charakteristiku analogového zesilovače ukazuje Obr.5.3.1. Závislost výstupního napětí na vstupním napětí lze vyjádřit například pomocí Taylorova rozvoje v okolí bodu $v_i = 0$ (Maclaurinův rozvoj)

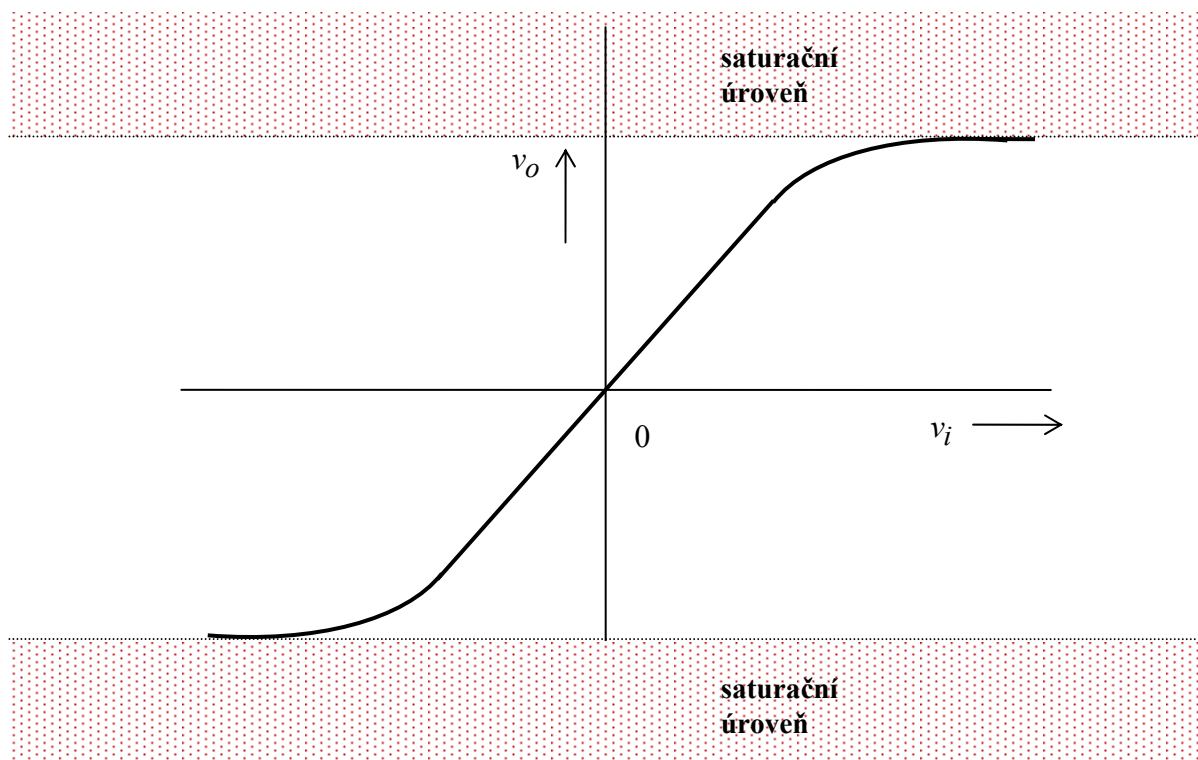
$$v_o = K_0 + K_1v_i + K_2v_i^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} K_nv_i^n \quad (5.3.7)$$

, kde koeficienty zesílení jsou dány vztahem

$$K_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{d^n v_o}{dv_i^n} \right) \bigg|_{v_i=0} \quad (5.3.8)$$

Pak platí, že K_0 je hodnota offsetu, K_1 je lineární složka zesílení, K_2 je koeficient kvadratického zesílení výstupního signálu, K_3 je koeficient kubického zesílení výstupního signálu, atd.

S výjimkou K_1 všechny složky v sumě (5.3.7) způsobují zkreslení vstupního signálu. Samozřejmě, že pro lineární zesilovač se vždy požaduje, aby byla složka K_1 co největší. Pro jiné aplikace, než je lineární zesílení, například modulátory, mohou být naopak prvky, u kterých je právě například složka K_2 co největší, velmi užitečné a žádané.



Obr. 5.3.1. Nelineární charakteristika zesilovače se saturací

Pro obecný vstupní signál nelze hodnotu **zkreslení** analyticky určit. Proto se definuje **pro harmonický vstupní signál**.

Zkreslení harmonického signálu (harmonic distortion) zesilovačem se určí přivedením harmonického testovacího signálu na vstup zesilovače: vstupní signál $v_i(t)$

$$v_i(t) = A_0 \sin \omega_0 t \quad (5.3.9)$$

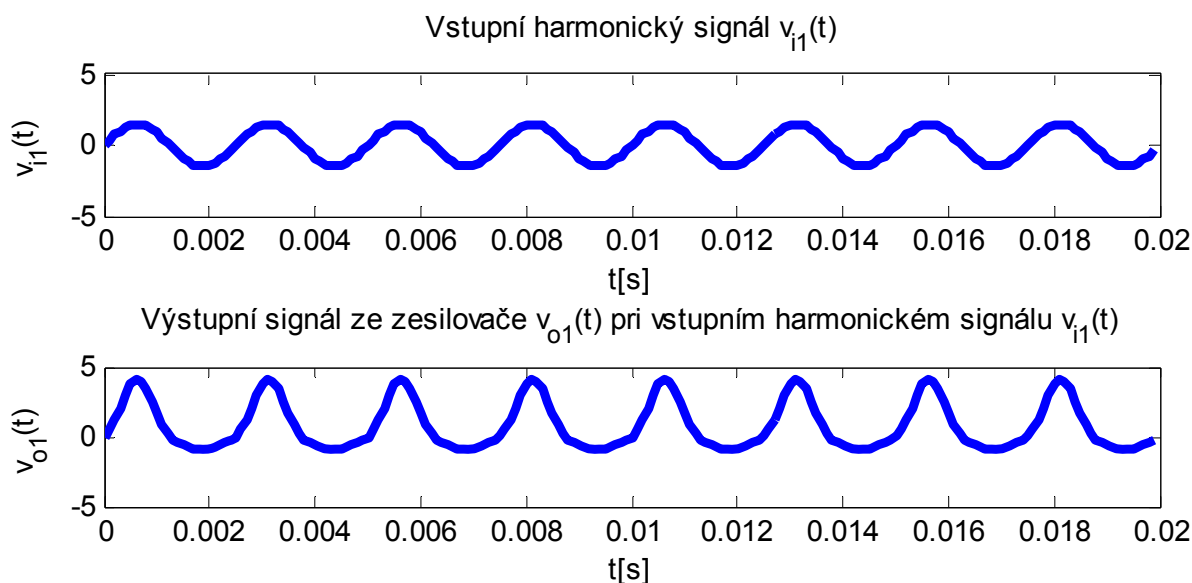
je zesilovačem nelineárně transformován podle rovnice (5.3.7). Jestliže se z této rovnice uvažují pouze první tři členy, pak první člen generuje konstantní složku, offset, druhý člen generuje žádaný zesílený signál, třetí kvadratický člen generuje ve výstupním signálu nelineárně zkreslenou složku

$$K_2 [A_0 \sin \omega_0 t]^2 = \frac{K_2 A_0^2}{2} [1 - \cos(2\omega_0 t)] \quad (5.3.10)$$

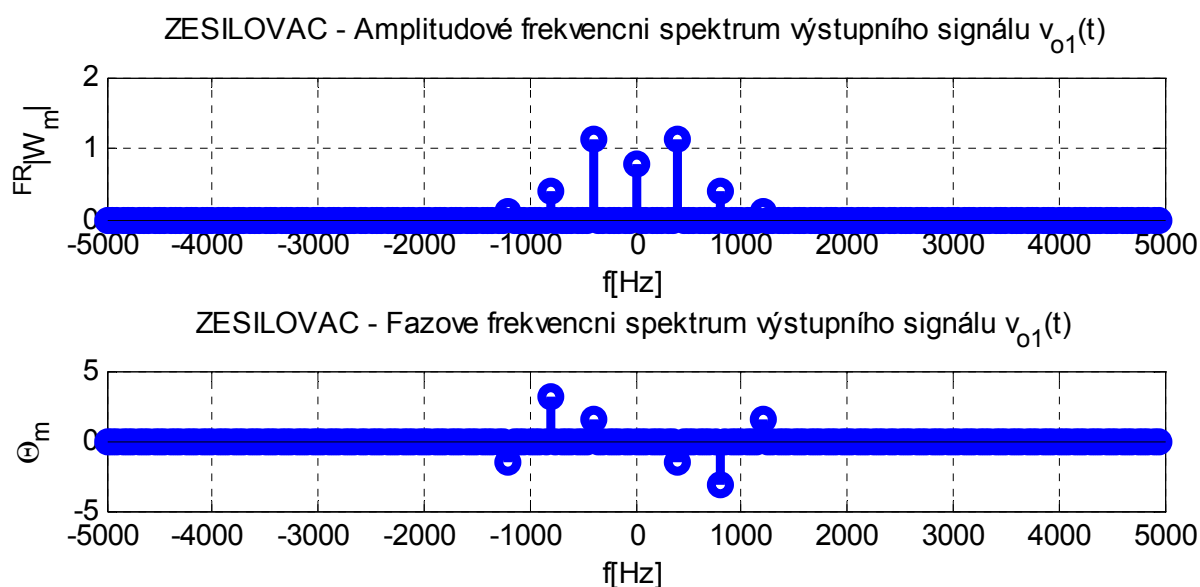
Kvadratické zesílení tak do výstupního signálu vnáší další konstantní složku $\frac{K_2 A_0^2}{2}$ a druhou harmonickou s amplitudou $\frac{K_2 A_0^2}{2}$. Přidáním dalších členů v rovnici (5.3.7) se v případě, že na vstupu zesilovače bude signál tvořený harmonickým průběhem $v_i(t) = A_0 \sin \omega_0 t$, tedy jediným tónem, pak výstupní signál nelineárního zesilovače (obr.5.3.2) bude dán rovnicí

$$v_o(t) = V_o + V_1 \cos(\omega_0 t + \phi_1) + V_2 \cos(2\omega_0 t + \phi_2) + V_3 \cos(3\omega_0 t + \phi_3) + \dots \quad (5.3.11)$$

, kde V_k je hodnota amplitudy harmonického signálu na frekvenci $k f_0$, ϕ_k je hodnota počáteční fáze harmonického signálu na frekvenci $k f_0$.



Obr.5.3.2 Časový průběh testovacího vstupního harmonického signálu $v_{i1}(t)$ a testovacího výstupního signálu $v_{o1}(t)$ ze zesilovače.



Obr.5.3.3 Amplitudové a fázové frekvencní spektrum zkresleného nelineárního výstupního signálu $v_{o1}(t)$ ze zesilovače.

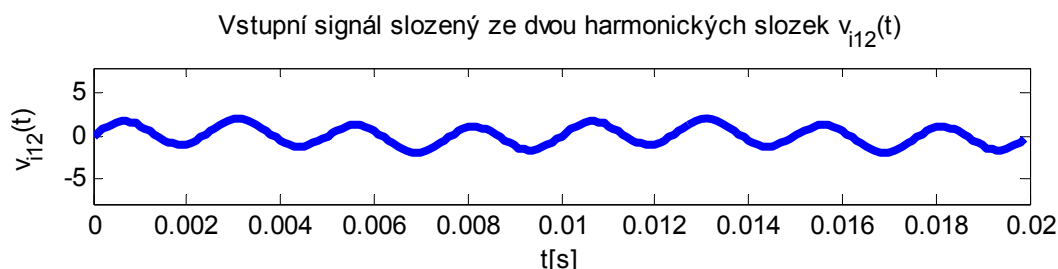
Celkové harmonické zkreslení signálu TDH (total harmonic distortion) se vyjadřuje v procentech a definuje se vztahem

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} \times 100 \% \quad (5.3.12)$$

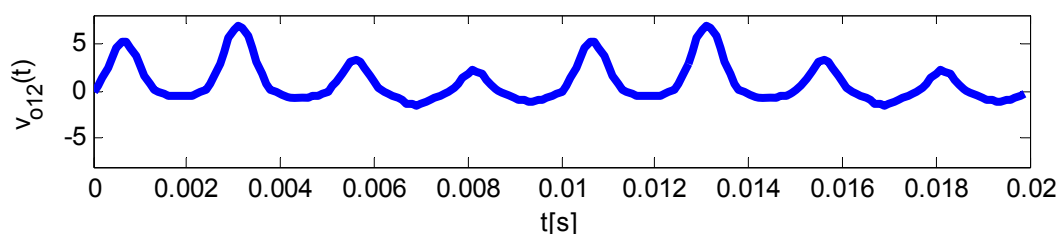
Existují přístroje, číslicové i analogové, které THD přímo měří. Jednotlivé harmonické složky V_n lze určit zobrazením amplitudových a fázových spektrům (obr.5.3.3) spektrálním analyzátozem.

Intermodulační zkreslení IMD (intermodulation distortion) se určí pomocí testovacího signálu, který je součtem dvou harmonických signálů o různých frekvencích, dvou tónů. Vstupním signálem zesilovače je tedy signál (obr. 5.3.4)

$$v_i(t) = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t \quad (5.3.13)$$



Výstupní signál ze zesilovače $v_{o12}(t)$ při vstupním signálu $v_{i12}(t)$ složeného ze dvou harmonických složek



Obr.5.3.4 Časový průběh testovacího vstupního signálu $v_{i12}(t)$ tvořeného dvěma harmonickými složkami a testovacího výstupního signálu $v_{o12}(t)$ ze zesilovače.

Kvadratický člen generuje ve výstupním signálu nelineárně zkreslenou složku

$$K_2 (A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t)^2 = K_2 (A_1^2 \sin^2 \omega_1 t + 2A_1 A_2 \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t + A_2^2 \sin^2 \omega_2 t) \quad (5.3.14)$$

První a poslední člen na pravé straně výrazu popisuje harmonické zkreslení vstupního signálu způsobené kvadratickým členem charakteristiky zesilovače.

$$K_2 (A_1^2 \sin^2 \omega_1 t + A_2^2 \sin^2 \omega_2 t) = \frac{K_2 A_1^2}{2} [1 - \cos(2\omega_1 t)] + \frac{K_2 A_2^2}{2} [1 - \cos(2\omega_2 t)] \quad (5.3.15)$$

Prostřední člen $K_2 2A_1 A_2 \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t$ reprezentuje intermodulační zkreslení IMD, které vzniká, jsou-li ve vstupním signálu přítomny oba harmonické signály. Rozvine-li se IMD intermodulační zkreslení způsobené kvadratickým členem, získá se vztah

$$K_2 2A_1 A_2 \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t = K_2 A_1 A_2 \{ \cos[(\omega_1 - \omega_2)t] - \cos[(\omega_1 + \omega_2)t] \} \quad (5.3.16)$$

Tímto se získaly dva harmonické signály. Složky harmonických signálů ve výstupním signálu zesilovače vzniklé intermodulačním zkreslením mají frekvence $|f_1 - f_2|$ a $|f_1 + f_2|$, které obecně nejsou harmonické ani k f_1 ani k f_2 . U pásmových filtrů, které frekvence $2f_1$, $2f_2$, $|f_1 - f_2|$, $|f_1 + f_2|$ nepropustí, nemusí modulační a intermodulační zkreslení způsobené kvadratickým členem v rovnici (5.3.7) činit problémy.

Významný je kubický člen v rovnici (5.3.7), způsobující, že se ve výstupním signálu na kmitočtech vstupních harmonických složek a na kmitočtech intermodulačního zkreslení objeví mocniny signálů:

$$\begin{aligned} K_3 v_i^3 &= K_3 (A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t)^3 \\ &= K_3 (A_1^3 \sin^3 \omega_1 t + 3A_1^2 A_2 \sin^2 \omega_1 t \sin \omega_2 t + 3A_1 A_2^2 \sin \omega_1 t \sin^2 \omega_2 t + A_2^3 \sin^3 \omega_2 t) \end{aligned} \quad (5.3.17)$$

První a poslední člen na pravé straně výrazu popisuje harmonické zkreslení vstupního signálu THD způsobené kubickým členem charakteristiky zesilovače. Prostřední členy reprezentují intermodulační zkreslení IMD. IMD vzniká, jsou-li ve vstupním signálu přítomny oba harmonické signály. V případě, kdy se uvažuje IMD způsobené pouze kubickým členem, pak lze rozvinout výpočet do tvaru obsahující první část výrazu pro výpočet IMD:

$$\begin{aligned} 3K_3 A_1^2 A_2 \sin^2 \omega_1 t \sin \omega_2 t &= \frac{3}{2} K_3 A_1^2 A_2 \sin \omega_2 t (1 - \cos 2\omega_1 t) \\ &= \frac{3}{2} K_3 A_1^2 A_2 \left\{ \sin \omega_2 t - \frac{1}{2} [\sin(2\omega_1 + \omega_2)t - \sin(2\omega_1 - \omega_2)t] \right\} \end{aligned} \quad (5.3.18)$$

Obdobně druhá část výrazu pro výpočet IMD

$$3K_3 A_1 A_2^2 \sin \omega_1 t \sin^2 \omega_2 t = \frac{3}{2} K_3 A_1 A_2^2 \left\{ \sin \omega_1 t - \frac{1}{2} [\sin(2\omega_2 + \omega_1)t - \sin(2\omega_2 - \omega_1)t] \right\} \quad (5.3.19)$$

Poslední dva členy ve výrazech (5.3.18) a (5.3.19) popisují signály na neharmonických frekvencích. U pásmových zesilovačů, kde je f_1 relativně blízké f_2 se obvykle frekvence $2f_1 + f_2$ a frekvence $2f_2 + f_1$ nachází mimo rozsah následných pásmových propustí a rušivý signál na těchto frekvencích je tlumen. Naopak frekvence $2f_1 - f_2$ a frekvence $2f_2 - f_1$ se obvykle nacházejí v komunikačním pásmu, mohou být blízko frekvencím f_1 a f_2 a složka signálu, generovaná intermodulačním zkreslením může způsobovat problémy. Praxe ukazuje, že tato složka je největší rušivou složkou pásmových zesilovačů v oblasti radiových frekvencí jak u přijímačů, tak u vysílačů.



Shrnutí pojmů 5.3.

Zesilovače realizované pomocí **digitální techniky**.

Analogové zesilovače jsou u přijímačů běžné v části RF, kde jsou číslicová řešení velice drahá.

Parametry číslicového zesilovače jsou v podstatě stejné, jako parametry číslicového filtru.

Lineární dynamický model popsáný kmitočtovým přenosem zesilovače.

Nelineární model zesilovače popsáný nelineárním zesílením zesilovače.

Ideální zesilovač má výstupní signál $v_o(t)$ přímo úměrný posunutému vstupnímu signálu.

Zkreslení harmonického signálu zesilovačem se určí přivedením harmonického testovacího signálu na vstup zesilovače.

Celkové harmonické zkreslení signálu THD se vyjadřuje v procentech a definuje míru nelinearity.

Intermodulační zkreslení IMD se určí pomocí testovacího signálu, který je součtem dvou harmonických signálů o různých frekvencích, dvou tónů.



Otázky 5.3.

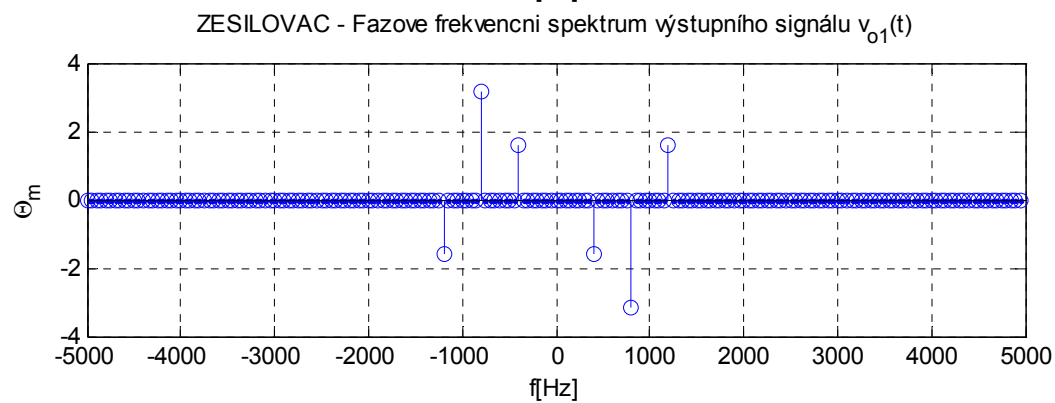
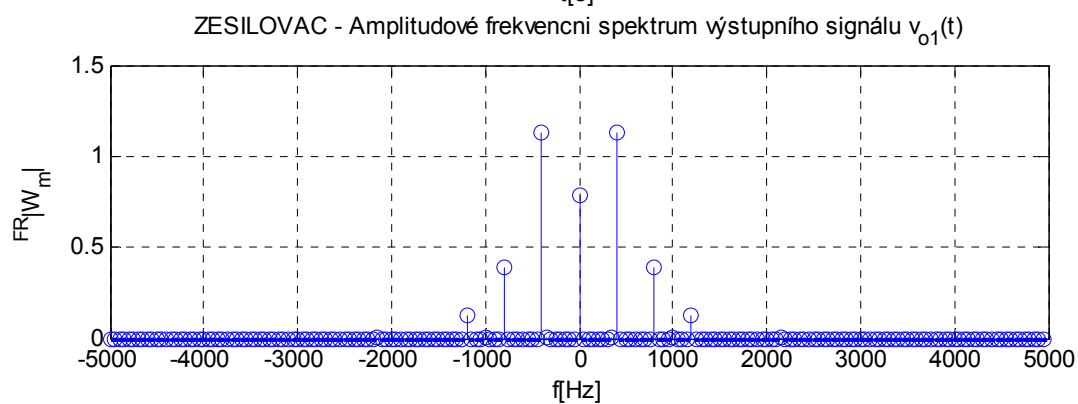
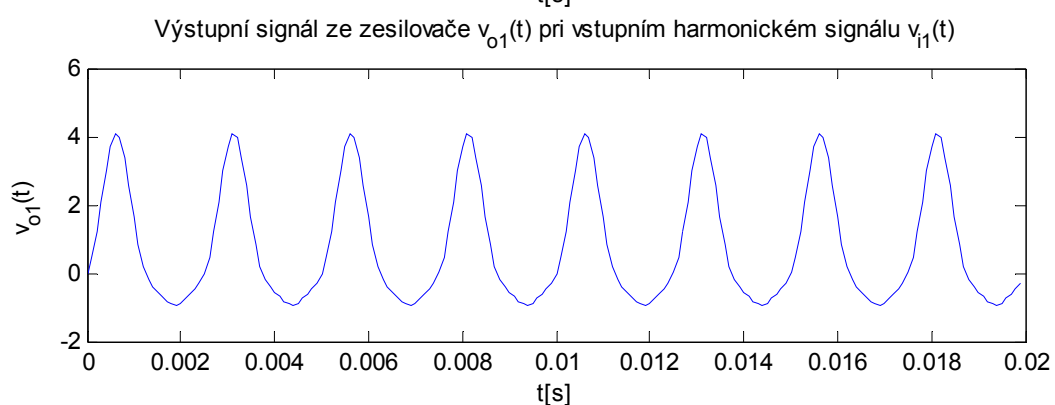
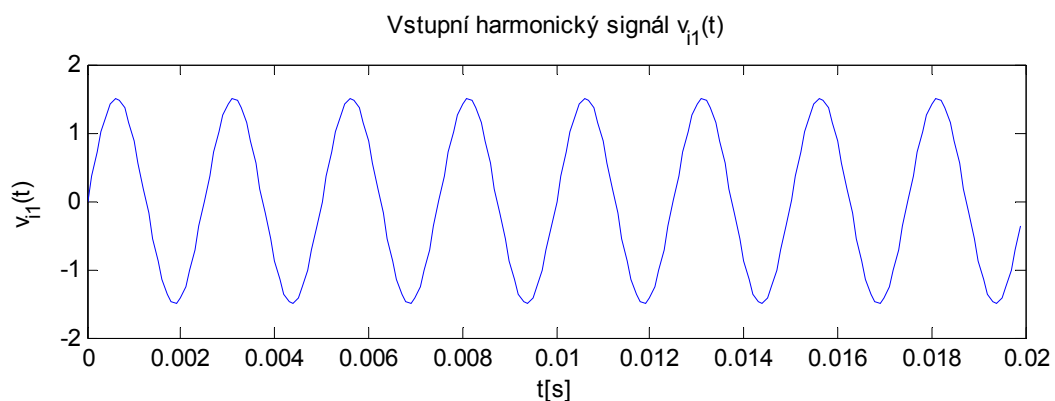
1. Jak lze rozdělit modely zesilovače zpracovávající pásmový signál?
2. Co je zkreslení harmonického signálu zesilovačem?
3. Jaký je účel a využití celkové harmonické zkreslení signálu THD?
4. Jaký je účel a využití intermodulačního zkreslení signálu IMD?

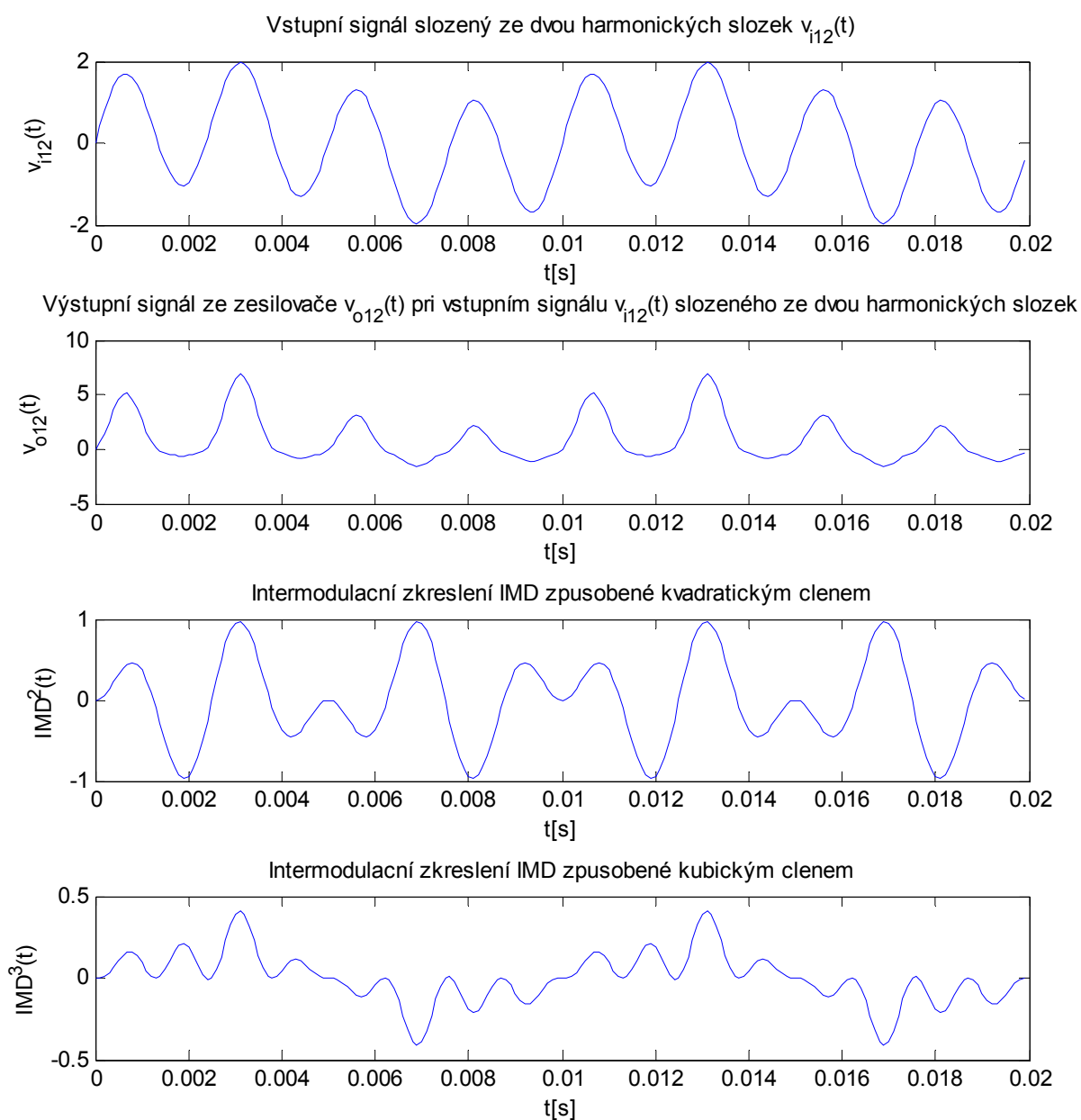


Úlohy k řešení 5.3.

Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán harmonický vstupní signál $v_{i1}(t) = 1,5 \cdot \sin(800 \cdot \pi \cdot t)$ pro výpočet celkového harmonického zkreslení THD a intermodulačního zkreslení IMD zesilovače. Dále je zadán druhý harmonický signál $v_{i2}(t) = 0,5 \cdot \sin(200 \cdot \pi \cdot t)$ pouze pro výpočet intermodulačního zkreslení IMD zesilovače. Parametry zesilovače jsou hodnota ofsetu K_0 , lineární složka zesílení K_1 , koeficient kvadratického zesílení výstupního signálu K_2 , koeficient kubického zesílení výstupního signálu K_3 . Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh vstupního harmonického signálu $v_{i1}(t)$.
- Časový průběh výstupního zkresleného signálu $v_{o1}(t)$ ze zesilovače při vstup. signálu $v_{i1}(t)$.
- Amplitudové, fázové frekvenční spektrum výstupního signálu $v_{o1}(t)$.
- Výpočet a zobrazení výsledku celkového harmonického zkreslení THD zesilovače na obrazovku.
- Časový průběh vstupního signálu složeného ze dvou harmonických signálů $v_{i12}(t) = v_{i1}(t) + v_{i2}(t)$.
- Časový průběh výstupního zkresleného signálu $v_{o12}(t)$ ze zesilovače při vstupním signálu $v_{i12}(t) = v_{i1}(t) + v_{i2}(t)$.
- Časový průběh intermodulačního zkreslení způsobeného kvadratickým členem zesilovače $IMD^2(t)$.
- Časový průběh intermodulačního zkreslení způsobeného kvadratickým členem zesilovače $IMD^3(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab14_zesilovace.m*

5.4. Omezovač



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

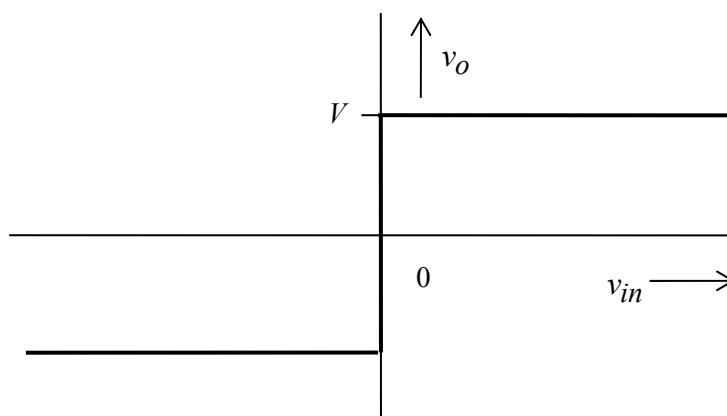
- definovat princip omezovače
- popsat upravu pásmového signálu omezovačem
- vypočítat výstupní signál z omezovače



Výklad

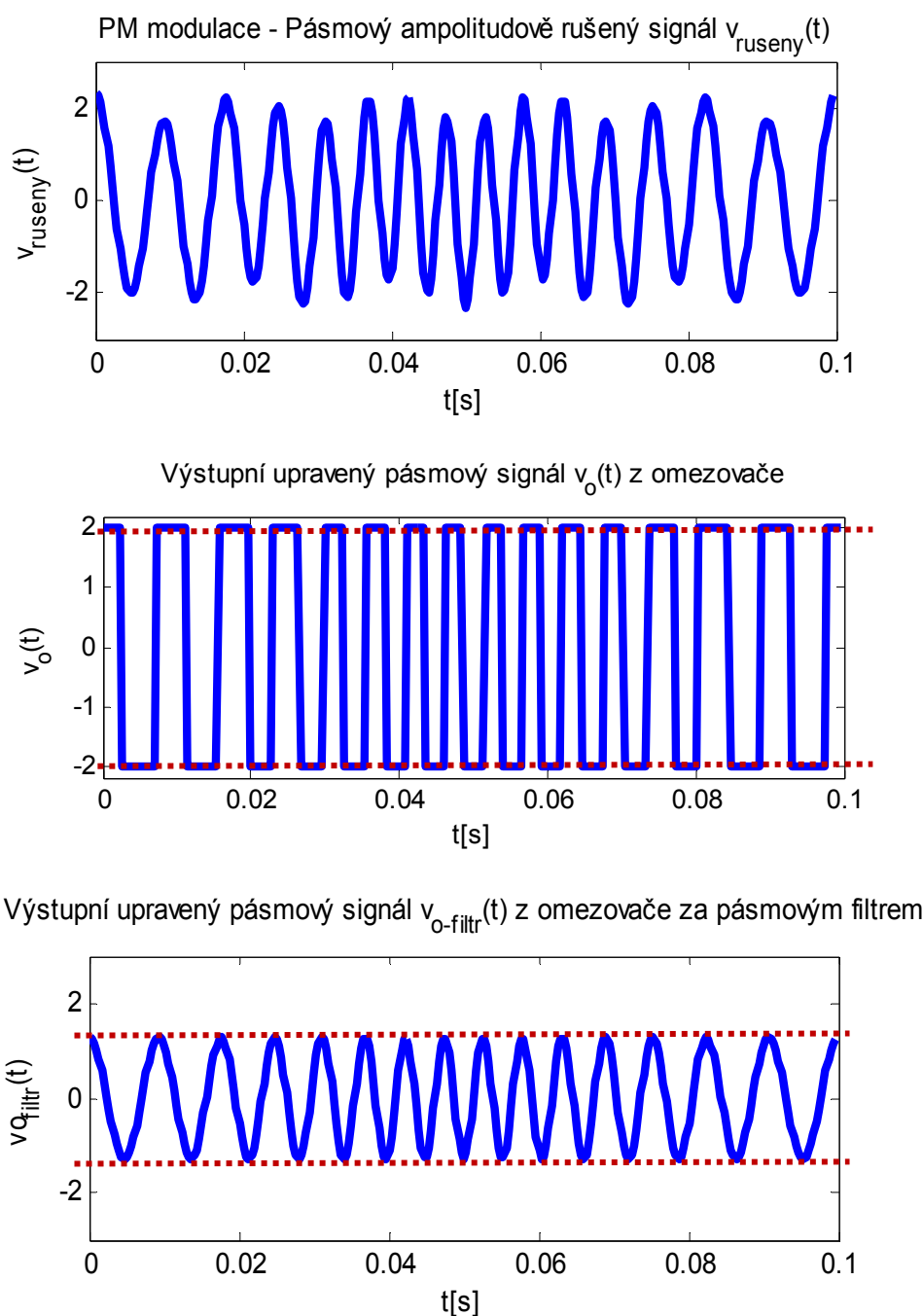
Omezovač (limiter) je **nelineární obvod s ostrou saturací** statické charakteristiky. Vstupní signál je na výstupu omezovače zesílen. Charakteristika ideálního omezovače signálu je zobrazena na Obr.5.4.1. Tato charakteristika prezentuje ideální komparátor s nulovou komparační hladinou a s hladinami saturace na napětích $\pm V$. Výstup omezovače je ovlivněn polaritou, ale ne kolísáním hodnoty vstupního signálu dané polaritou, není například ovlivněn kolísáním amplitudy vstupního amplitudově modulovaného (AM) signálu.

Pásmový omezovač (bandpass limiter) je nelineární omezovač s uvedenou saturační charakteristikou, na jehož výstupu je **pásmový filtr**. V případě, že na pásmový omezovač se přivede amplitudově modulovaný signál a je-li pásmový filtr ideální, nastavený na frekvenci nosné amplitudové modulační, pak výstupní signál na výstupu filtru pásmového omezovače je harmonický, protože do filtru vstupuje posloupnost pravoúhlých impulsů a ideální filtr všechny nežádoucí kmitočty, vyšší harmonické, ze signálu odfiltruje. Časový průběh zobrazený na Obr.5.4.2 prezentuje modulovaný zarušený signál, který je upraven omezovačem a filtrem.



Obr. 5.4.1. Charakteristika ideálního omezovače pásmového signálu

Při vstupním signálu $v_{in}(t) = \cos \omega_c t$ ideální omezovač generuje posloupnost $v(t)$ bipolárních pravoúhlých impulsů o amplitudě V , periodě $T = 2\pi/\omega_c$ a šířce $\tau = T/2$.



Obr.5.4.2 Časový průběh modulovaného zarušeného signálu $v_{\text{ruseny}}(t)$, který je upraven omezovačem na signál $v_o(t)$, který je dále filtrován na signál $v_{\text{ofiltr}}(t)$.

Tato posloupnost má Fourierův rozklad roven následujícímu vztahu

$$v(t) = 2V \left[\frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \cos \omega_c t + \frac{\sin \left(2 \frac{\pi}{2} \right)}{2 \frac{\pi}{2}} \cos(2\omega_c t) + \dots \right] \quad (5.4.1)$$

Ideálním pásmovým filtrem se za ideálním nelineárním zesilovačem propustí na výstup pásmového omezovače pouze požadovaná první harmonická složka:

$$v_o(t) = KV \cos \omega_c t \quad (5.4.2)$$

, kde koeficient zesílení je roven

$$K = (4/\pi) \times \text{zesílení výstupního pásmového filtru} \quad (5.4.3)$$

Obecně, každý vstupní pásmový signál, může to být modulovaný signál plus šum, lze vyjádřit ve tvaru

$$v_{in}(t) = R(t) \cos(\omega_c t + \theta(t)) \quad (5.4.4)$$

, kde $R(t)$ je reálná obálka signálu $v_{in}(t)$, $\theta(t)$ je počáteční fáze signálu $v_{in}(t)$

Signál za pásmovým filtrem je roven

$$v_o(t) = KV \cos(\omega_c t + \theta(t)) \quad (5.4.5)$$

kde koeficient zesílení je roven

$$K = (4/\pi) \times \text{zesílení výstupního pásmového filtru} \quad (5.4.6)$$

Vztah (5.4.6) ukazuje, že omezovač zcela odstranil informaci o amplitudě vstupního signálu, ponechal však informaci o jeho frekvenci a počáteční fázi. Tato vlastnost omezovače se využívá v obvodech pro příjem a zpracování číslicových a analogových signálů, u kterých je informace zakódována do některých z těchto typů úhlové modulace (PM, FM).



Shrnutí pojmů 5.4.

Omezovač je nelineární obvod s ostrou saturací statické charakteristiky.

Pásmový omezovač je nelineární omezovač s uvedenou saturační charakteristikou, na jehož výstupu je **pásmový filtr**.

Omezovače se využívají pro příjem a zpracování číslicových a analogových signálů, u kterých je informace zakódována do některých z **typů úhlové modulace** (PM, FM).



Otázky 5.4.

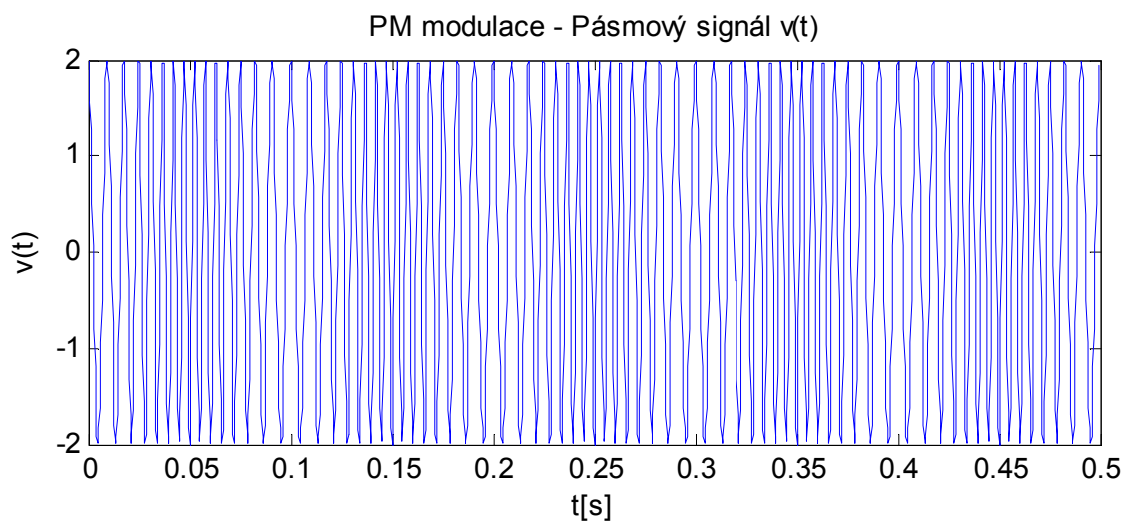
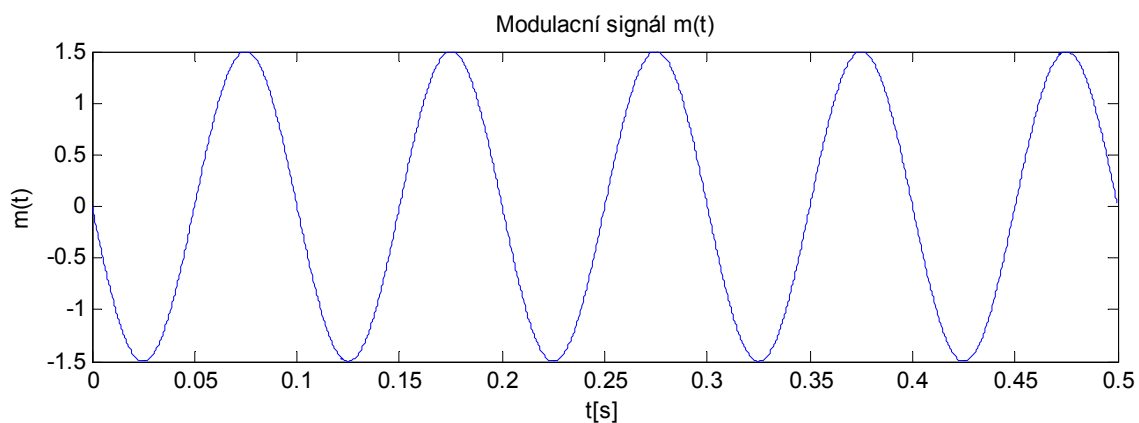
1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného omezovač?
2. Z jakých funkčních bloků je složený pásmový omezovač?
3. Jaký je matematický vztah pro výstupní signál z omezovače?

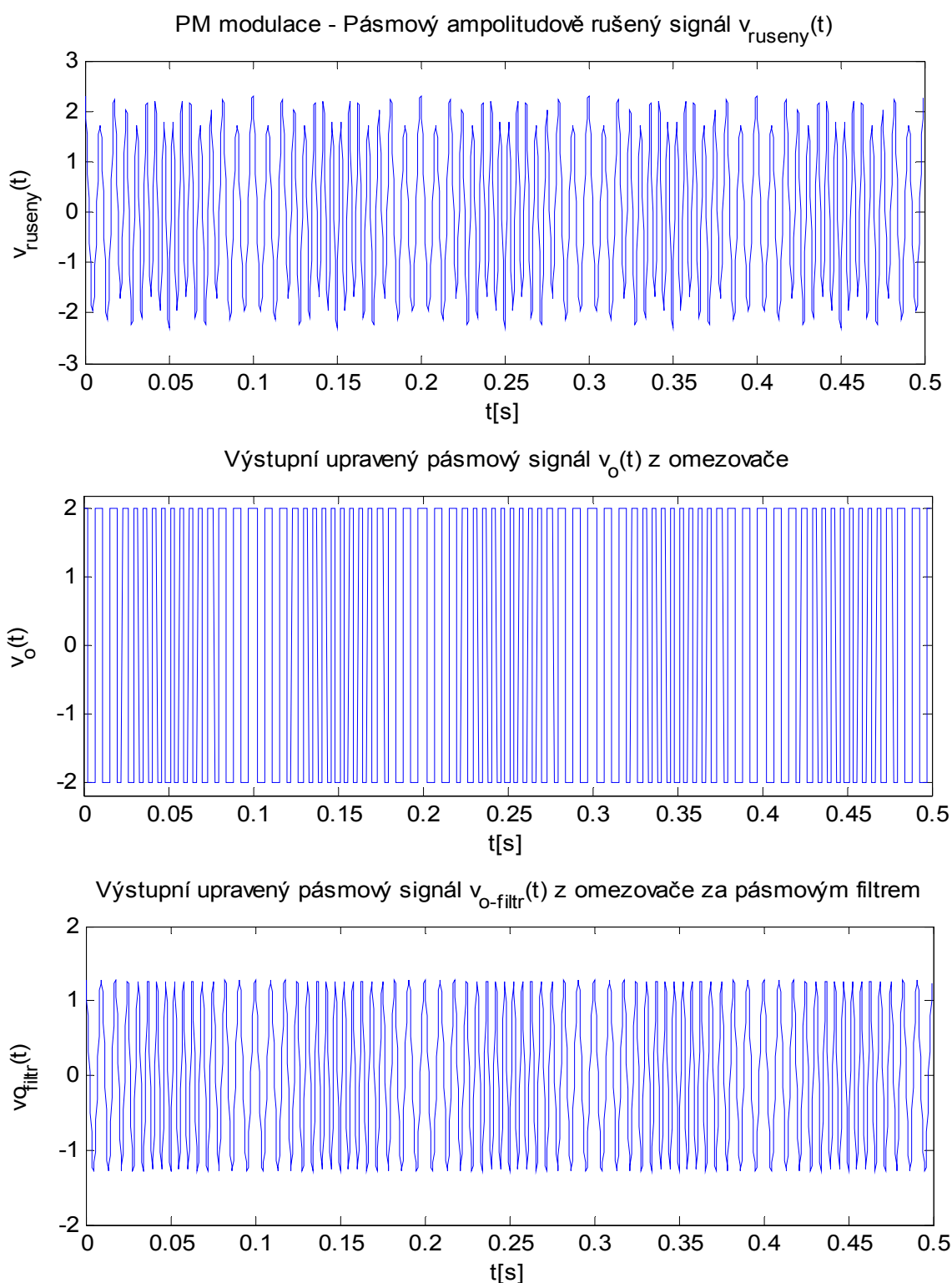


Úlohy k řešení 5.4.

1. Vypočítejte a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním frekvenčním pásmu jako harmonický signál $m(t) = 1,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$. Nosná frekvence pásmového modulovaného signálu je $f_c = 150\text{Hz}$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je PM. Rušivý signál přidaný při přenosu pásmového signálu je $w_{\text{rušení}}(t) = 0,3 \cdot \cos(50 \cdot \pi \cdot t)$. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Časový průběh celkového modulovaného pásmového signálu $v_{\text{rušení}}(t)$ s přidaným amplitudovým rušením $w_{\text{rušení}}(t)$.
- Časový průběh omezovačem upraveného výstupního modulovaného pásmového signálu $v_0(t)$.
- Časový průběh filtrovaného omezovačem upraveného výstupního modulovaného pásmového signálu $v_{0-\text{filtr}}(t)$.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab15_omezovace.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *omezovace.exe*

5.5. Směšovač



Čas ke studiu: 3 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat principy fungování směšovače
- popsat zpracováváný pásmový signál ze směšovače
- popsat realizaci směšovačů
- popsat rozdělení směšovačů



Výklad

Modulátory a některé detektory a demodulátory mají jako základní funkční prvek **směšovač (mixer)**. Ideální mixer je obvod, který má dva vstupní signály a jehož výstupní signál je součinem těchto dvou vstupních signálů. Jeden ze vstupních signálů přitom často bývá harmonický signál generovaný oscilátorem, jak je prezentováno na Obr.5.5.1.

Probíraná problematika principu fungování mixeru se v textu zaměřuje na matematické modely mixerů používané v komunikační technice a v regulační technice. Tedy nejedná se o mixery, ani modely mixerů, používané v audio technice. Audio mixery používané například v nahrávacích studiích mívají mnoho vstupních kanálů, na které jsou připojeny různé druhy zdrojů signálů, například mikrofony. Pracují obvykle v základním pásmu, skládají signály z jednotlivých kanálů s různou deformací jejich spektra do obvykle jednoho nebo několika málo výstupních signálů.

Mixery v oblasti modulovaných signálů se používají pro provedení **posunu vstupního signálu po frekvenční ose**. Je-li vstupní signál pásmový signál, který má nenulové spektrum ve frekvenčním pásmu v okolí, nebo v blízkosti frekvence $f = f_c$, pak takový signál lze vyjádřit vztahem

$$v_{in}(t) = \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \quad (5.5.1)$$

, kde $R(t)$ je komplexní obálka vstupního signálu $v_{in}(t)$. Výstupní signál za ideálním mixerem má tedy tvar

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \left[A_0 \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \right] \cos \omega_0 t \\ &= \frac{A_0}{4} \left[g(t)e^{j\omega_c t} + g^*(t)e^{-j\omega_c t} \right] \left[e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} \right] \\ &= \frac{A_0}{4} \left[g(t)e^{j(\omega_c + \omega_0)t} + g^*(t)e^{-j(\omega_c + \omega_0)t} + g(t)e^{j(\omega_c - \omega_0)t} + g^*(t)e^{-j(\omega_c - \omega_0)t} \right] \end{aligned} \quad (5.5.2)$$

Tedy dále upravený vztah pro výstupní signál za ideálním mixerem

$$v_1(t) = \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g(t)e^{j(\omega_c + \omega_0)t}\} + \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g(t)e^{j(\omega_c - \omega_0)t}\} \quad (5.5.3)$$

Pro $f_c \geq f_0$ byl vstupní signál se spektrem s frekvencí v blízkosti frekvence $f = f_c$ frekvenčně posunut, a to hned do dvou výstupních frekvenčních pásem: do horního pásma (up-conversion frequency band) v blízkosti frekvence $f_u = f_c + f_0$, do dolního pásma (down-conversion frequency band) v blízkosti frekvence $f_d = f_c - f_0$. Zároveň se signál průchodem směšovačem rozdělený do dvou frekvenčních pásem sníží na poloviční úroveň, což je patrné z Obr.5.5.2, Obr.5.5.3. Pro vyjmutí potřebného frekvenčního pásma se použije filtr, jak je uvedeno na Obr.5.5.1. Horní pásmo se odstraní pásmovým filtrem. Dolní pásmo se odstraní buďto pásmovým filtrem, pokud $f_d = f_c - f_0$ neleží v blízkosti nulové hodnoty a jednalo se o konverzi mezi pásmy, nebo dolnoproustným filtrem, tj dolnoproustným filtrem v základním frekvenčním pásmu, pokud se jednalo o demodulaci signálu do základního pásma kdy $f_c = f_0$. Je-li tedy $f_c > f_0$, je za pásmovým filtrem výstupní signál

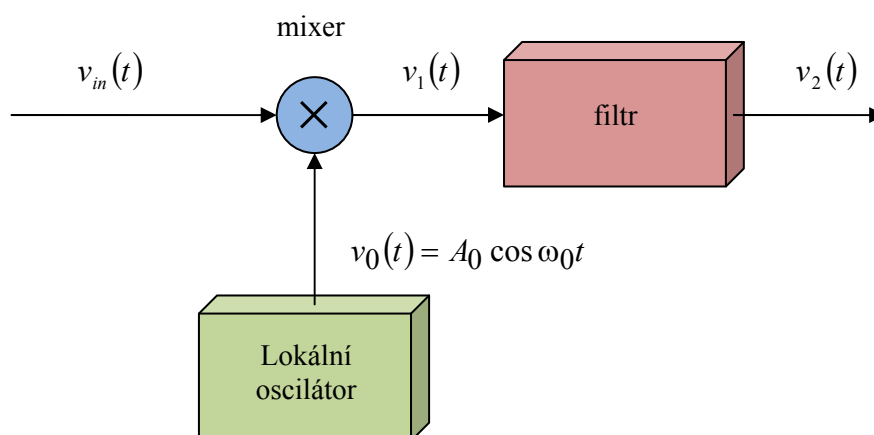
$$v_2(t) = \frac{A_0}{2} \operatorname{Re} \left\{ g(t) e^{j(\omega_c - \omega_0)t} \right\} \quad (5.5.4.)$$

Pro tento případ, když $f_c > f_0$ je zřejmé, že se za mixerem zachovává úplná informace o modulačním signálu $m(t)$.

Pokud je $f_c < f_0$, přechází definovaný vztah (5.5.3) do tvaru

$$v_1(t) = \frac{A_0}{2} \operatorname{Re} \left\{ g(t) e^{j(\omega_c + \omega_0)t} \right\} + \frac{A_0}{2} \operatorname{Re} \left\{ g^*(t) e^{j(\omega_c - \omega_0)t} \right\} \quad (5.5.5)$$

Z důvodu, že frekvence v exponentu ve výrazu pro pásmový signál se ponechává pro snadnou fyzikální interpretaci polohy frekvenčních složek signálu kladná. Pokud je $f_c < f_0$ je komplexní obálka signálu posunutého do dolního pásma komplexně sdružená ke komplexní obálce vstupního signálu. Je to ekvivalentní tvrzení, že se v posunutém spektru postranní pásma vyskytující se ve vstupním neposunutém signálu vzájemně vymění, tj. že se horní postranní pásmo ve spektru vstupního signálu stalo dolním postranním pásmem ve spektru signálu posunutého do dolního pásma a že se dolní postranní pásmo ve spektru vstupního signálu stalo horním postranním pásmem ve spektru signálu posunutého do dolního frekvenčního pásma.



Obr. 5.5.1. Základní blokové schéma směšovače - mixeru

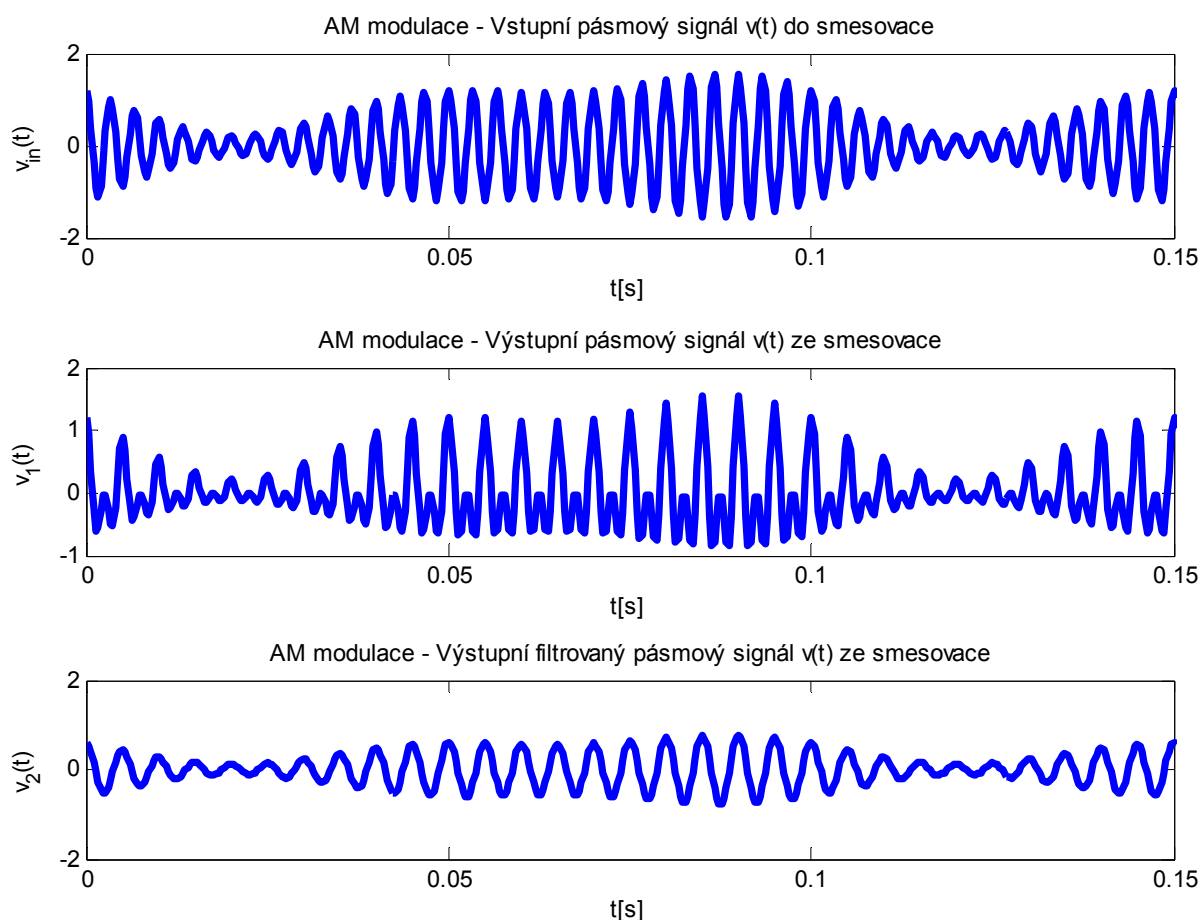
Matematicky lze provést ověření následujícím způsobem

$$F\{g^*(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)e^{-j\omega t} dt = \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j(-\omega)t} dt \right] = G^*(-f) \quad (5.5.6)$$

Proměnná $-f$ ukazuje, že horní a dolní postranní pásmo byly vyměněny a komplexní sdružená funkce ukazuje, že fáze spektra byla invertována.

Ideální mixer lze popsat jako lineární obvod s časově proměnným koeficientem, protože

$$v_1(t) = (A \cos \omega_0 t) v_{in}(t) \quad (5.5.7)$$

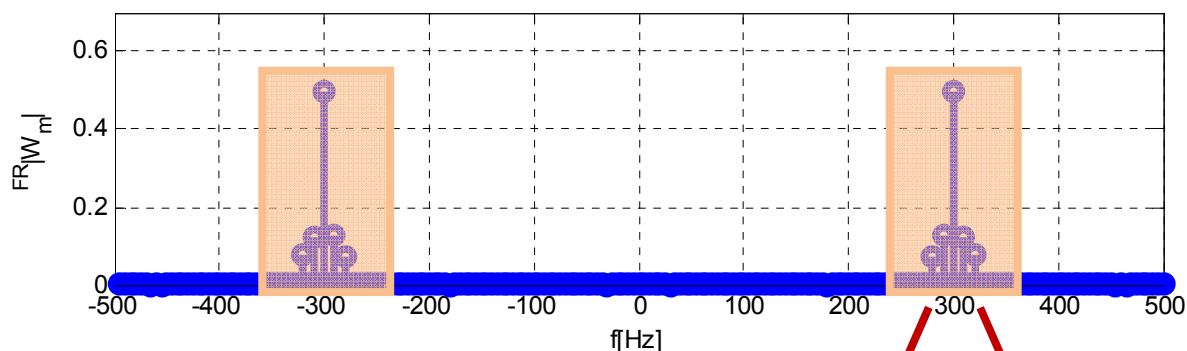


Obr.5.5.2 Časový průběh AM modulaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do směšovače, výstupního signálu ze směšovače $v_1(t)$ a vybraného výstupního filtrovaného signálu ze směšovače $v_2(t)$

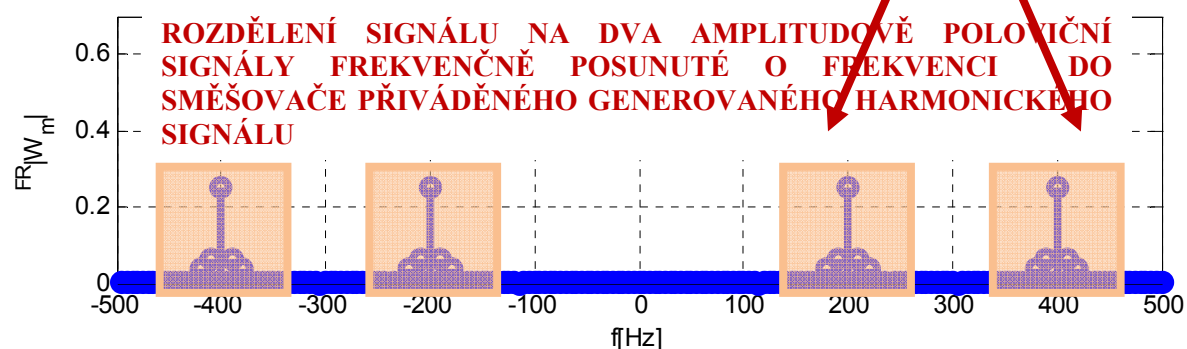
Pro realizaci mixerů se používá bezpočet principů, pro ilustraci jsou v textu uvedeny 3 základní principy, které jsou popisovány jako součásti modulátorů:

- realizace na násobičkách tvořených prvky s proměnlivou transkonduktancí (dvouhradlový FET).
- průchod součtu signálů vhodnou nelinearitou s následnou filtrací výstupního signálu.
- průchod informačního signálu lineárním obvodem s časově proměnným parametrem, tj. se zesílením časově závislým na amplitudě signálu generovaném lokálním oscilátorem.

AM modulace - Amplitudové frekvenční spektrum vstupního pásmového signálu $v_{in}(t)$ do smesovace

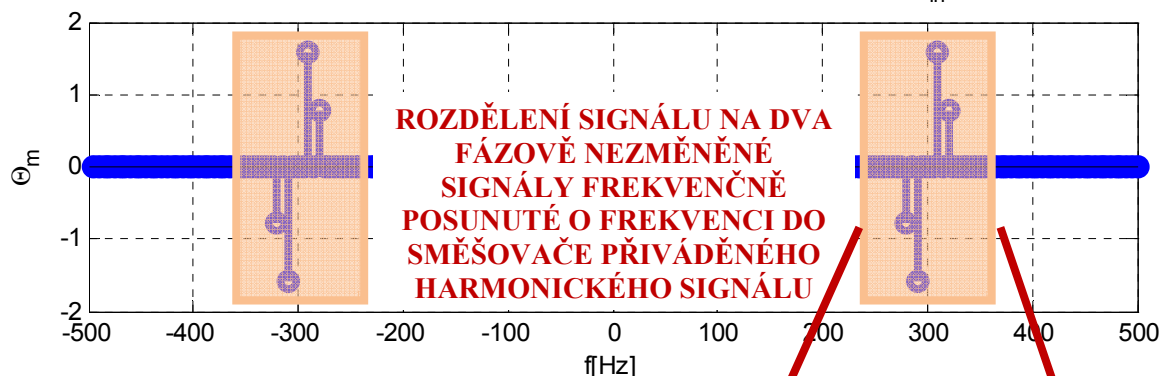


AM modulace - Amplitudové frekvenční spektrum výstupního pásmového signálu $v_1(t)$ ze smesovace

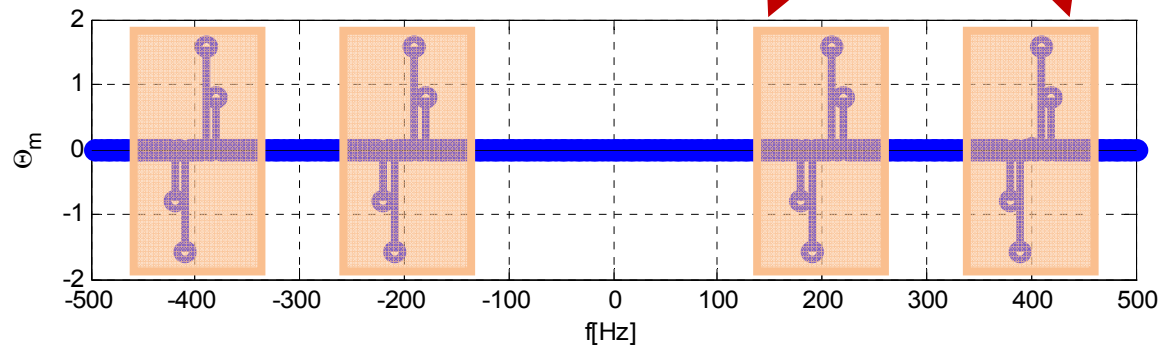


Obr. 5.5.3. Amplitudové frekvenční spektrum AM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do směšovače a výstupního signálu ze směšovače $v_1(t)$

AM modulace - Fázové frekvenční spektrum vstupního pásmového signálu $v_{in}(t)$ do smesovace



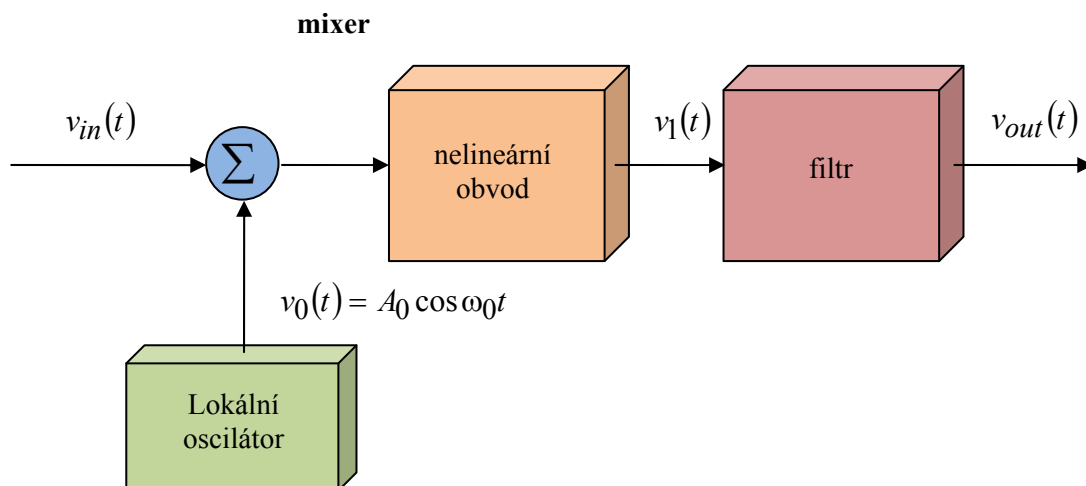
AM modulace - Fázové frekvenční spektrum výstupního pásmového signálu $v_1(t)$ ze smesovace



Obr. 5.5.4. Fázové frekvenční spektrum AM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do směšovače a výstupního signálu ze směšovače $v_1(t)$

Realizace mixeru založené **na násobičkách tvořených prvky s proměnlivou transkonduktancí** je klasické analogové řešení, dosud nejsou k dispozici násobičky, které by umožňovaly násobení signálů na RF frekvencích.

Realizace mixeru založené **na průchodu součtu signálů vhodnou nelinearitou s následnou filtrací výstupního signálu** je opět analogové řešení, které prezentuje Obr. 5.5.5.



Obr. 5.5.5. Blokové schéma realizace mixeru využívající průchod součtu signálů nelinearitou

Za nelinearitou je signál, který lze vyjádřit ve tvaru Taylorova rozvoje v okolí bodu $v_i = 0$ (Maclaurinův rozvoj)

$$v_1 = K_0 + K_1(v_{in} + v_0) + K_2(v_{in} + v_0)^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} K_n(v_{in} + v_0)^n \quad (5.5.8)$$

Pro nelinearitu, kde je významný kvadratický člen, respektive pro zapojení s nelinearitou, kde složky, generované ostatními členy v rovnici (5.5.8) následným filtrem se odfiltrují na signál

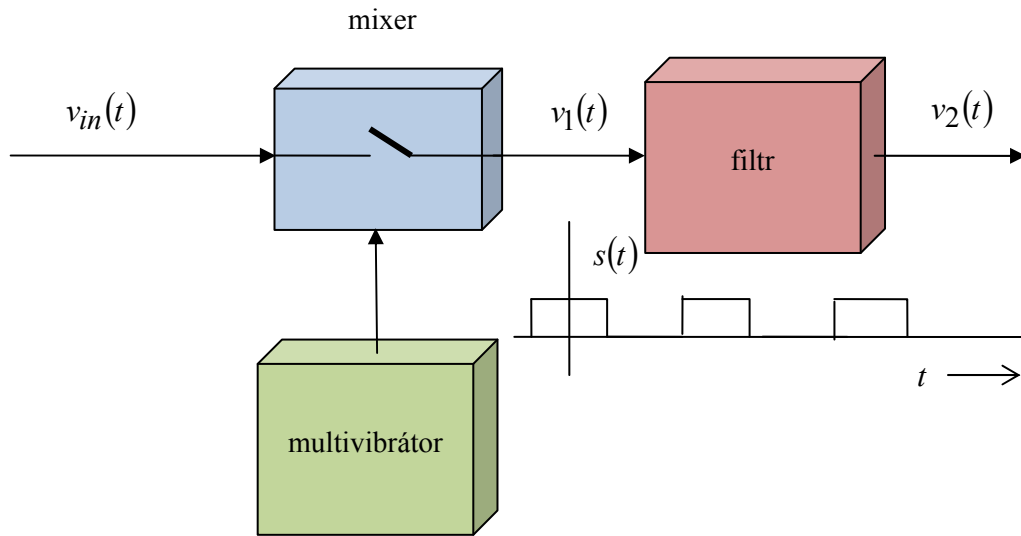
$$\begin{aligned} v_1 &= K_2(v_{in} + v_0)^2 + \text{ostatní členy} \\ &= K_2(v_{in}^2 + 2v_{in}v_0 + v_0^2) + \text{ostatní členy} \end{aligned} \quad (5.5.9)$$

Prostřední člen reprezentuje požadovaný výstup mixeru

$$2K_2v_{in}(t)v_0(t) = 2K_2A_0v_{in}(t)\cos\omega_0t \quad (5.5.10)$$

Za předpokladu, že je $v_{in}(t)$ pásmový signál, použije se pro oddělení signálu posunutého do horního frekvenčního pásma nebo pro oddělení signálu posunutého do dolního frekvenčního pásmová propust. Pokud se ale frekvence f_0 a f_c nezvolí pečlivě, mohou být do propustných pásem posunutých signálů zaneseny rušivé signály IMD i rušivé signály harmonického zkreslení.

Realizace mixeru založené **na průchodu informačního signálu lineárním obvodem s časově proměnným parametrem**, tj. se zesílením, časově závislým na amplitudě signálu generovaném lokálním oscilátorem. Tyto mixery se často v katalogu firem uvádějí pod označením jako mixery digitální, pracují ale v principu analogově. Mixery jsou budovány z lokálního oscilátoru pracujícího v režimu multivibrátoru. Multivibrátor aktivuje spínač signálu. Na rozdíl od obrázku Obr.5.5.6 pracující obvykle tyto části mixeru se symetrickým budícím napětím, což je prezentováno na Obr.5.5.8. Mixer je dnes již realizovaný pomocí techniky CMOS a na trhu je k dispozici běžně do frekvencí 20 GHz. Za mixerem následuje filtr, který z posloupnosti pravoúhlých impulsů vyjme požadovaný konvertovaný signál.



Obr. 5.5.6. Blokové schéma realizace mixeru s časově proměnnými parametry

Zesílení spínače je buďto jedna nebo nula. Signál za spínačem je dán vztahem

$$v_1(t) = v_{in}(t)s(t) \quad (5.5.11)$$

kde $s(t)$ je, v tomto případě unipolární pravoúhlý spínací signál, který má jednotkovou amplitudu, respektive maximální hodnotu. Tímto prvkem se získává vlastně impulsně modulovaný signál PAM s přirozeným vzorkováním, tedy

$$v_1(t) = v_{in}(t) \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin(n\pi/2)}{n\pi} \cos(n\omega_0 t) \right] \quad (5.5.12)$$

Potřebná operace násobení se provedla pro $n = 1$, protože při odsunutí ostatních členů je pro $n = 1$

$$v_1(t) = \frac{2}{\pi} v_{in}(t) \cos \omega_0 t + \text{ostatní členy} \quad (5.5.13)$$

Za předpokladu, že spektrum originálního signálu leží v blízkosti frekvence f_c , generují se posunutá frekvenční spektra v pásmech v blízkosti frekvencí $f_u = f_c + f_0$ a $f_d = f_c - f_0$. Také jsou posuny do jiných frekvenčních pásem, zejména do pásem frekvencí $f = |f_c \pm n f_0|$, $n = 3, 5, 7, \dots$ a také je zde člen $\frac{1}{2} v_{in}(t)$ v pásmu původního signálu. Samozřejmě, že všechny tyto členy musí být odstraněny filtrem, který následuje za vlastním mixerem.

Impulsně modulovaný signál PAM s přirozeným vzorkováním lze vyjádřit ve tvaru

$$v_1(t) = v_{in}(t) \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin(n\pi/2)}{n\pi} \cos(n\omega_0 t) \right] \quad (5.5.14)$$

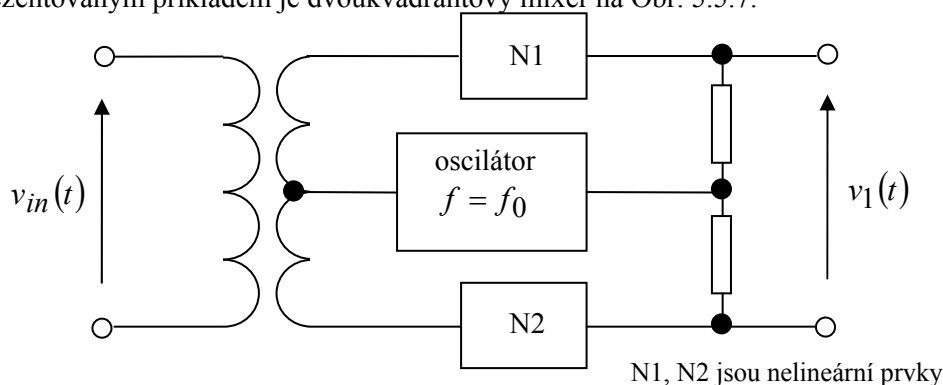
, kde zvolená spínací posloupnost $s(t)$ je funkce sudá. Při délce impulzu rovné polovině periody ji lze rozvinout do Fourierovy řady

$$s(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin(n\pi/2)}{n\pi} \cos(n\omega_0 t) \quad (5.5.15)$$

Dále lze mixery, a následně i modulátory a demodulátory které je využívají, rozdělit na

- **jednokvadrantové** mixery (single-quadrant)
- **dvoukvadrantové** mixery (two-quadrant)
- **čtyřkvadrantové** mixery (four-quadrant)

Rodělení je provedeno podle toho, zda polarita výstupního signálu nezávisí na polaritě vstupních signálů, nebo zda závisí na polaritě jen jednoho ze vstupních signálů, nebo na polaritě obou vstupních signálů. Prezentovaným příkladem je dvoukvadrantový mixer na Obr. 5.5.7.



Obr. 5.5.7. Schéma dvoukvadrantového mixeru

Další používané rozdělení mixerů a následně i modulátory a demodulátory, které je využívají je následující

- **nevyvážené** mixery (unbalanced)
- **zpola vyvážené** mixery (single balanced)
- **vyvážené** mixery (double balanced)

Toto rozdělení je závislé na signálu před výstupním filtrem mixeru, kde signál má obecně tvar

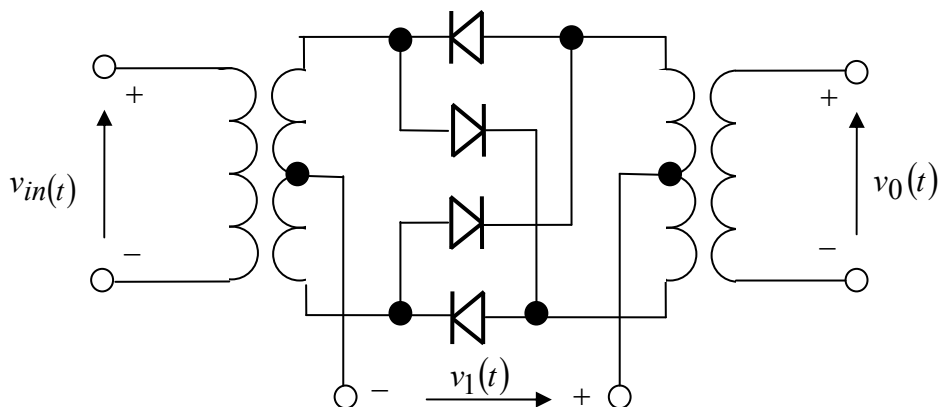
$$v_1(t) = C_1 v_{in}(t) + C_2 v_0(t) + C_3 v_{in}(t)v_0(t) + \text{další členy} \quad (5.5.16)$$

Pokud jsou obě konstanty C_1 a C_2 nenulové, nazývá se mixer **nevyvážený**, protože na výstup mixeru prochází jak signál $v_{in}(t)$, tak signál z lokálního oscilátoru, $v_0(t)$. Příkladem nevyváženého mixeru je mixer s nelinearitou uvedený na Obr.5.5.5, kde se v důsledku lineárního členu nelinearity v Taylorově řadě výstupního signálu objevily složky jak $v_{in}(t)$, tak $v_0(t)$.

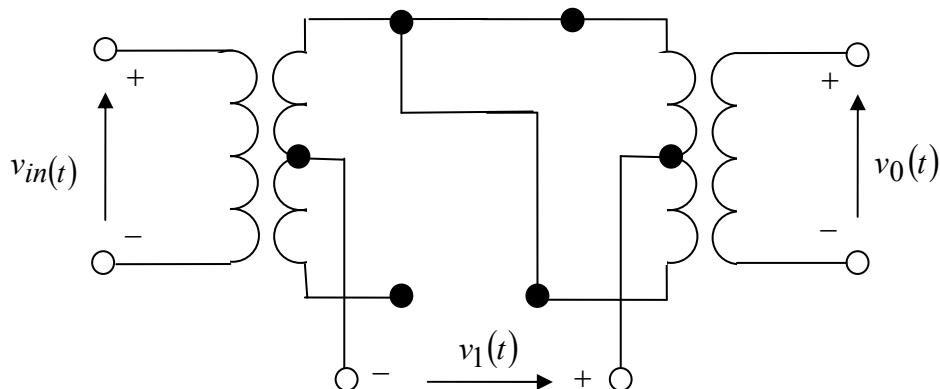
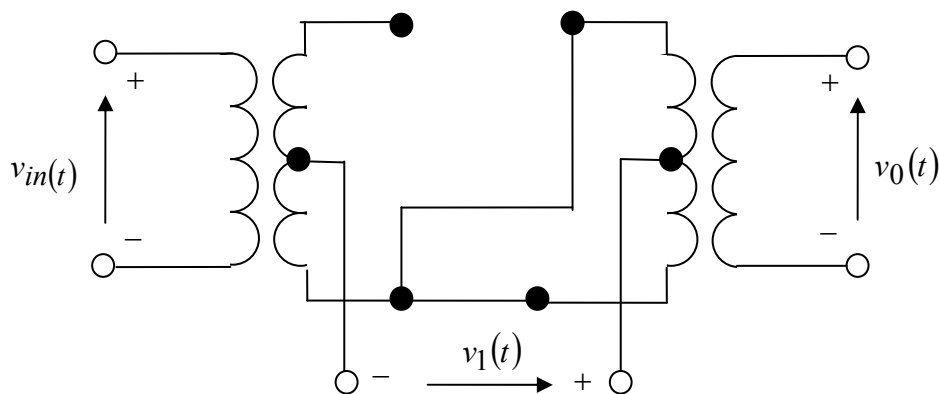
Příkladem **zpola vyváženého** mixeru je mixer s časově proměnnými parametry prezentovaný na Obr.5.5.6, tedy mixer využívající vzorkování signálu pomocí multivibrátoru. Vztah (5.5.12) ukazuje, že signál $v_0(t)$ je mixerem potlačen (balanced) tj. $C_2 = 0$ a signál $v_{in}(t)$ je mixerem propouštěn se zesílením $C_1 = 1/2$.

Vyvážený mixer nesmí propouštět ani samostatné $v_{in}(t)$, ani samostatné $v_0(t)$, tj konstanty C_1 a C_2 v rovnici (5.5.16) musí být nulové. Vyvážený mixer, který je jádrem tzv. kruhového modulátoru, ukazuje schématicky obrázek Obr.5.5.8. Toto zapojení je stále často používané, protože je levné a má velmi dobré vlastnosti. IMD způsobené kubickým členem nelinearity diod je obvykle alespoň o 50 dB kompenzováno vlastním zapojením výstupních prvků mixeru. Mixer se navrhuje obvykle pro vstupní a výstupní impedanci 50 ohmů. K dispozici jsou výrobky s řadou vstupních a výstupních portů, bran. RF port, tj port pro $v_{in}(t)$, je obvykle použitelný pro frekvence v rozsahu řádově od 1 do 1000,

například v rozsahu od 1 MHz do 1000 MHz. Mezifrekvenční IF (intermediate frequency) port je obvykle použitelný ve frekvenčním rozsahu od 0 Hz do 1000 MHz. Lokální oscilátor pracuje v režimu multivibrátoru. Generuje bipolární sled pravoúhlých impulsů, kterými spíná a rozepíná diody. Vstupní signál na RF portu je relativně malý, obvykle menší než -5 dBm a signál generovaný lokálním oscilátorem je relativně velký +5 dBm. Celý obvod tak pracuje jako obvod s časově proměnnými parametry. Analýza mixeru je tedy velmi podobná analýze obvodu na Obr.5.5.6. Náhradní schéma tohoto vyváženého mixeru podle Obr.5.5.8 pro kladnou hodnotu spínacího napětí $s(t) = v_0(t) = 1$ prezentuje Obr.5.5.9. Náhradní schéma vyváženého mixeru podle Obr.5.5.8 pro zápornou fázi spínacího napětí $s(t) = v_0(t) = -1$ prezentuje Obr.5.5.9.



Obr. 5.5.8. Schéma vyváženého mixeru


 Obr. 5.5.9. Náhradní schéma vyváženého mixeru pro kladné $v_0(t)$

 Obr. 5.5.10. Náhradní schéma vyváženého mixeru pro záporné $v_0(t)$

Spínací funkce $s(t)$ je bipolární posloupnost pravoúhlých impulsů stejné střidy. Při kladné hodnotě $s(t)$ je výstupní signál přímo úměrný hodnotě $v_{in(t)}$, při záporné hodnotě $s(t)$ je výstupní signál přímo úměrný hodnotě $-v_{in(t)}$, jak je prezentováno na Obr. 5.5.9 a Obr. 5.5.10. Lze tedy pro výstup vyváženého mixeru zapsat vztah

$$v_i(t) = K v_{in}(t) s(t) \quad (5.5.17)$$

, kde $s(t)$ je obdélníkový bipolární spínací signál o hodnotě ± 1 , periodě T_0 , střidy $T_0/2$.

Fourierova řada $s(t)$ má tvar

$$s(t) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi} \cos(n\omega_0 t) \quad (5.5.18)$$

, tedy výstupní signál z mixeru je roven

$$v_1(t) = [v_{in}(t)] \left[4K \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi} \cos(n\omega_0 t) \right] \quad (5.5.19)$$

Rovnice ukazuje, že za předpokladu, že je vstup $v_{in(t)}$ pásmový signál a má frekvenční spektrum v blízkosti frekvence f_c , generují se posunutá frekvenční spektra v pásmech v blízkosti frekvencí $|f_c \pm n f_0|$, $n = 1, 3, 5, \dots$. Požadované frekvenční pásmo lze vybrat výstupním filtrem.

Zatím byly prezentovány pouze situace, kde se mixery použily k posunu frekvenčních pásem signálů. Některé aplikace v modulátorech mohou být také určeny pro posun signálu do RF pásma i jejich použití pro přímou demodulaci signálu do základního pásma metodou násobení modulovaného signálu s frekvencí mezifrekvence (product detector).



Shrnutí pojmů 5.5.

Směšovač (mixer) je součástí modulátoru a některých detektorů a demodulátorů.

Ideální mixer je obvod, který má dva vstupní signály a jehož výstupní signál je součinem těchto dvou vstupních signálů.

Mixery v oblasti modulovaných signálů se používají pro provedení **posunu vstupního signálu po frekvenční ose**.

Pro realizaci mixerů se používají násobičky tvořených prvky s proměnlivou transkonduktancí, průchod součtu signálů vhodnou nelinearitou s následnou filtrací výstupního signálu, průchod informačního signálu lineárním obvodem s časově proměnným parametrem.

Mixery lze rozdělit na **jednokvadrantové, dvoukvadrantové, čtyřkvadrantové** mixery

Rozdělení mixerů a následně i modulátorů a demodulátorů je na **nevyvážené, zcela vyvážené, vyvážené** mixery (double balanced)



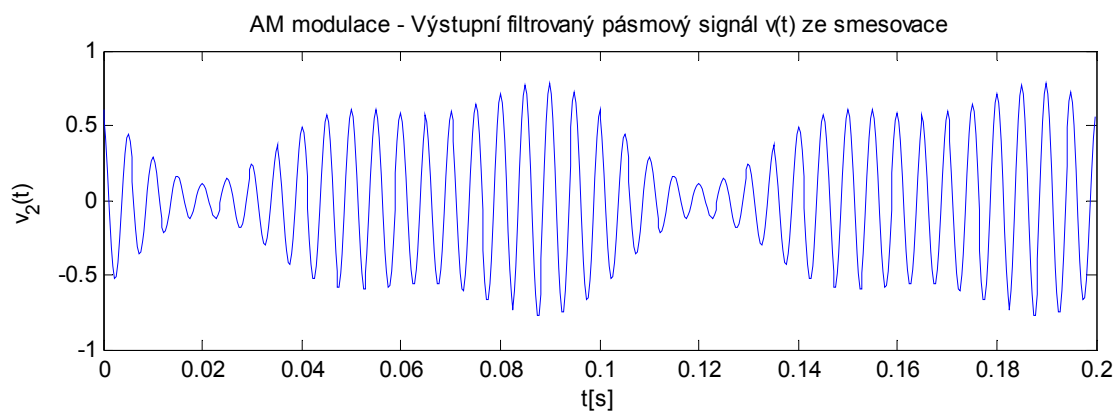
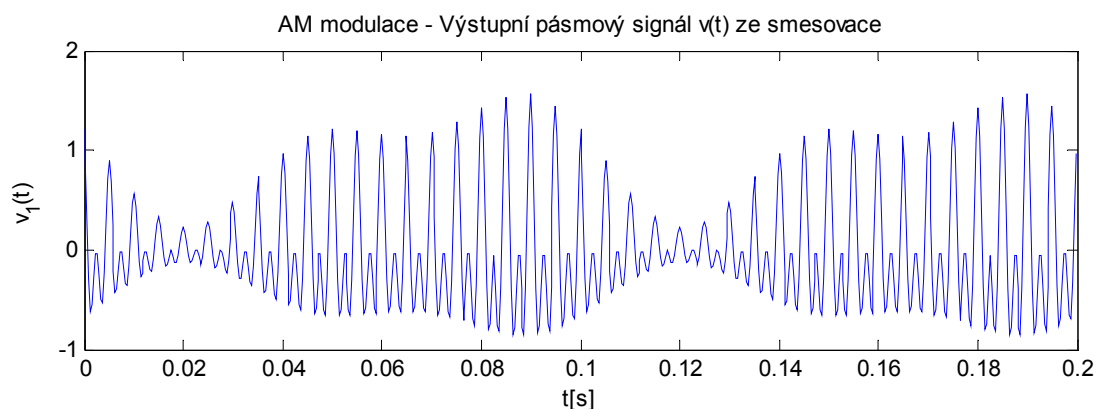
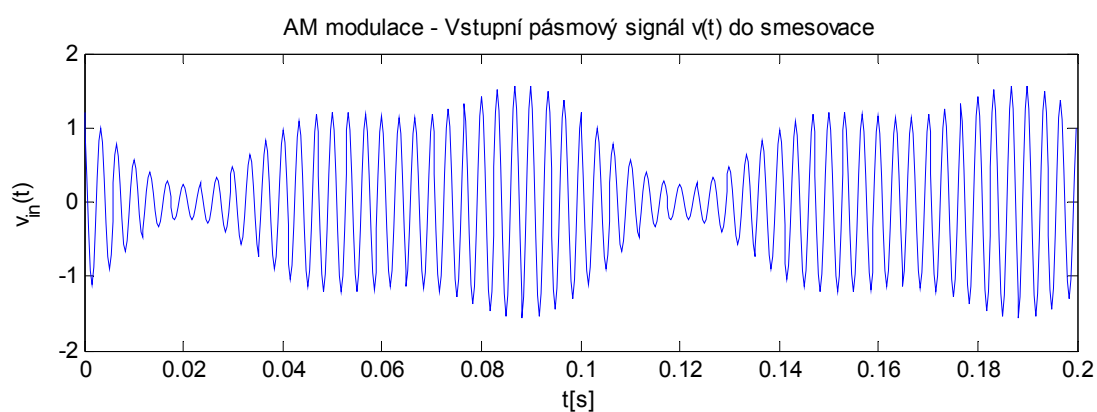
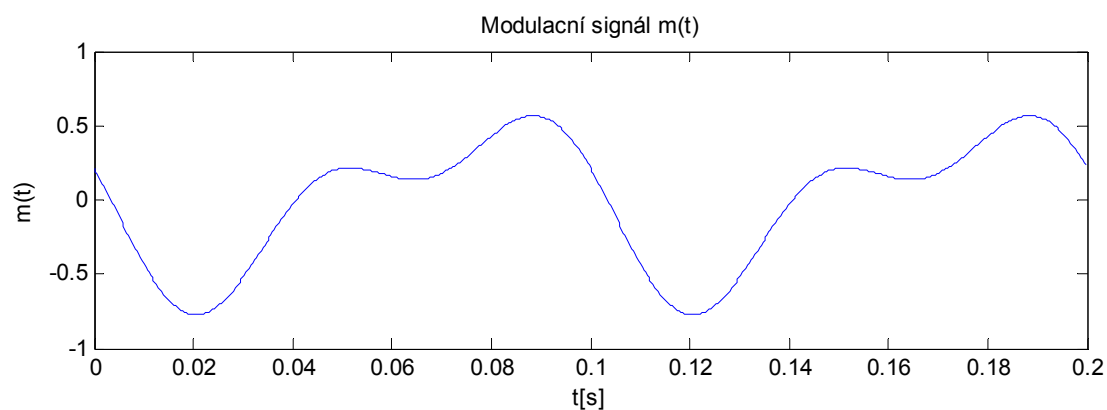
Otázky 5.5.

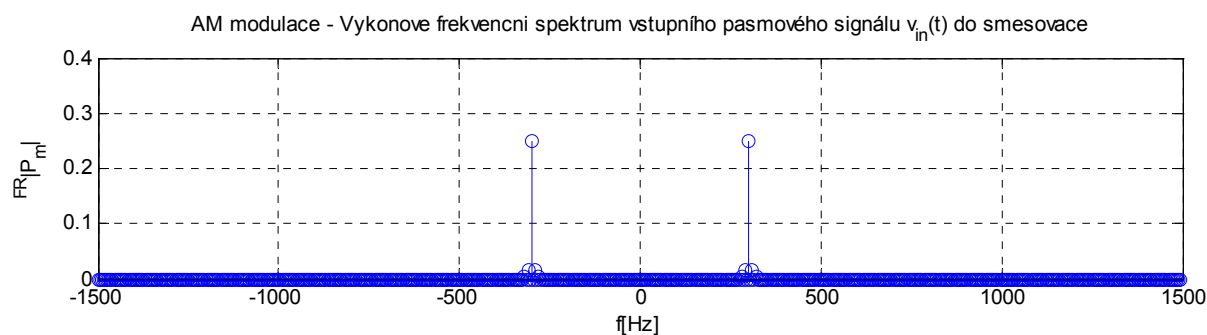
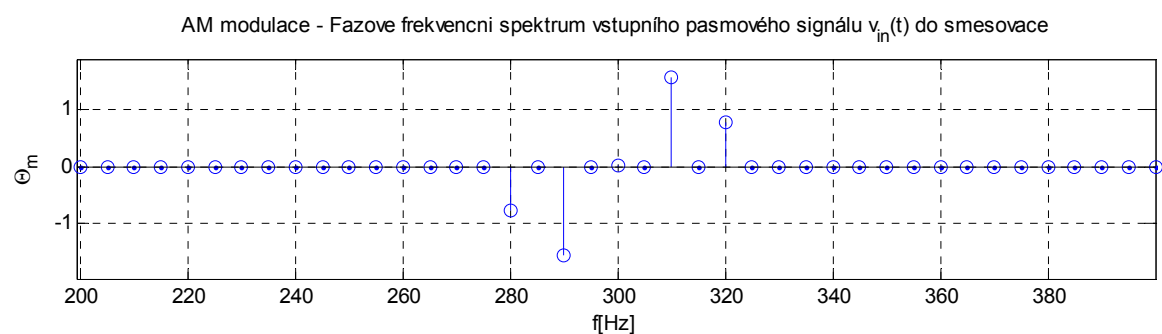
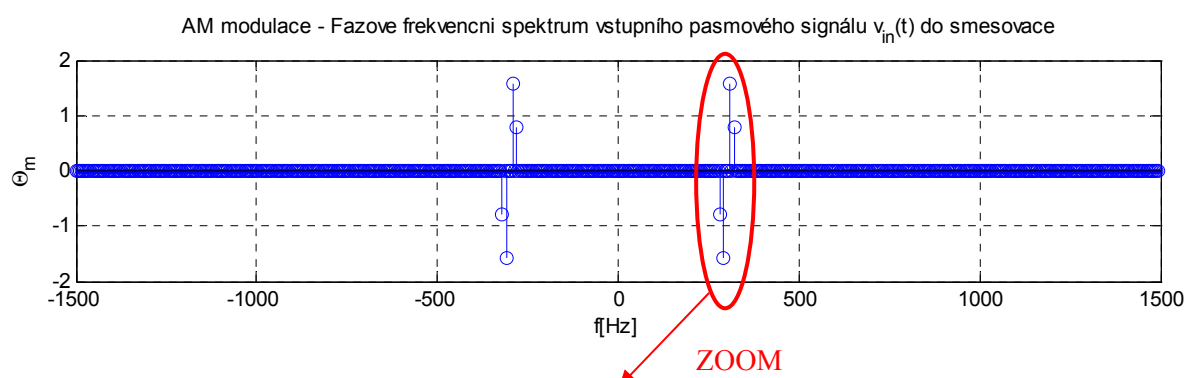
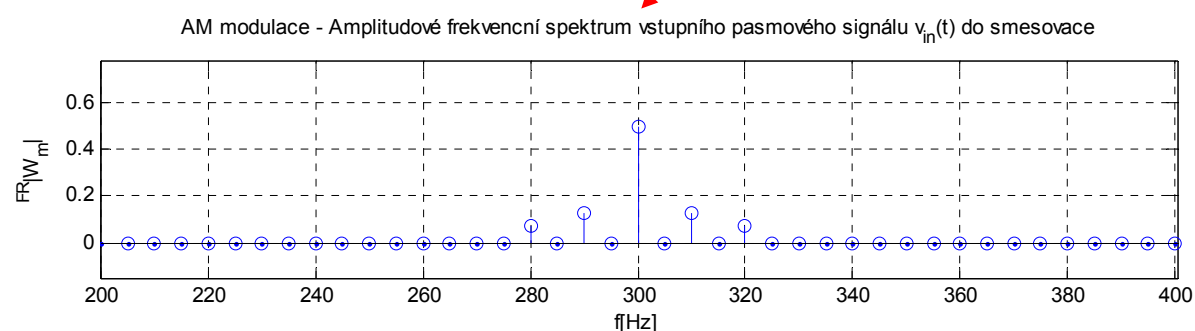
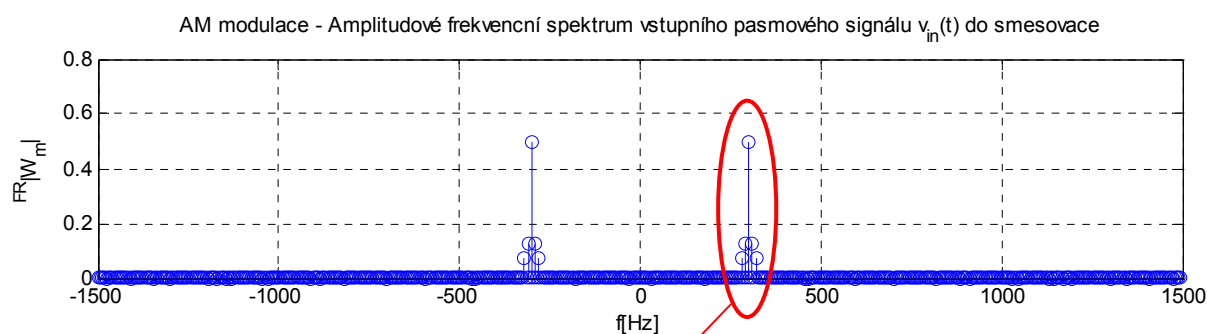
1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného směřovač?
2. Z jakých funkčních bloků je složený ideální směřovač?
3. Jaký je matematický vztah pro výstupní signál ze směřovače?
4. Jak lze rozdělit směřovače pro zpracování pásmových signálů?
5. Jakým způsobem lze rozdělit směřovače pro zpracování pásmových signálů dle realizace?

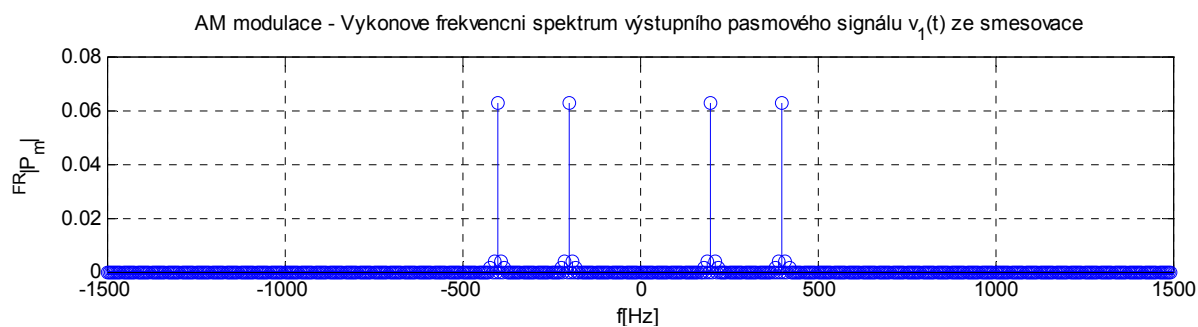
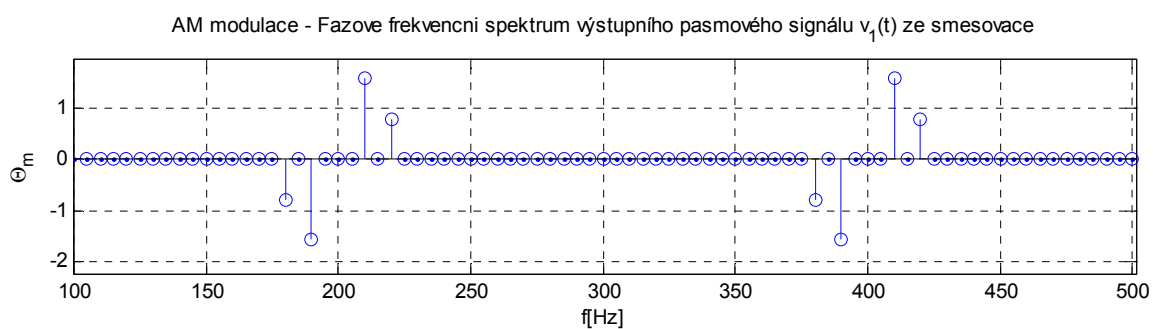
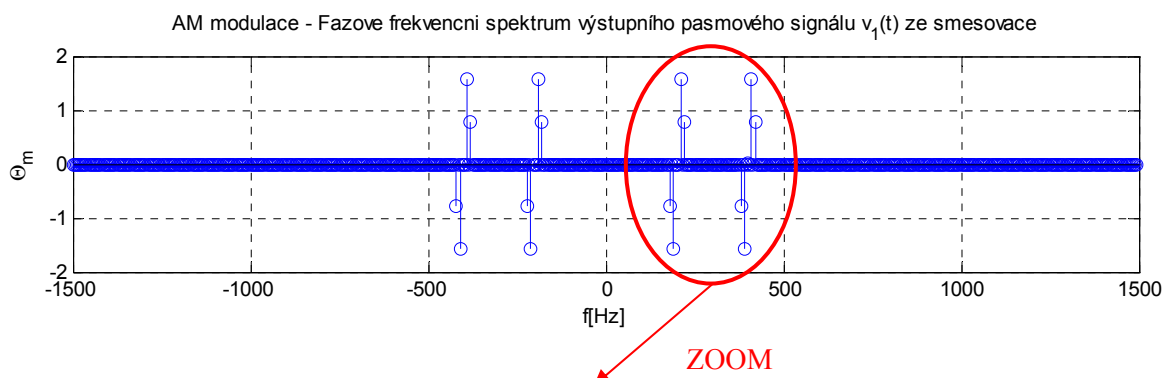
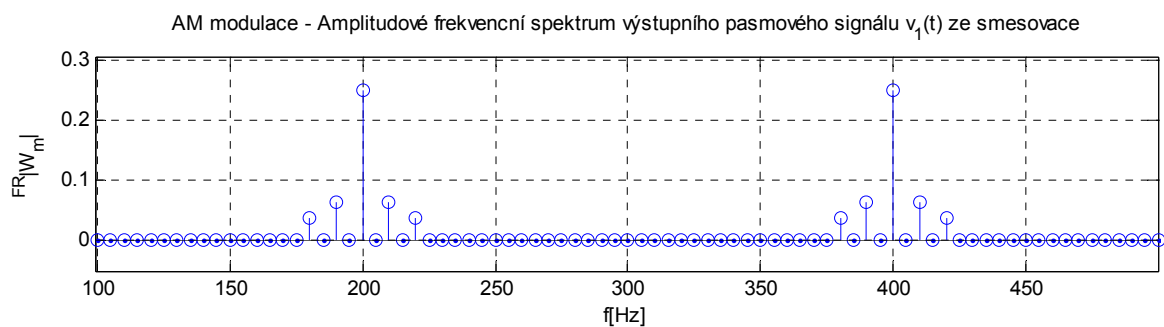
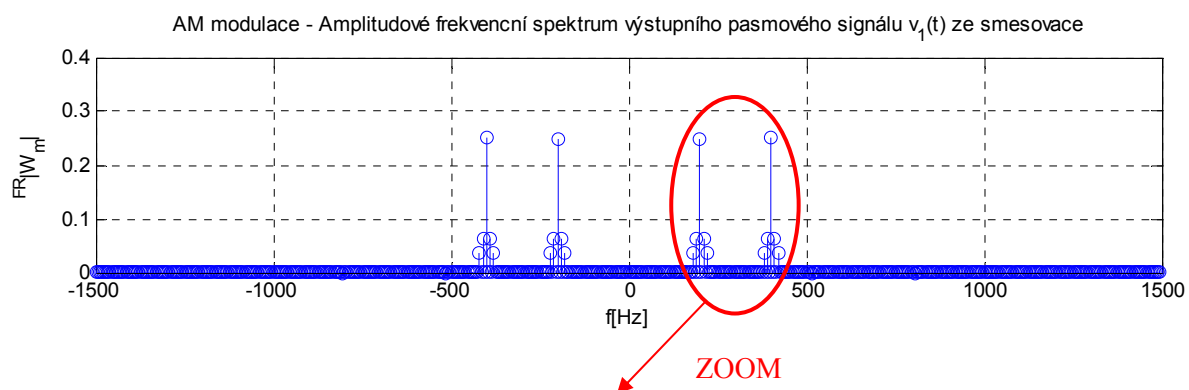


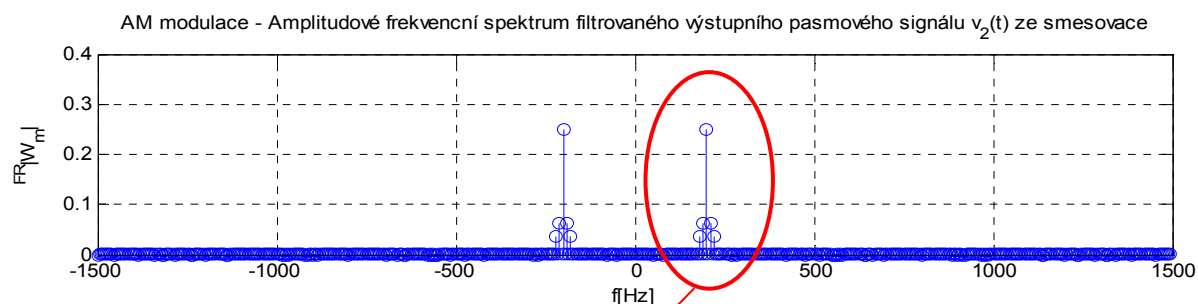
Úlohy k řešení 5.5.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním frekvenčním pásmu $m(t) = 0,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,3 \cdot \cos\left(40 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$ složený ze dvou harmonických složek. Nosná frekvence pásmového modulovaného signálu je $f_c = 300\text{Hz}$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je AM. Směřovač posunující frekvenční pásmo modulovaného signálu ve dvou směrech od nosné frekvence o $f_0 = 100\text{Hz}$. Po této úpravě je signál dále filtrován a je odstraněna frekvenčně horní část výstupního signálu. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.
 - Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
 - Časový průběh vstupního modulovaného pásmového signálu $v_{in}(t)$.
 - Časový průběh výstupního modulovaného pásmového signálu $v_1(t)$ ze směřovače.
 - Časový průběh filtrovaného výstupního modulovaného pásmového signálu $v_2(t)$ ze směřovače.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum vstupního modulovaného pásmového signálu $v_{in}(t)$.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum výstupního modulovaného pásmového signálu $v_1(t)$ ze směřovače.
 - Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum filtrovaného výstupního modulovaného pásmového signálu $v_2(t)$ ze směřovače.

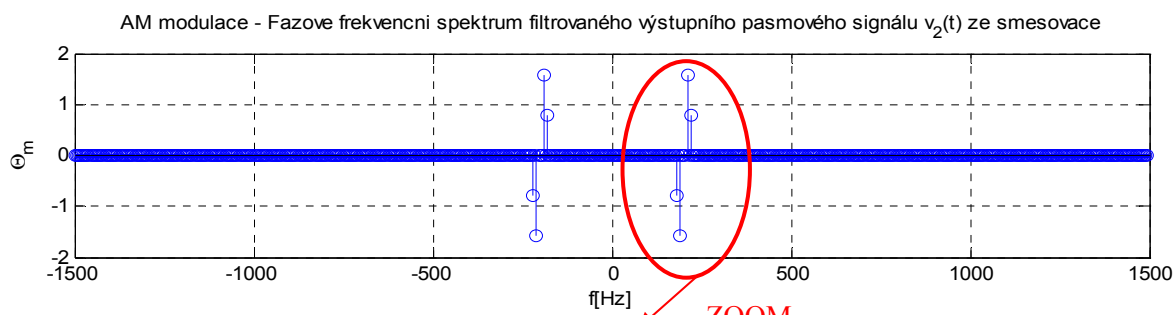
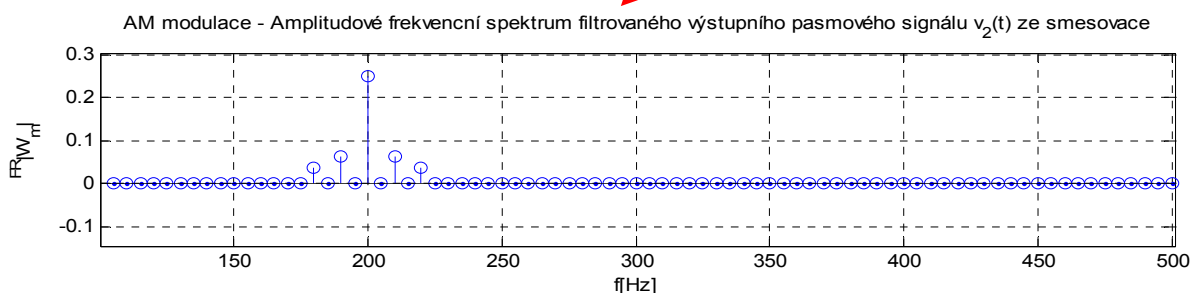




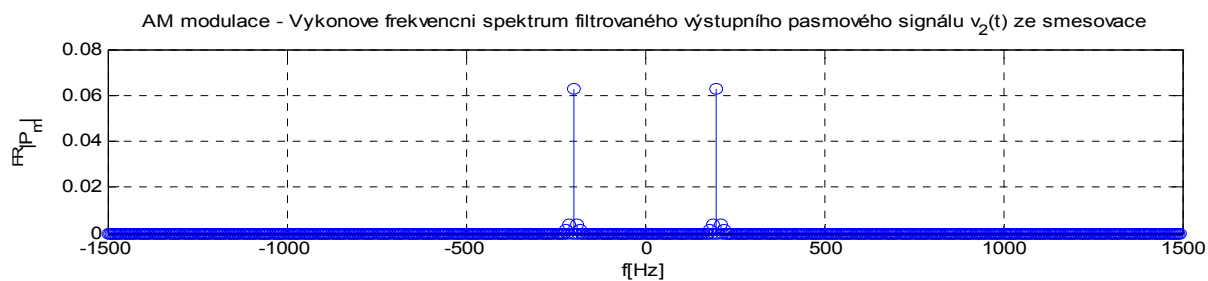
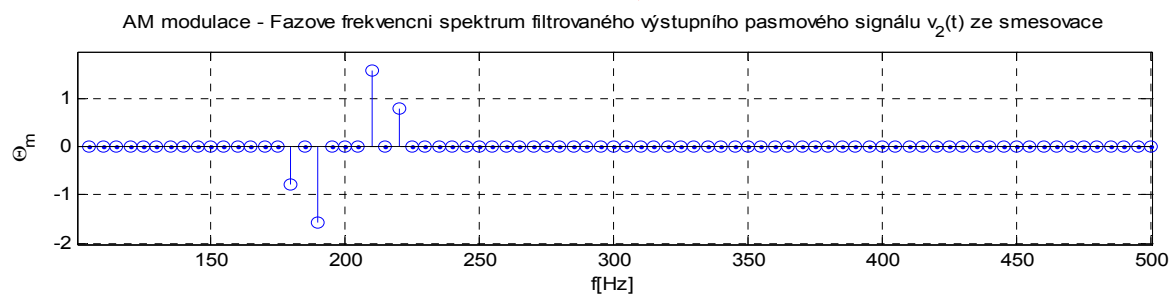




ZOOM



ZOOM



CD-ROM

Řešená úloha je realizována a popsána v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab16_smesovace.m*

5.6. Násobič frekvence



Čas ke studiu: 2 hodin



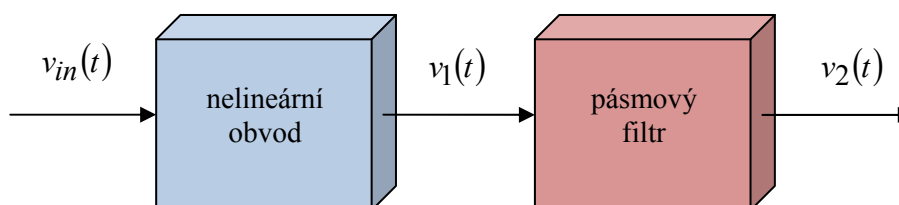
Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat násobič frekvence
- popsat princip a fungování násobiče frekvence
- vypočítat výstupní signál upravený násobičem frekvence



Výklad

Analogově pracující **násobič frekvence** (frequency multiplier) je tvořen **nelineárním obvodem**, následovaným filtrem, což je schématicky prezentováno na Obr. 5.6.1. Pokud je vstupem číslicový signál, je zapojení v podstatě stejné, protože předpokladem je, že číslicový signál je modulovaný a že se pracuje s pásmovým signálem. Číslicové (digitální) násobiče frekvence tedy pracují na stejném analogovém principu.



Obr. 5.6.1. Schéma analogového násobiče frekvence

Je-li na vstup násobiče frekvence přiveden pásmový signál $v_{in}(t)$ s nosnou f_c , objeví se na výstupu nelineárního obvodu signál $v_1(t)$ s nenulovým frekvenčním spektrem na frekvencích nf_c , kde nf_c je n -tá harmonická k frekvenci f_c . Frekvenční rozsah výstupního signálu za nelineárním obvodem je právě v důsledku nelineární charakteristiky tohoto prvku mnohem větší, než je frekvenční rozsah signálu před nelinearitou. Obecně lze vstupní signál zapsat ve tvaru

$$v_{in}(t) = R(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.6.1)$$

Vyjádří-li se výstupní signál za nelinearitou Taylorovou řadou, získá se pro n -tý člen Taylorovy řady výstupní signál

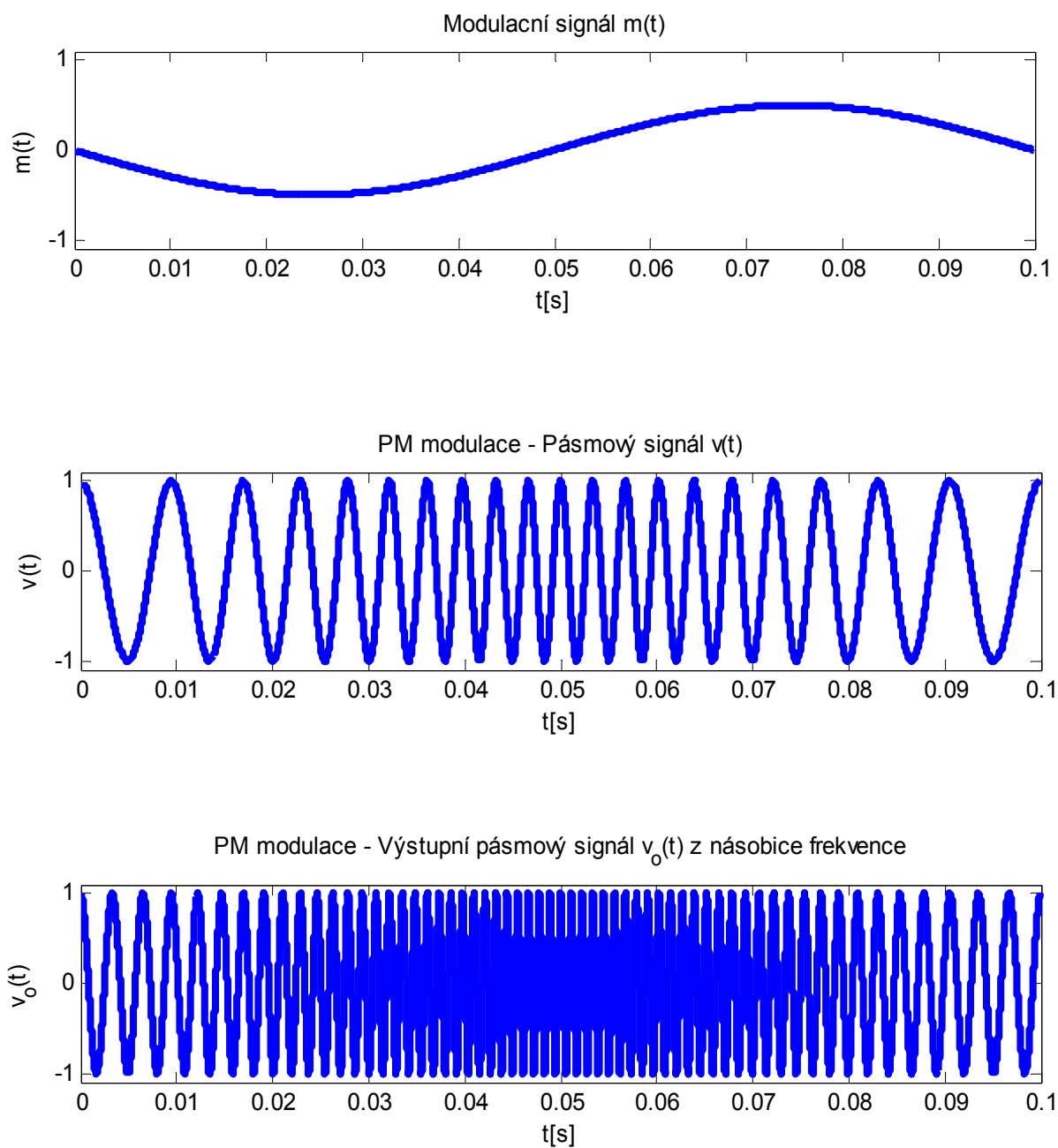
$$v_{1,n}(t) = K_n v_{in}^n = K_n R^n(t)\cos^n[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.6.2)$$

neboli

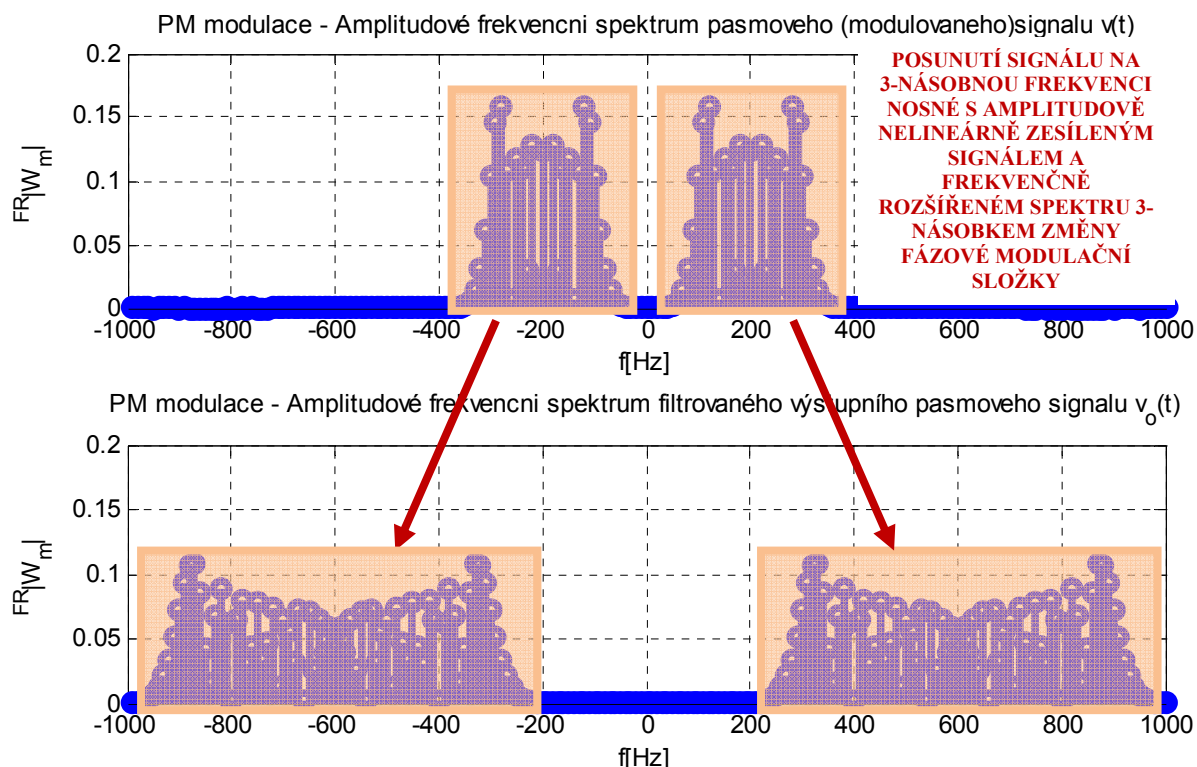
$$v_{1,n}(t) = CR^n(t)\cos[n\omega_c t + n\theta(t)] + \text{ostatní členy} \quad (5.6.3)$$

a za pásmovým filtrem propouštějícím tuto frekvenční složku je signál

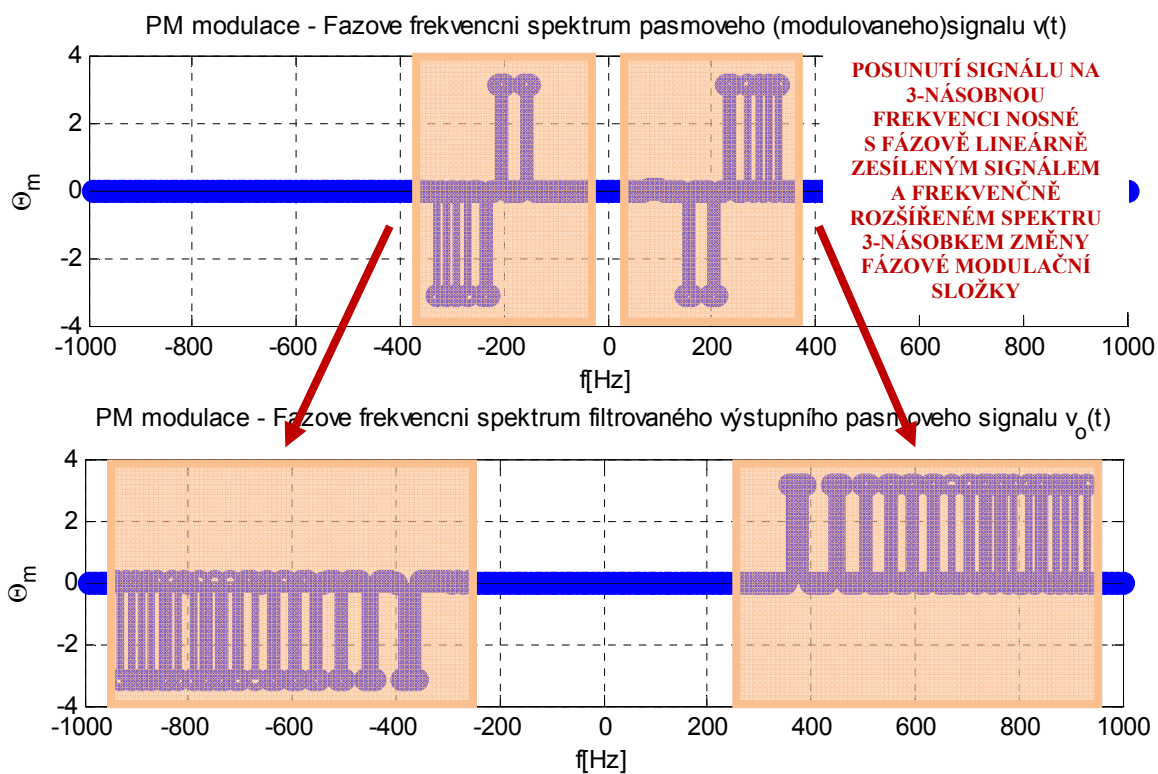
$$v_2(t) = CR^n(t)\cos[n\omega_c t + n\theta(t)] \quad (5.6.4)$$



Obr.5.6.2 Časový průběh modulačního signálu $m(t)$, PM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do násobiče frekvence, výstupního signálu $v_o(t) = v_2(t)$ z násobiče frekvence za pásmovým filtrem filtrujícím okolí 3-násobné frekvence nosné



Obr. 5.6.3. Amplitudové frekvenční spektrum PM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do násobiče frekvence a výstupního signálu z násobiče frekvence $v_o(t)$ za pásmovým filtrem filtrujícím okolí 3-násobné frekvence nosné



Obr. 5.6.4. Fazové frekvenční spektrum PM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do násobiče frekvence a výstupního signálu z násobiče frekvence $v_o(t)$ za pásmovým filtrem filtrujícím okolí 3-násobné frekvence nosné

Vztah (5.6.4) ukazuje, že **amplitudová modulační složka** signálu $R(t)$ je za násobičem frekvence zkreslena, protože reálná obálka výstupního signálu je rovna $CR^n(t)$. Násobič frekvence nezkresluje tvar **fázové modulační složky** $\theta(t)$, ale zvyšuje ji násobením hodnotou n . Nepoužívá se proto v obvodech klasické analogové amplitudové modulace, ale využívá se běžně v obvodech úhlových PM a FM modulací, kde zvyšuje fázovou odchylku $\theta(t)$. Zkreslení reálné obálky násobičem frekvence naopak nevadí u násobičů určených pro pásmové obvody pracující s modulovanými číslicovými signály, kde je následně modulovaný signál ve filtru nejen filtrován, ale i amplitudově tvarován.

Hodnota n , v realizaci daná u analogového násobiče frekvence nastavením výstupního filtru, určuje tzv. stupeň (stage) násobiče frekvence.

Pro číslicové obvody jsou k dispozici neladěné miniaturní násobiče frekvencí pracující na frekvencích daných katalogem vstupních frekvencí. K dispozici jsou dnes násobiče pracující v rozsazích od 100 kHz do 512 MHz.

Násobiče frekvence jsou zcela odlišné v porovnání se směšovači (mixery). Z hlediska průchodu informačního signálu **mixer je lineární obvod a násobič frekvence je nelineární obvod**. Mixer sice využívá v principu matematickou operaci násobení, ale pracuje z hlediska vstupního informačního signálu jako lineární obvod s proměnnými parametry a posouvá lineárně frekvenční spektrum informačního signálu po frekvenční ose. Šířka frekvenčního pásma signálu za mixerem je stejná jako šířka pásma signálu před mixerem, signál není nelineárně zkreslen. Výběr horního nebo dolního frekvenčního pásma závisí na nastavení výstupního filtru mixeru, poloha frekvenčního pásma na nastavení proměnného parametru mixeru, daného lokálním oscilátorem mixeru. Naproti tomu násobič frekvence pracuje z hlediska vstupního informačního signálu jako nelineární obvod. Posouvá spektrum informačního signálu po frekvenční ose nelineárně. Šířka frekvenčního pásma signálu za násobičem frekvence není stejná, je větší, jako šířka pásma signálu před násobičem frekvence, signál je zkreslen nelineárně.



Shrnutí pojmů 5.6.

Násobič frekvence je tvořen nelineárním obvodem, následovaným filtrem.

Amplitudová modulační složka signálu $R(t)$ je za násobičem frekvence zkreslena.

Násobič frekvence nezkresluje tvar **fázové modulační složky** $\theta(t)$, ale násobně ji zvyšuje.

Z hlediska průchodu informačního signálu **mixer je lineární obvod a násobič frekvence je nelineární obvod**.

Šířka frekvenčního pásma signálu za násobičem frekvence není stejná, je větší, jako šířka pásma signálu před násobičem frekvence, signál je zkreslen nelineárně.



Otázky 5.6.

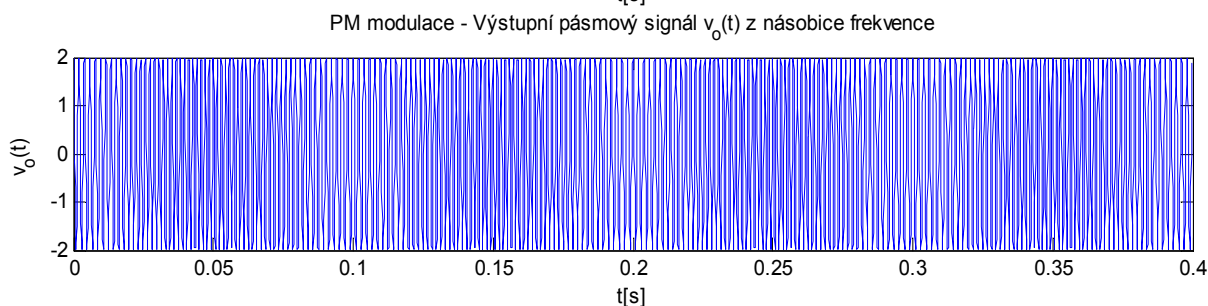
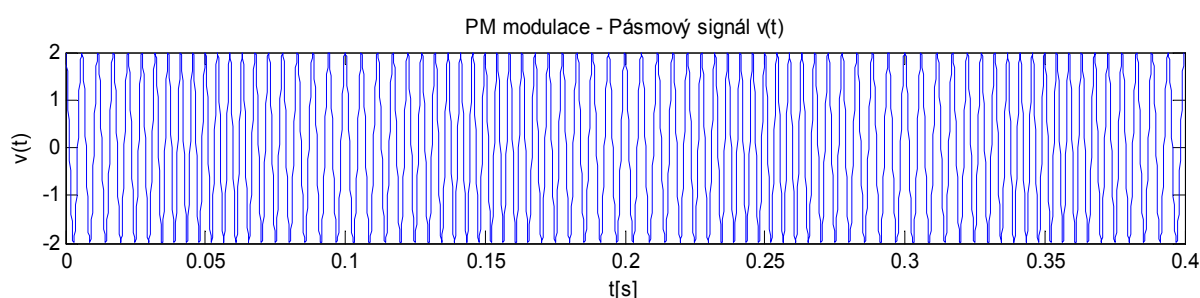
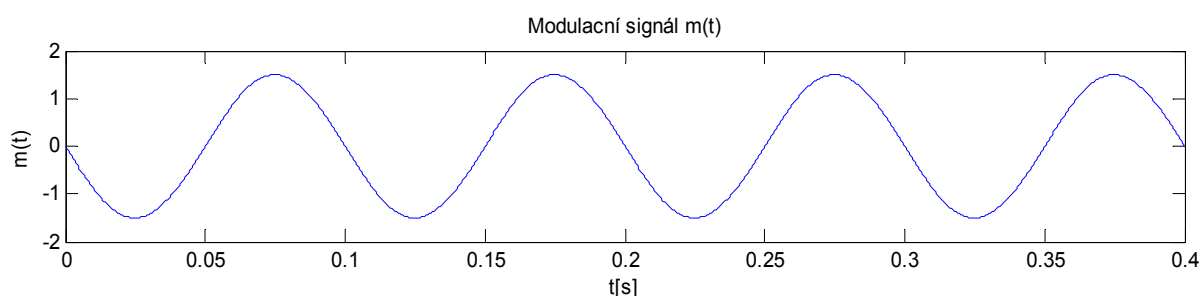
1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného násobič frekvence?
2. Z jakých funkčních bloků je složený násobič frekvence?
3. Jaký je matematický vztah pro výstupní signál z násobiče frekvence?
4. Pro jaké typy modulací zpracování pásmových signálů je násobič frekvencí vhodný?

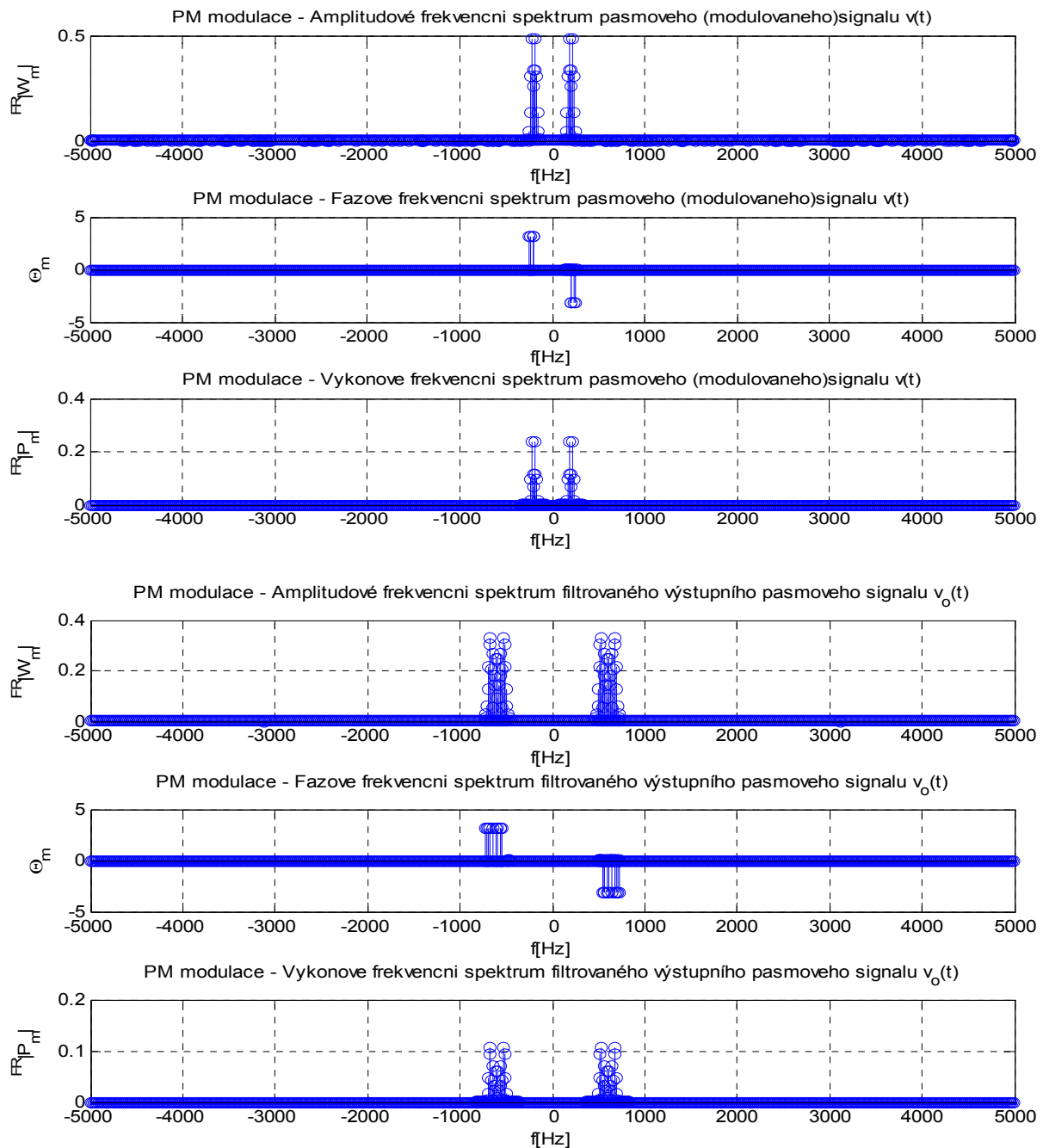


Úlohy k řešení 5.6.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním frekvenčním pásmu jako harmonický signál $m(t) = 1,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$. Nosná frekvence pásmového modulovaného signálu je $f_c = 200\text{Hz}$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je PM. Násobič frekvence posunující frekvenční pásmo modulovaného signálu na 3-násobek. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Časový průběh výstupního modulovaného pásmového signálu $v_0(t)$ z násobiče frekvence.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum modulovaného signálu $v(t)$.
- Amplitudové, fázové a výkonové frekvenční spektrum výstupního násobičem frekvence upraveného modulovaného signálu $v_0(t)$.





Frekvenční spektrum výstupního pásmového signálu $v_o(t)$ z násobiče frekvence po filtraci je v tomto případě posunuto o 3-násobek nosné frekvence $f_{C-vystupni} = 600\text{Hz}$ a modulační složka signálu je také 3-násobná oproti původní modulační složce pásmovému signálu $v(t)$.



CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab17_nasobic_frekvence.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *nasobice_frekvence.exe*

5.7. Multiplikativní detektor



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat multiplikativní detektor
- popsat princip a fungování násobiče frekvence
- vypočítat výstupní signál upravený multiplikativním detektorem



Výklad

Multiplikativní detektor je mixer, který konvertuje pásmový vstupní signál, tj. užitečný signál plus šum, do základního pásma. Multiplikativní detektor je schématicky znázorněn na Obr.5.7.1, kde výstupem násobičky je

$$\begin{aligned} v_1(t) &= R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] A_0 \cos(\omega_c t + \theta_0) \\ &= \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t) - \theta_0] + \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[2\omega_c t + \theta(t) + \theta_0] \end{aligned} \quad (5.7.1)$$

, kde f_c je frekvence oscilátoru a θ_0 je fáze oscilátoru. **Dolnoproustný filtr** propustí pouze signál v základním pásmu, takže výstupní signál za filtrem je roven

$$v_{out}(t) = \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t) - \theta_0] = \frac{1}{2} A_0 R(t) \operatorname{Re}\{e^{j\theta(t)} \cdot e^{-j\theta_0}\} = \frac{1}{2} A_0 \operatorname{Re}\{g(t)e^{-j\theta_0}\} \quad (5.7.2)$$

, kde komplexní obálka

$$g(t) = R(t)e^{j\theta(t)} = x(t) + jy(t) \quad (5.7.3)$$

, kde $x(t)$ a $y(t)$ jsou kvadrurní složky signálu. Protože je frekvence oscilátoru stejná, jako je frekvence vstupního signálu, nazývá se takovýto oscilátor frekvenčně, respektive kmitočtově synchronizován se vstupním signálem. Podobně, kdyby byla hodnota $\theta_0 = 0$, byl by oscilátor fázově synchronizován se soufázovou modulační složkou vstupního signálu, protože by bylo $v_{out}(t) = \frac{1}{2} A_0 x(t)$. Kdyby byla hodnota $\theta_0 = \pi/2$, byl by oscilátor fázově synchronisován s

kvadrurní modulační složkou vstupního signálu, protože by bylo $v_{out}(t) = \frac{1}{2} A_0 y(t)$.

Rovnice (5.7.2) ukazuje, že multiplikativní detektor je citlivý jak na AM, tak na FM nebo PM, závisí to na tom, v jaké aplikaci je použitý. Pokud například vstupní signál neobsahuje úhlovou modulaci, tj. $\theta(t) = 0$, a je-li fáze referenčního, srovnávacího, signálu nastavena na nulu, tj. $\theta_0 = 0$, potom

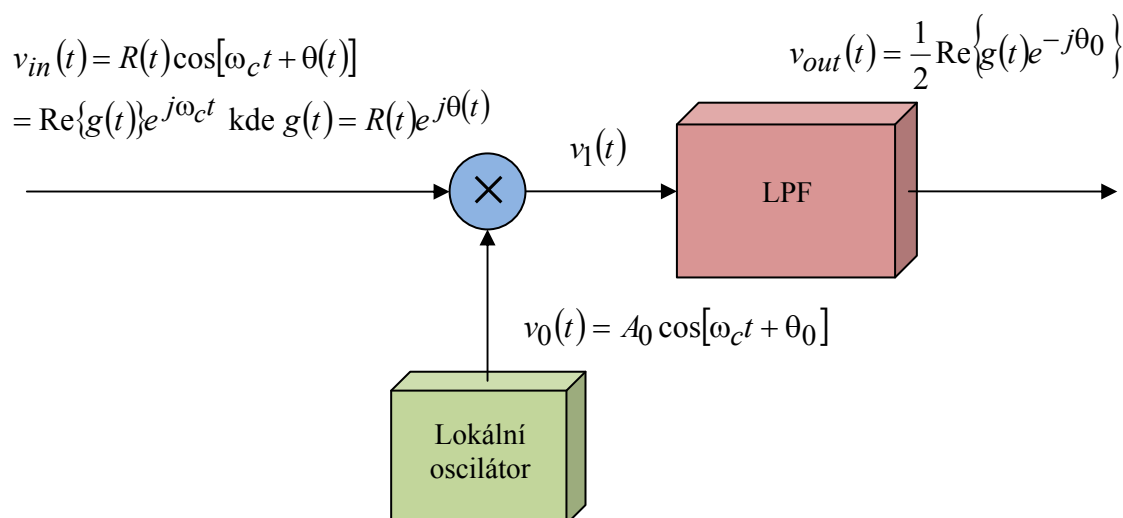
$$v_{out}(t) = \frac{1}{2} A_0 R(t) \quad (5.7.4)$$

Na výstupu multiplikativního detektoru se získá **reálná obálka signálu**, stejně tak jako na výstupu ideálního detektoru reálné obálky. Je-li však na vstupu úhlově modulovaný signál, například signál $A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)]$, získáme při nastavení fáze referenčního, srovnávacího, signálu na $\theta_0 = \pi/2$ výstupní signál detektoru

$$\begin{aligned} v_{out}(t) &= \frac{1}{2} A_0 \operatorname{Re}\{A_c e^{j[\theta(t) - \pi/2]}\} \\ &= \frac{1}{2} A_0 A_c \sin \theta(t) \end{aligned} \quad (5.7.5)$$

V tomto případě pracuje multiplikativní detektor jako **detektor fáze**. Jeho charakteristika je ale nelineární, má sinusovou detekční charakteristiku, kterou lze pro malé fázové odchylky aproximovat přímkou

$$v_{out}(t) \approx \frac{1}{2} A_0 A_c \theta(t) \quad (5.7.6)$$

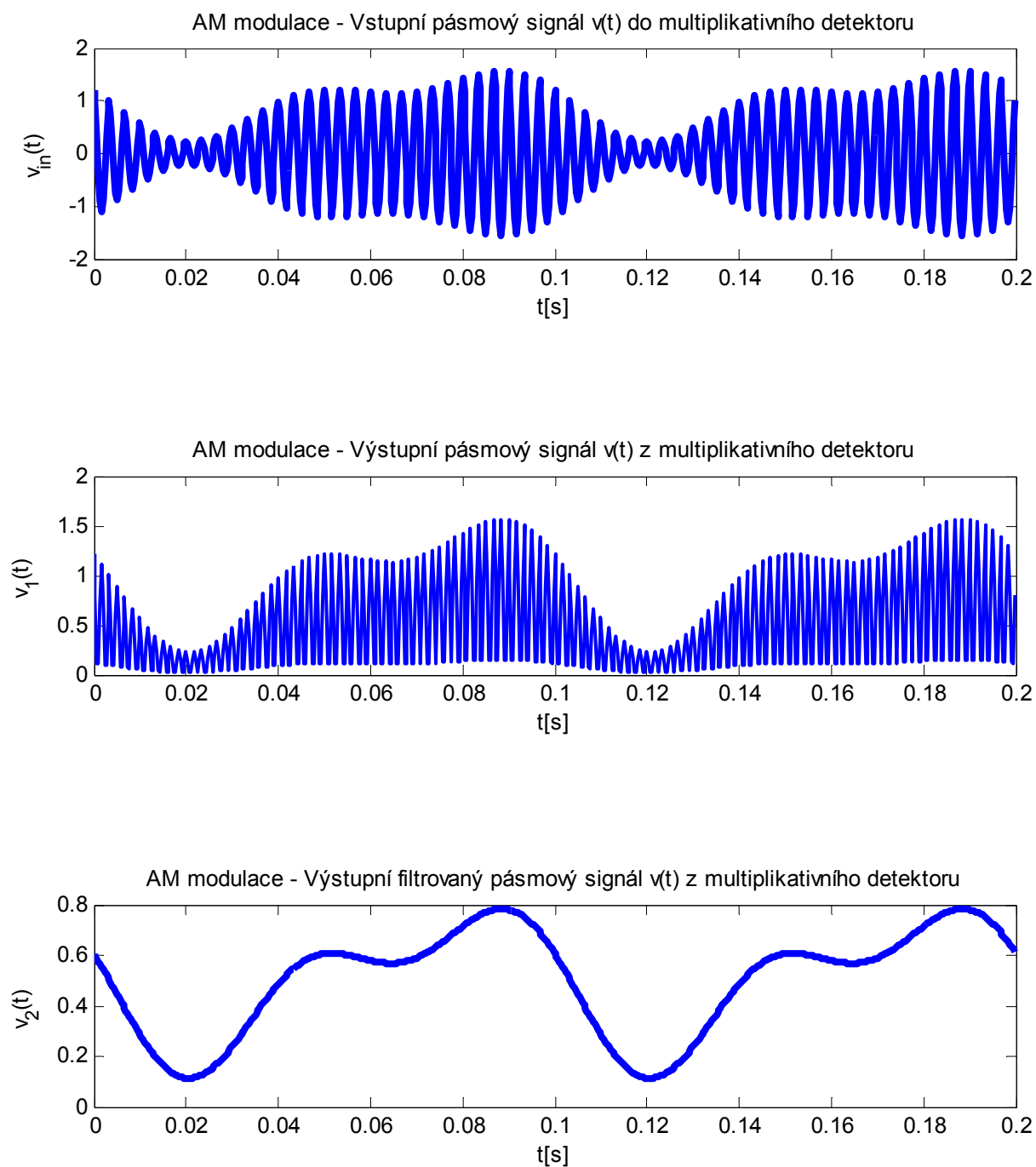


Obr. 5.7.1. Schéma multiplikativního detektoru

Potovnají-li se multiplikativní detektor a detektor obálky, pak vzhledem ke vstupnímu signálu je multiplikativní detektor, ač využívá násobičku, nebo jiný podobný princip, **obvod lineární**. Detektor obálky je obvod nelineární. Důsledky tohoto faktu se například projeví, pokud se provede analýza demodulace signálu sestávajícího z více složek, například užitečného signálu a šumu.

Koherentní detektor (coherent detector) pracuje s koherentním referenčním signálem generovaným přístrojovým oscilátorem, obvodem PLL, nebo u číslicových přístrojů kmitočtovou centrálou. Tento referenční signál je u koherentního detektoru přivedený na druhý vstup detektoru. Zde uvedený multiplikativní detektor je koherentní detektor.

Nekoherentní detektor (noncoherent detector) je detektor, který takovýto vstup nepoužívá.

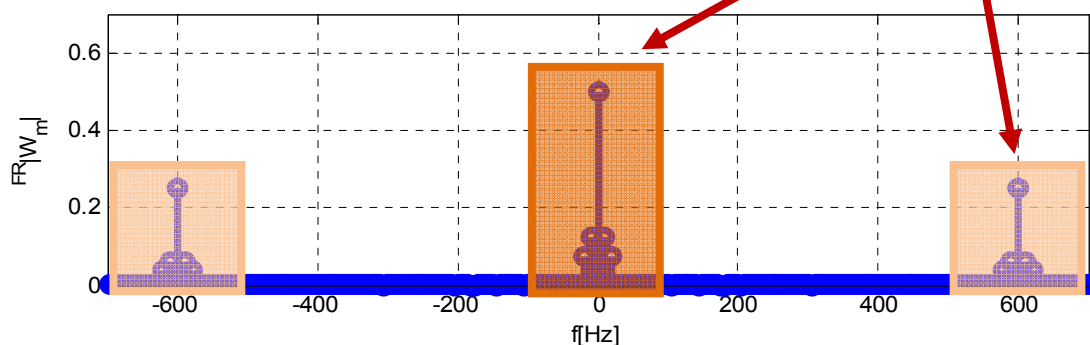


Obr.5.7.2 Časový průběh AM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do multiplikativního detektoru, upravený signál multiplikativním detektorem $v_1(t)$ a filtrovaný výstupní signál dolnoproustným filtrem za multiplikativním detektorem $v_2(t) = v_{out}(t)$

AM modulace - Amplitudové frekvenční spektrum vstupního pásmového signálu $v_{in}(t)$ do smesovace

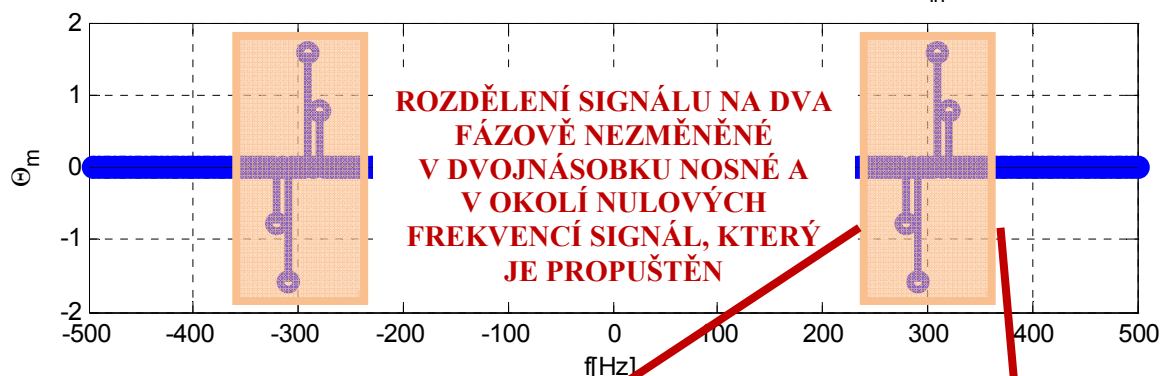


AM modulace - Amplitudové frekvenční spektrum výstupního pásmového signálu $v_1(t)$ z multiplikativního detektoru

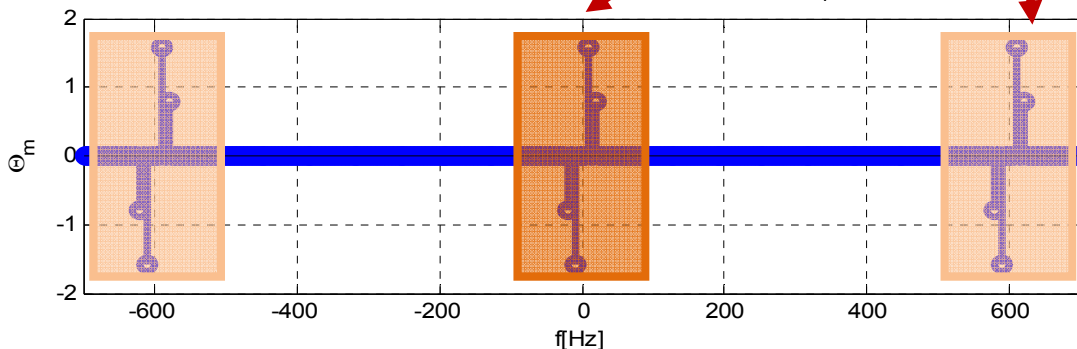


Obr. 5.7.3. Amplitudové frekvenční spektrum AM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do multiplikativního detektoru a upraveného signálu multiplikativním detektorem $v_1(t)$

AM modulace - Fazové frekvenční spektrum vstupního pásmového signálu $v_{in}(t)$ do smesovace



AM modulace - Fazové frekvenční spektrum výstupního pásmového signálu $v_1(t)$ z multiplikativního detektoru



Obr. 5.7.4. Fazové frekvenční spektrum AM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do multiplikativního detektoru upraveného signálu multiplikativním detektorem $v_1(t)$



Shrnutí pojmů 5.7.

Multiplikativní detektor je mixer, který konvertuje pásmový vstupní signál, tj. užitečný signál plus šum, do základního pásma.

Dolnoproustný filtr propustí pouze signál v základním frekvenčním pásmu.

Na výstupu multiplikativního detektoru se získá **reálná obálka signálu**.

Multiplikativní detektor může fungovat jako **detektor fáze**. Jeho charakteristika je ale nelineární, má sinusovou detekční charakteristiku, kterou lze pro malé fázové odchylky aproximovat přímkou.

Multiplikativní detektor vzhledem ke vstupnímu signálu je **obvod lineární**.

Demodulace signálu sestává z více složek, například užitečného signálu a šumu.

Koherentní detektor pracuje s referenčním signálem generovaným přístrojovým oscilátorem, obvodem PLL, nebo u číslicových přístrojů kmitočtovou centrálou.

Nekoherentní detektor je detektor, který takovýto vstup nepoužívá.



Otázky 5.7.

1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného multiplikativní detektor?
2. Z jakých funkčních bloků je složený multiplikativní detektor?
3. Jaký je matematický vztah pro výstupní signál z multiplikativního detektoru?
4. Jaké typy detektorů existují pro zpracování pásmových signálů?

5.8. Detektor obálky



Čas ke studiu: 2 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat detektor obálky
- popsat princip fungování detektoru obálky
- vypočítat výstupní signál upravený detektorem obálky



Výklad

Detektor obálky je elektronický obvod, který detekuje **reálnou obálku signálu**. Používá se pro příjem a detekci **amplitudově modulovaného signálu**. Obecně se označuje detektor (detector) elektronický obvod, do kterého vstupuje modulovaný signál a ze kterého vystupuje napěťový signál v základním frekvenčním pásmu, který je úměrný některé z informačních složek modulačního signálu. Detektor tak tvoří jádro demodulátoru, který je celkovým řešením bloku realizujícího demodulaci.

Ideální detektor obálky je obvod, jehož výstup je přímo úměrný reálné obálce vstupního pásmového signálu. Pásmový vstupní signál detektoru lze vyjádřit vyjádřit jako

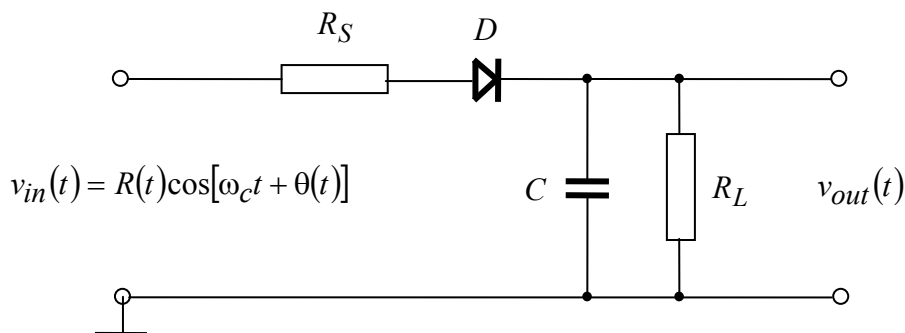
$$v_{in}(t) = R(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.8.1)$$

, kde $R(t) \geq 0$ z čehož vyplývá **výstup ideálního detektoru obálky**, který je

$$v_{out}(t) = KR(t) \quad (5.8.2)$$

, kde K je konstanta proporcionality (úměrnosti).

Schéma základního elektronického obvodu diodového detektoru obálky, který aproximuje ideální detektor obálky je zobrazeno na Obr.5.8.1.



Obr. 5.8.1. Schéma detektoru obálky

Detektor obálky je snad nejstarší radiotechnický obvod, kterým začal bezdrátový přenos signálu realizovaný krystalkou. Odpor zdroje je R_S , odpor zátěže je R_L , kondenzátor je C , dioda je D . Pokud není na kondenzátoru C napětí a modulovaný signál $v_{in}(t)$ roste ze své nulové hodnoty do kladné hodnoty, protéká diodou D elektrický proud a kondenzátor C se nabíjí až do blízkosti špičkové hodnoty napětí $v_{in}(t)$. Když potom hodnota $v_{in}(t)$ vzhledem ke své špičkové hodnotě klesá, dioda D se uzavře a kondenzátor C se pomalu vybíjí přes odpor zátěže R_L . Vybíjení pokračuje tak dlouho, dokud napětí $v_{in}(t)$ nedosáhne opět hodnoty, která je větší než je hodnota napětí na kondenzátoru C . Od tohoto okamžiku se začne kondenzátor C vstupním signálem opět nabíjet a děj se opakuje. Časový průběh vstupního a výstupního upraveného signálu je prezentována na Obr. 5.8.3.

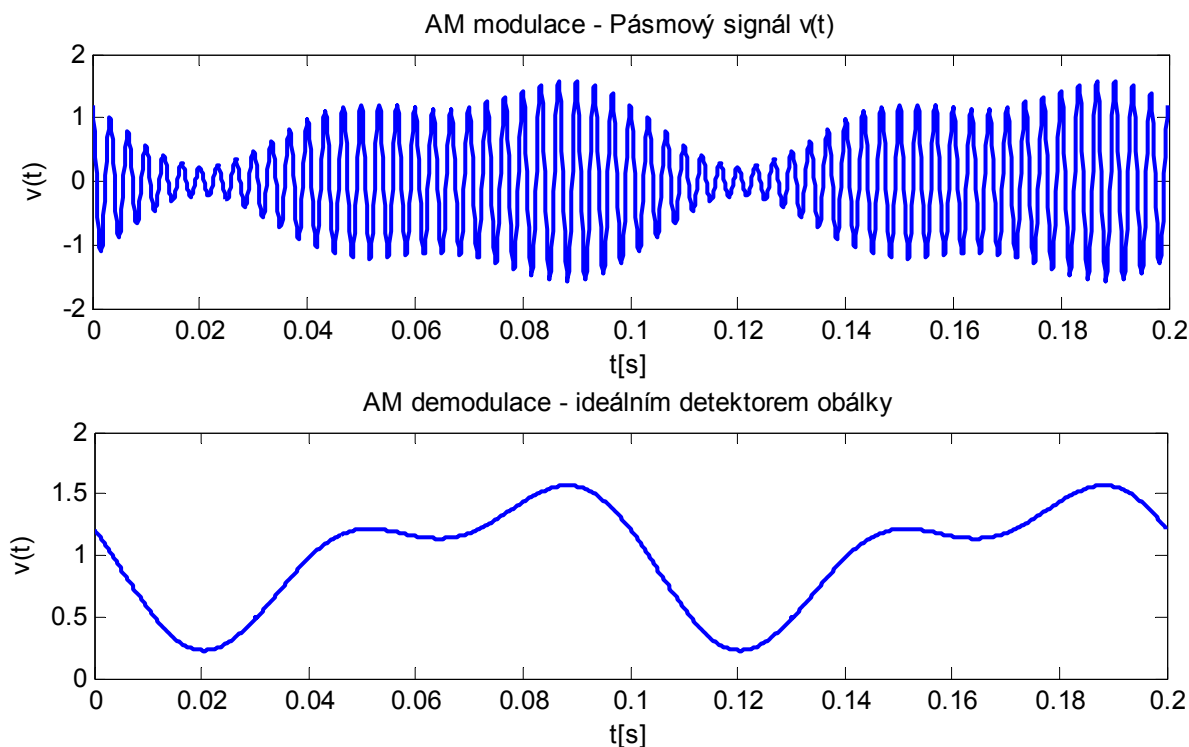
Aby proces úpravy signálu detektorem obálky probíhal tak, jak bylo výše popsáno, musí být splněny podmínky časových konstant a další parametry elektrického obvodu detektoru obálky:

$R_S C \ll 2\pi/\omega_c$... 1.podmínka nabíjení zajišťuje rychlé nabíjení kondenzátoru

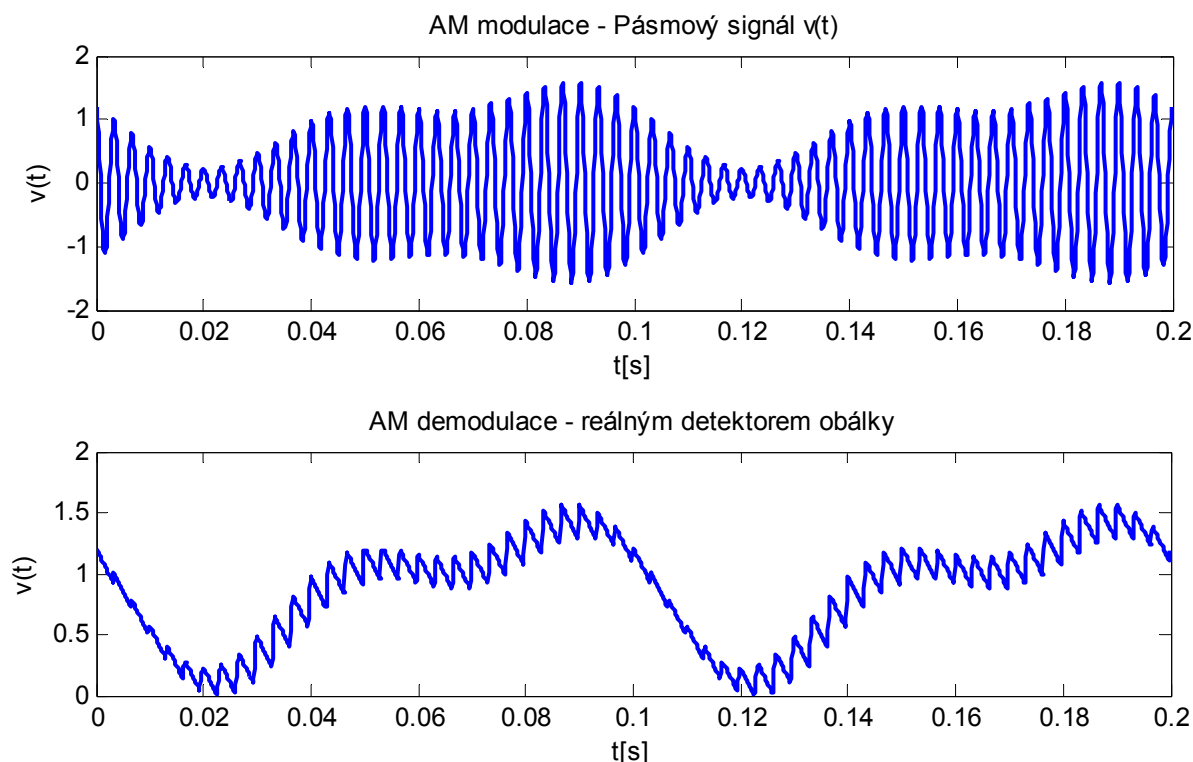
$R_L \gg R_S$... 2.podmínka nabíjení zajišťuje že se kondenzátor nabije na hodnotu blízkou špičkové hodnotě $v_{in}(t)$

$R_L C \gg 2\pi/\omega_c$... 1.podmínka vybíjení zajišťuje pomalé vybíjení kondenzátoru

$R_L C \ll B$... 2.podmínka vybíjení zajišťuje aby vybíjení nebylo příliš pomalé, B reprezentuje šířku frekvenčního pásma signálu v základním pásmu



Obr.5.8.2 Časový průběh AM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do detektoru obálky a výstupní signál $v_{out}(t)$ z ideálního detektoru obálky



Obr.5.8.3 Časový průběh AM modulovaného signálu $v_{in}(t)$ vstupujícího do detektoru obálky a výstupní signál $v_{out}(t)$ z reálného detektoru obálky

Na Obr.5.8.3 je prezentována detekce amplitudově modulovaného AM signálu $v_{in}(t) = A_c [1 + m(t)] \cos \omega_c t$, který má zvolené následující základní parametry $A_c = 1$, $m(t) = 0,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,3 \cdot \cos\left(40 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$, frekvence nosné je $f_c = 300$. Výsledná rovnice zvoleného vstupního pásmového signálu je dána následujícím tvarem :

$$v_{in}(t) = \left[1 + 0,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,3 \cdot \cos\left(40 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \right] \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot t) \quad (5.8.3)$$



Shrnutí pojmů 5.8.

Detektor obálky je elektronický obvod, který detekuje **reálnou obálku signálu**.

Příjem a detekce amplitudově modulovaného signálu lze realizovat detektorem obálky.

Ideální detektor obálky je obvod, jehož výstup je přímo úměrný reálné obálce vstupního pásmového signálu.

Elektronický obvod je realizován diodovým detektorem obálky.



Otázky 5.8.

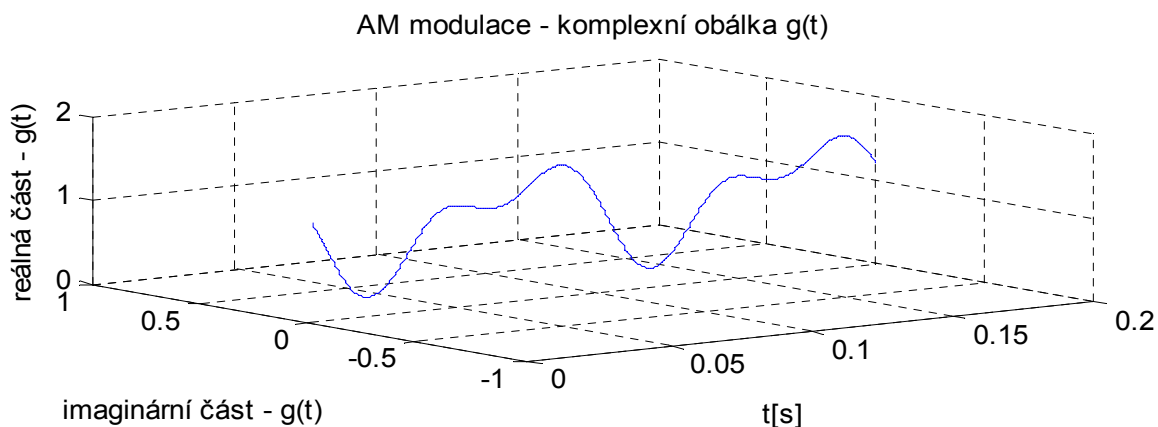
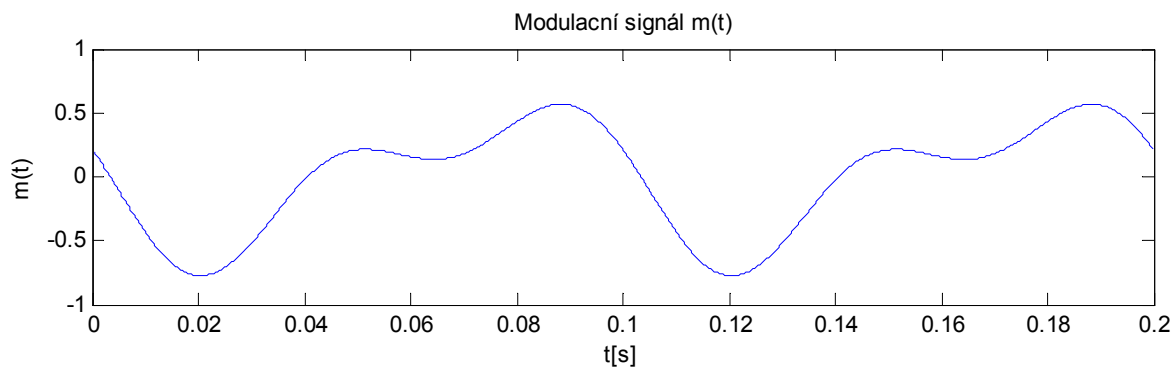
1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného detektor obálky?
2. Jak je realizován detektor obálky?
3. Jaký je matematický vztah pro výstupní signál z detektoru obálky?
4. Pro jaké typy modulací je detektor obálky pro zpracování pásmových signálů vhodný?

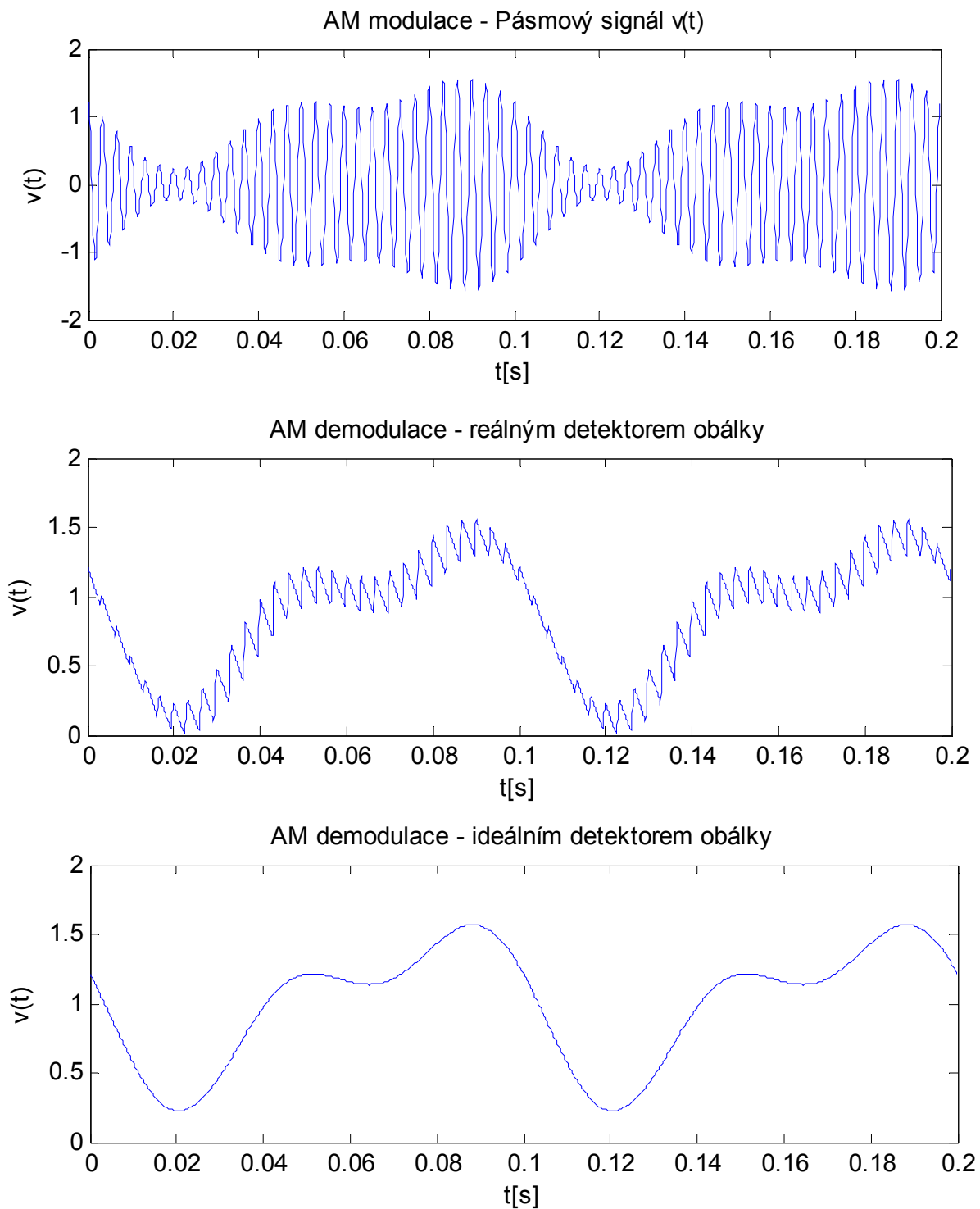


Úlohy k řešení 5.8.

1. Vypočtete a znázorněte níže popsané úkoly, je-li zadán informační signál v základním frekvenčním pásmu $m(t) = 0,5 \cdot \cos\left(20 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) + 0,3 \cdot \cos\left(40 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$ složený ze dvou harmonických složek. Nosná frekvence pásmového modulovaného signálu je $f_c = 300\text{Hz}$. Modulace použitá pro generování a přenos pásmového signálu je AM. Detektor obálky zpracovává tento modulovaný signál. Výpočet proveďte pomocí matematického programu Matlab.

- Časový průběh informačního signálu $m(t)$ v základním frekvenčním pásmu.
- Časový průběh komplexní obálky $g(t)$ modulovaného pásmového signálu $v(t)$.
- Časový průběh AM demodulovaného signálu reálným detektorem obálky.
- Časový průběh AM demodulovaného signálu ideálním detektorem obálky.





CD-ROM

Řešená úloha je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Matlab pojmenovaném: *matlab18_detektor_obalky.m*

Výuková animace je realizována v ukázkovém programu vytvořeném v programovém matematickém prostředí Flash pojmenovaném: *detektor_obalky.exe*

5.9. Detektor FM signálu



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat detektor FM signálu
- popsat princip a fungování detektoru FM signálu
- vypočítat výstupní detekovaný signál z detektoru FM signálu



Výklad

Ideální **detektor FM signálu** je zařízení, obvod, jehož výstupní signál je **přímo úměrný okamžitému kmitočtu**, okamžité frekvenci, vstupního signálu. Detektory FM signálu jsou v analogovém i číslicovém provedení, které se odlišují podle vstupního a/nebo výstupního signálu, tedy jsou to harmonické signály a/nebo posloupnosti impulsů. Analogové FM detektory jsou schopny zpracovávat signály do vyšších frekvencí, až do 100GHz. Číslicové FM detektory přibližně do 200MHz. Je-li vstupním signálem do FM detektoru pásmový signál v klasickém tvaru

$$v_{in} = R(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.9.1)$$

, pak výstupní signál ideálního detektoru FM signálu potom je

$$v_{out}(t) = K \frac{d[\omega_c t + \theta(t)]}{dt} = K \left[\omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt} \right] \quad (5.9.2)$$

Detektor FM signálu se obvykle konstruuje jako vyvážený. Znamená to, že konstantní složka napětí $K\omega_c$ se v případě, když je detektor naladěn, nebo konstruován, na frekvenci nosné f_c , na výstupu detektoru neobjeví. V tomto případě

$$v_{out}(t) = K \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (5.9.3)$$

Existuje mnoho **zapojení pro konstrukci** detektoru FM signálu, ale téměř všechna vycházejí z některého z následujících tří základních principů:

- detekce pomocí konverze FM-AM
- detekce pomocí komparace průchodu signálu nulovou hodnotou
- detekce pomocí určení fázového posunu

Příkladem detektoru FM signálu **pomocí konverze FM-AM** je derivační (slope) detektor prezentovaný na Obr.5.9.1. Pásmový omezovač na vstupu detektoru je potřebný pro odstranění kolísání amplitudy FM signálu, protože by to generovalo rušení (šum) do požadovaného výstupního signálu.

Předpokládá se vstupní signál, který je doznívající frekvenčně modulovaným signálem, který lze zapsat ve tvaru

$$v_{in} = A(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.9.4)$$

, kde fázová modulační složka je rovna

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = K_f m(t) \quad , \quad \text{tedy} \quad \theta(t) = K_f \int_{-\infty}^t m(t_1) dt_1 \quad (5.9.5)$$

$A(t)$ je obálka signálu, která se u doznívajícího signálu v čase zmenšuje, $m(t)$ je modulační signál, který je nízkofrekvenční například audio-signál. Pásmový omezovač s úrovní napětí V_L má na výstupu pásmový filtr. Za výstupem omezovače je pásmový signál roven

$$v_1 = V_L \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.9.6)$$



Obr. 5.9.1. Schéma derivačního detektoru FM signálu

Na výstupu derivačního členu je signál roven

$$v_2(t) = -V_L \left[\omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt} \right] \sin[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.9.7)$$

Tím se získá součet úhlového kmitočtu a derivace fáze do polohy amplitudy sinusového signálu, který je nutné poté detekovat. Na výstupu detektoru obálky je amplituda signálu $v_2(t)$

$$v_{out}(t) = \left| -V_L \left[\omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt} \right] \right| \quad (5.9.8)$$

Protože je v praxi obvykle $\omega_c \gg d\theta/dt$, přechází vztah (5.9.8) do následujícího tvaru

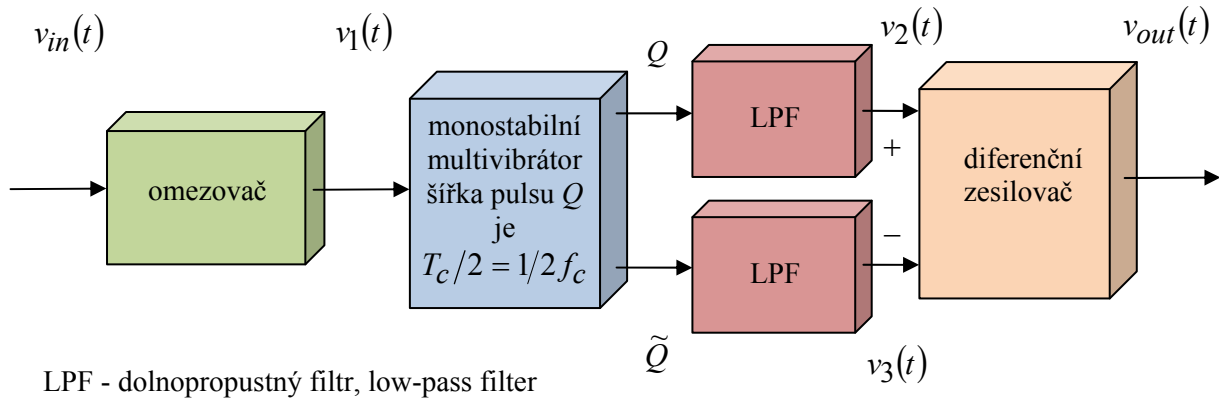
$$v_{out}(t) = V_L \left[\omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt} \right] \quad (5.9.9)$$

Podle vztahu (5.9.5) se tedy získá následující výstupní signál

$$v_{out}(t) = V_L \omega_c + V_L K_f m(t) \quad (5.9.10)$$

Předchozí rovnice ukazuje, že výstupní signál $v_{out}(t)$ derivačního detektoru FM signálu sestává ze dvou složek: konstantní složky $V_L \omega_c$ a složky $V_L K_f m(t)$, která je přímo úměrná modulačnímu signálu $m(t)$. Konstantní složka se může snadno odstranit například filtrem se seriovým kapacitorem.

Příkladem detektoru FM signálu **pomocí komparace průchodu signálu nulovou hodnotou** je komparační detektor (zero crossing detector) prezentovaný na schématu Obr.5.9.2. Pásmový omezovač na vstupu detektoru je potřebný pro odstranění kolísání amplitudy FM signálu, protože toto by generovalo rušení (šum) do požadovaného výstupního signálu. Je to hybridní obvod, obsahující jak analogové, tak číslicové prvky.



Obr. 5.9.2. Schéma komparačního detektoru FM signálu

Komparační detektor FM signálu na vstupním prvku upravuje vstupní signál na pravoúhlý signál $v_1(t)$ za omezovačem bez filtru, který je zobrazený na Obr.5.9.3. V grafech je znázorněna situace, v okamžiku, kdy je okamžitá frekvence vstupního FM signálu

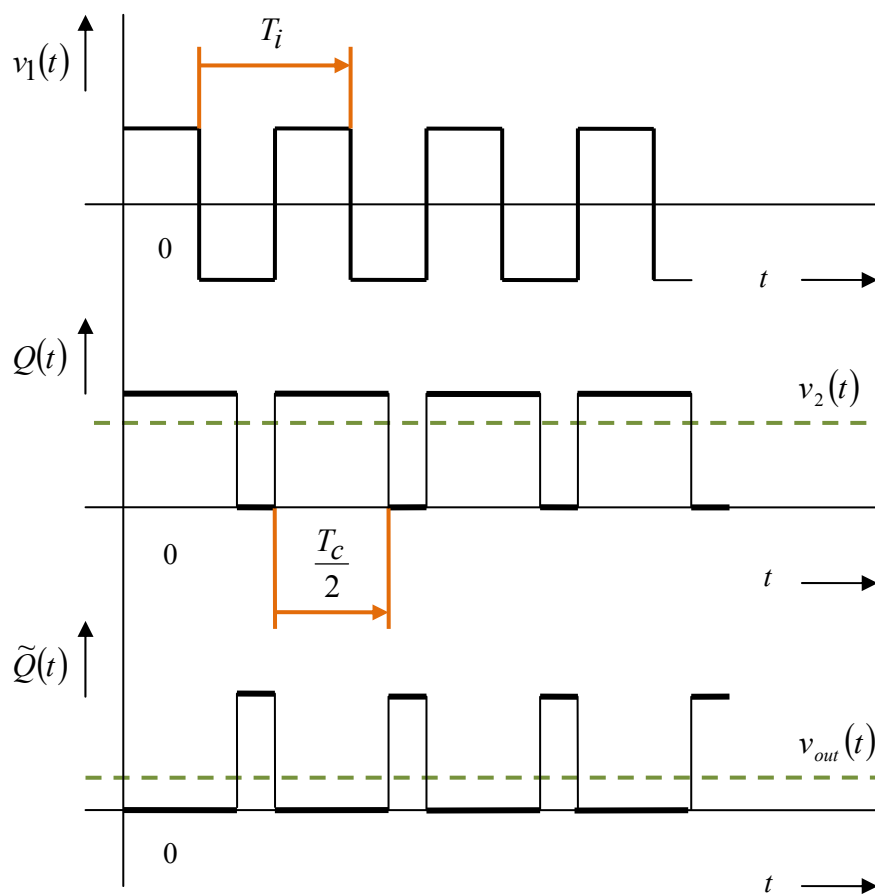
$$f_i(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} = f_c + \frac{1}{2\pi} K_f m(t) \quad (5.9.11)$$

větší než je frekvence nosné. Tedy na Obr.5.9.3 je $f_i > f_c$. Protože se modulační napětí mění vzhledem k rychlosti FM signálu pomalu, jeví se, na Obr.5.9.3, že má $v_1(t)$ frekvenci konstantní.

Ve skutečnosti se frekvence $v_1(t)$ mění v souladu s frekvencí $f_i(t)$. Pro vyhodnocení frekvence je použitý monostabilní multivibrátor se dvěma komplementárními výstupy. Je spínáný při pozitivním průchodu signálu $v_1(t)$ nulou (ze záporné do kladné hodnoty) a generuje na svém Q výstupu impuls, jehož šířka je rovna $\frac{T_c}{2} = \frac{1}{2f_c}$.

Komplementární, nulový, výstup stejné šířky generuje multivibrátor při $f_i = f_c$ na svém výstupu $\tilde{Q}$. Na diferenčním zesilovači se při $f_i = f_c$ oba výstupy odečítají do nulové hodnoty, ukazující, že FM modulační složka není v signálu přítomna. V grafu prezentovaném na obrázku 5.9.3 tomu tak ovšem není. Zde je $f_i > f_c$ a výstupní signál $v_{out}(t)$ je kladný signál v základním pásmu. Pro $f_i < f_c$ by byl výstupní signál $v_{out}(t)$ záporný signál v základním pásmu. Tímto způsobem se získá lineární převodní charakteristika odchylky frekvence na napětí

$$v_{out}(t) = C(f_i(t) - f_c) \quad (5.9.12)$$



Obr. 5.9.3. Časové průběhy signálů v komparačním detektoru FM signálu



Shrnutí pojmů 5.9.

Ideální **detektor FM signálu** je obvod, jehož výstupní signál je **přímo úměrný okamžité** frekvenci, vstupního signálu.

Detektor FM signálu se obvykle konstruuje jako **vyvážený**. Znamená to, že konstantní složka napětí se v případě, když je detektor naladěn, na frekvenci nosné f_c , na výstupu detektoru neobjeví.

Zapojení pro konstrukci detektoru FM signálu vychází ze základních principů detekce pomocí konverze FM-AM, detekce pomocí komparace průchodu signálu nulovou hodnotou, detekce pomocí určení fázového posunu



Otázky 5.9.

1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného detektor FM signálu?
2. Jaký je matematický vztah pro výstupní signál z detektoru FM signálu?
3. Jakým způsobem se realizuje detektor FM signálu?

5.10. Fázový záměr



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat fázový záměr
- popsat princip a funkce fázového záměru
- vypočítat výstupní signál upraveného fázovým záměrem



Výklad

Fázový záměr PLL (phase-locked loop) má v obvodech zpracování modulovaných signálů mnohostranné použití. Podle nastavení jeho výstupního filtru je na výstupu PLL nejčastěji jeden ze dvou signálů:

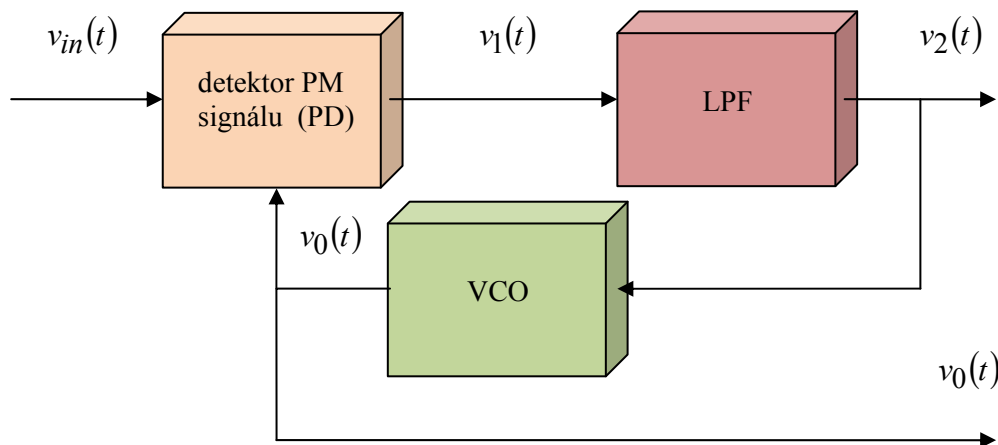
- signál sledující střední frekvenci vstupního pásmového signálu
- signál úměrný okamžité hodnotě frekvence vstupního pásmového signálu

Fázový záměr je obecně sestaven ze tří hlavních částí:

- **detektoru PM signálu PD** (phase detector)
- **dolnoproustného filtru LPF** (low-pass filter) s přenosem $H(f)$
- **napětově řízeného oscilátoru VCO** (voltage controlled oscillator)

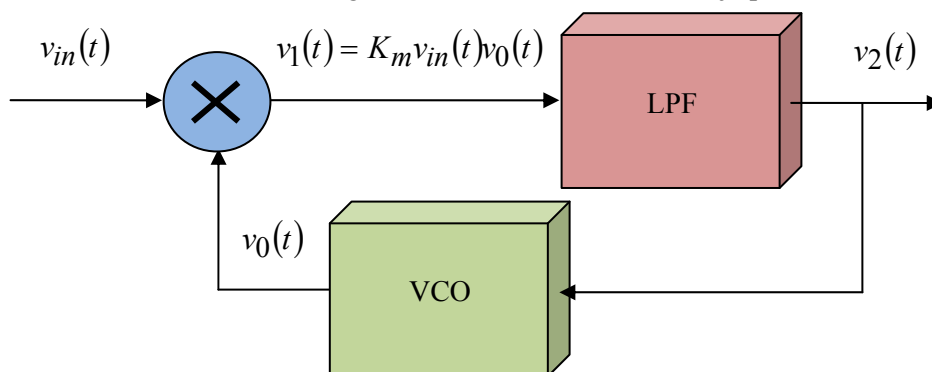
Schéma tvořené funkčními bloky je prezentováno na Obr.5.10.1. Funkční prvek VCO generuje harmonický signál o frekvenci, která se, podle velikosti řídicího napětí přivedeného na VCO může měnit v okolí klidové frekvence VCO. Klidová frekvence VCO je f_0 , která je při nulovém řídicím napětí $v_2(t)$. Detektor fáze generuje výstupní signál $v_1(t)$, který je funkcí fázového rozdílu mezi vstupním signálem $v_{in}(t)$ a signálem $v_0(t)$. Filtrovaný signál v základním pásmu $v_2(t)$ je řídicí signál, který je využitý ve zpětné vazbě pro změnu frekvence výstupního signálu oscilátoru VCO. Obvod PLL může být navržen tak, že pracuje jako úzkopásmový sledovací obvod (narrow-band tracking filter NBTF). Je to situace, kdy je dolnoproustný LPF nastaven jako úzkopásmový filtr. V tomto pracovním režimu je frekvence VCO určena prakticky jednou hodnotou kmitočtu ve spektru vstupního signálu, což má za celkový efekt, že se signál na výstupu VCO mění periodicky s frekvencí rovnou střední frekvenci vstupního signálu. Jakmile VCO dosáhne frekvence vstupního signálu, pokud se frekvence vstupního signálu nemění příliš rychle, začne VCO tuto frekvenci sledovat. V druhém základním režimu práce PLL je šířka pásma dolnoproustného LPF širší, a tak může VCO sledovat okamžitou frekvenci vstupního signálu. V obou případech když PLL sleduje vstupní signál, tj. provádí konverzi fázového rozdílu, resp. frekvence vstupního signálu na napětí signálu v základním pásmu, což se prezentuje, že je uzamknutý (locked). Má-li přivedený vstupní signál frekvenci f_0 , přechází fázový záměr do zamknutého stavu. Podmínkou, aby se udržel v zamknutém stavu, je nutné, aby se frekvence vstupního signálu měnila jen v určitém frekvenčním rozsahu a aby se měnila pomalu. Tento

rozsah a daná rychlost změn je daná parametry PLL, zejména celkovým zesílením zpětnovazební smyčky PLL. Na druhé straně, pokud je na PLL přiveden signál, které nemá frekvenci f_0 , nemusí fázový závěs přejít do uzamknutého stavu ani tehdy, když se frekvence přivedeného signálu nachází v rozmezí, ve kterém v předchozím případě ještě byl PLL ve stavu zamknutém. Je to dáno nelinearitou celého obvodu.



Obr. 5.10.1. Schéma fázového signálu

Fázový závěs lze realizovat na analogových (APLL) nebo na číslicových tj. digitálních (DPLL) prvcích pro analogové a digitální signály. Analýza DPLL je náročná a je mimo rozsah tohoto výukového textu. Rozbor funkce analogového fázového závěsu APPL je prezentován níže v textu.



Obr. 5.10.2. Schéma analogového fázového závěsu APPL

Jako detektor fázové odchylky se využívá násobička. Pro harmonické signály má sinusovou charakteristiku, kterou pro malý vstupní signál detektoru, tj. pro malou hodnotu fázové odchylky lze aproximovat přímkou. Je-li vstupní pásmový signál ve tvaru

$$v_{in} = A_i \sin[\omega_0 t + \theta_i(t)] \quad (5.10.1)$$

a signál z VCO ve tvaru

$$v_0 = A_0 \cos[\omega_0 t + \theta_0(t)] \quad (5.10.2)$$

, kde fázová modulační složka je rovna

$$\theta_0(t) = K_v \int_{-\infty}^t v_2(\tau) d\tau \quad (5.10.3)$$

Konstanta K_v je zesílení VCO, které má fyzikální rozměr $\left[\frac{\text{rad}}{V \cdot s} \right]$.

Fázový závěs bývá součástí lokálních přístrojových oscilátorů v přijímačích AM signálů (AFC control). Fázový závěs je použitý pro přesné generování nosné frekvence. Dolnoproustný filtr PLL je nastaven jako úzkopásmový, má pouze takovou šířku pásma, aby se PLL zamkl na frekvenci nosné vysílače. Protože je ale výstupní signál z VCO PLL fázově oproti nosné vysílače o $\pi/2$ posunutý, musí být pro koherentní detekci AM signálu v multiplikativním detektoru o tento úhel zpožděný.



Shrnutí pojmů 5.10.

Fázový závěs PLL má v obvodech zpracování modulovaných signálů mnohostranné použití, kde dle nastavení výstupního filtru je na výstupu nejčastěji signál sledující frekvenci vstupního pásmového signálu nebo signál úměrný okamžité hodnotě frekvence vstupního pásmového signálu.

Fázový závěs je obecně sestaven ze tří hlavních částí **detektoru PM signálu PD**, **dolnoproustného filtru LPF**, **napětově řízeného oscilátoru**.

Fázový závěs lze realizovat na **analogových (APLL)** nebo na číslicových tj. **digitálních (DPLL)** prvcích pro analogové a digitální signály.

Fázový závěs bývá **součástí lokálních přístrojových oscilátorů** v přijímačích AM signálů. Fázový závěs je použitý pro **přesné generování nosné frekvence**.



Otázky 5.10.

1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného fázový závěs PLL?
2. Z jakých funkčních bloků je složený fázový závěs PLL?
3. Jakými způsoby lze realizovat fázový závěs PLL?
4. Kde je fázový závěs PLL používán při zpracování pásmových signálů?

5.11. Vysílač



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat vysílač
- popsat matematické algoritmy a funkci vysílače
- popsat matematickou konstrukci vysílače blokově



Výklad

Vysílače generují modulovaný vysokofrekvenční signál $v(t)$ tak, že modulují nosnou $\cos \omega_c t$ o frekvenci f_c signálem, který je funkcí informačního modulačního signálu $m(t)$. Každý modulovaný signál lze vyjádřit v již známém tvaru rovnice

$$v(t) = \operatorname{Re} \left\{ g(t) e^{j\omega_c t} \right\} \quad (5.11.1)$$

nebo v ekvivalentních tvarech rovnic prezentovaných v kapitole matematického popisu pásmového signálu

$$v(t) = R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (5.11.2)$$

a

$$v(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t \quad (5.11.3)$$

, kde komplexní obálka je rovna

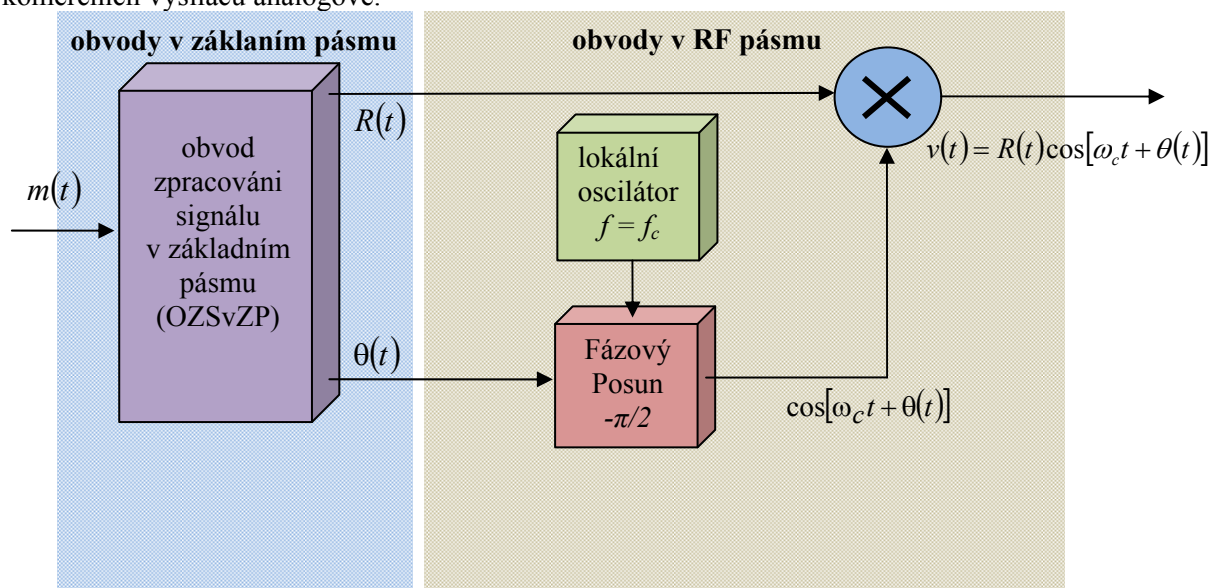
$$g(t) = x(t) + jy(t) = |g(t)| e^{j\angle g(t)} \equiv R(t) e^{j\theta(t)} \quad (5.11.4)$$

Komplexní obálka je funkcí modulačního signálu $m(t)$. Konkrétní vztah, který určuje závislost $g(t)$ na $m(t)$ je dána typem použité modulace, zda je například použita amplitudová modulace AM, amplitudová modulace s jedním postranním pásmem a potlačenou nosnou SSB-AM-SC, úhlová modulace FM nebo PM, atd. Existuje bezpočet obvodových řešení vysílačů. Pro jednotlivé typy modulace lze vždy najít nejvhodnější řešení z hlediska odstupu signálu od šumu, technického provedení, ceny, a dalších parametrů.

Rovnice (5.11.2) a (5.11.3) prezentují dva matematické vztahy, které jsou dále vysvětleny v rámci jednotlivých funkčních bloků obecných schémat vysílače, generujícího shodný výstupní signál, což je dáno volbou stejného modulačního signálu $m(t)$ a stejným typem modulace.

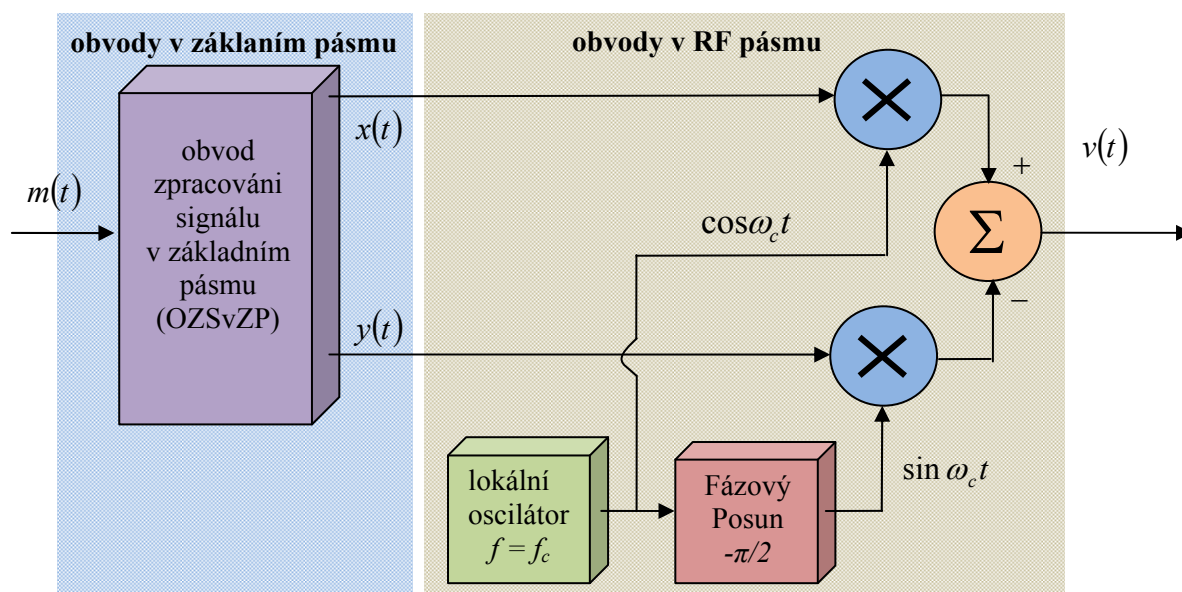
Matematický vztah vyjadřující vysílač dle rovnice (5.11.2) se principiálně v **obvodu pro zpracování signálu v základním pásmu (OZSvZP) generují složky $R(t)$ a $\theta(t)$** . Tento obvod kóduje informační signál $m(t)$ do složek $R(t)$ a $\theta(t)$ komplexní obálky $g(t)$ výstupního signálu vysílače

$v(t)$. Jak $R(t)$, tak $\theta(t)$ mají své frekvenční spektrum v základním pásmu. Složky $R(t)$ a $\theta(t)$ se určí analogově nebo vypočtem číslicově na počítači vybaveném jedním A/D a dvěma D/A převodníky. Frekvenční posun spektra signálu do radiových vysokých frekvencí, modulace, se provádí u komerčních vysílačů analogově.



Obr.5.11.1. Blokové schéma vysílače realizovaného dle vztahu (5.11.2)

Vysílač vyjádřený matematickým vztahem (5.11.3) se principiálně v **obvodu pro zpracování signálu v základním pásmu (OZSvZP) generují složky $x(t)$ a $y(t)$** , kde se kóduje informační signál $m(t)$ do složek $x(t)$ a $y(t)$ komplexní obálky $g(t)$ výstupního signálu vysílače $v(t)$. O jakou komplexní obálku se jedná, to záleží na typu modulace. Jak $x(t)$, tak $y(t)$ mají své frekvenční spektrum v základním pásmu. Složky $x(t)$ a $y(t)$ se určí analogově nebo vypočtou číslicově na počítači vybaveném jedním A/D a dvěma D/A převodníky. Frekvenční posun spektra signálu do radiových vysokých frekvencí, modulace, se provede u komerčních vysílačů analogově.



Obr.5.11.2. Blokové schéma vysílače realizovaného dle vztahu (5.11.3)

Shodnost obou matematických blokových schémat reprezentovaných rovnicemi (5.11.2) , (5.11.3) a shoda výsledného pásmového signálu $v(t)$ je dána následující rovnicí

$$v(t) = R(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)] = x(t)\cos \omega_c t - y(t)\sin \omega_c t \quad (5.11.5)$$

Většina současných analogových vysílačů je realizována jako varianta některého z výše uvedených typů. Obvod zpracování signálu v základním pásmu se realizuje u současných radiových vysílačů již téměř výhradně digitálními obvody. Jeho vstup a oba výstupy jsou signály v základním frekvenčním pásmu. Má tedy na svém vstupu A/D převodník a na svém výstupu dva D/A převodníky veličin reprezentující modulační složky $R(t)$ a $\theta(t)$. U moderních vysílačů jsou složky $R(t)$, $\theta(t)$, respektive $x(t)$, $y(t)$ až po vlastní RF modulaci digitalizovány. Některé vysílače pracují s digitálním mezifrekvenčním stupněm. Obsahují proto navíc, ve schématech neuvedený, další modulátor nebo blok násobení frekvence. Ve schématech také není zobrazen konstrukčně poměrně náročný koncový zesilovač vysílače, obvykle zesilovač třídy C.



Shrnutí pojmů 5.11.

Vysílače generují modulovaný vysokofrekvenční signál $v(t)$ tak, že modulují nosnou $\cos \omega_c t$ o frekvenci f_c signálem, který je funkcí informačního modulačního signálu $m(t)$.

Komplexní obálka je funkcí modulačního signálu $m(t)$.

Principiálně se v **obvodu pro zpracování signálu v základním pásmu (OZSvZP)** generují složky $R(t)$ a $\theta(t)$, kde se kóduje informační signál $m(t)$.

principiálně se v **obvodu pro zpracování signálu v základním pásmu (OZSvZP)** generují složky $x(t)$ a $y(t)$, kde se kóduje informační signál $m(t)$.



Otázky 5.11.

1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného vysílač?
2. Jaký je matematický vztah pro výstupní signál z vysílače?
3. Jak funguje vysílač při zpracování pásmových signálů?

5.12. Přijímač



Čas ke studiu: 1,5 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- definovat funkci a princip přijímače
- popsat jednotlivé typy přijímačů
- popsat a vysvětlit pojem mezifrekvence
- popsat a definovat funkci IQ detektoru



Výklad

Přijímače zpracovávají modulovaný signál a oddělují ze signálu zvláště přijatý informační signál $m(t)$. Předpokládá se, že modulovaný signál je zkreslený šumem. Obvykle se požaduje, aby signál na výstupu přijímače byl kopií signálu na vstupu vysílače. Podstatnou většinu problémů v komunikační technice, řídicí technice, měřicí technice přináší fakt, že je informační signál rušen. Tedy úkolem při vývoji komunikačních systémů je navrhnout systémy, které umožňují získat, přenést a zpracovat informaci nepoškozenou rušením.

Přijímače se obecně dělí do dvou základních skupin:

- kaskádně laděné přijímače
- superheterodyny

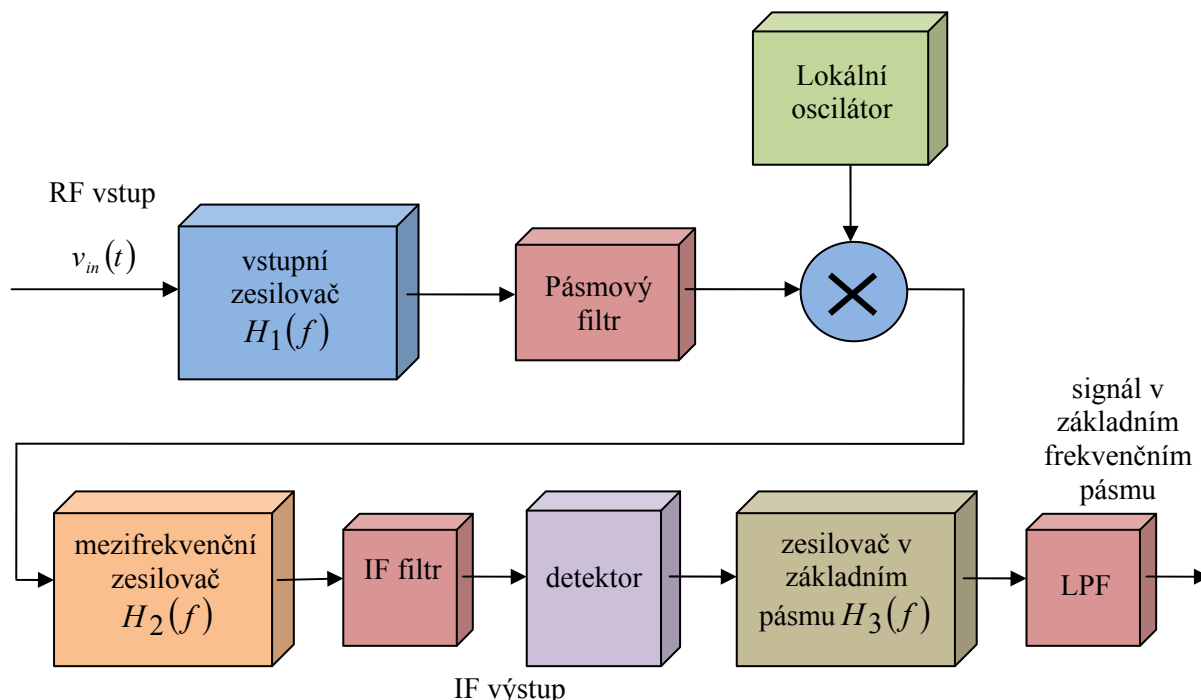
Kaskádně laděné přijímače (tuned radio frequency receivers, TRF receivers) se skládají z několika sériově zapojených pásmových zesilovacích stupňů s velkým zesílením, laděných na frekvenci nosné f_c . Za nimi následuje odpovídající detektor RF signálu do základního pásma, tj. podle typu modulace u přijímaného signálu detektor obálky, multiplikativní detektor, detektor FM signálu atd. Použití kaskádně laděných přijímačů je vázáno na speciální aplikace, protože je obtížné navrhnout jednotlivé zesilovací stupně s dostatečně selektivními filtry tak, aby je bylo možno souběžně přeladovat. Je-li přijímač naladěn na daný vysílač se pozná u běžného komerčního přijímače sluchem teprve tehdy, až jsou všechny filtry v kaskádě naladěny na správnou frekvenci a to je u kaskádně laděného přijímače bez pomoci elektroniky prakticky nemožné. Úzké pásmo filtrů je nutné k tomu, aby nebyl příjem rušen jiným vysílačem a sám nepůsobil jako zdroj rušení. Další nevýhodou je, že přijímač s velkým zesílením na RF frekvenci působí kvůli praktické nedokonalosti odstínění vstupních a výstupních obvodů tohoto zesilovače též jako oscilátor, generující nosnou f_c . Důsledkem může být rušení příjmu harmonickým signálem, generovaným vlastním kaskádně laděným přijímačem. Existují ovšem i náročnější řešení, která mají v laděné RF kaskádě jen menší zesílení, potřebné zesílení přenášejí do neladěné vstupní RF části.

Superheterodyny (superheterodyne) jsou použity ve většině komerčních analogových radiových přijímačů. Princip superheterodyny je nejrozšířenějším principem také u číslicových přijímačů, od radiových přijímačů až po radary. Tato technika je založena na myšlence posunu vstupního pásmového signálu do frekvenčního pásma, které se nazývá pásmo **mezifrekvence IF** (intermediate frequency). Frekvenční pásmo mezifrekvence může ležet, to závisí od konstrukce přijímače, nad

frekvenčním pásmem vstupního RF signálu, nebo pod frekvenčním pásmem vstupního RF signálu. Poté se z mezifrekvenčního signálu odpovídajícím detektorem obnoví informace, modulační signál $m(t)$.

V minulosti z důvodu postupně zvyšujícího se počtu rozhlasových stanic vznikla potřeba oddělit rušivé signály od žádaného, tzv. selektivita přijímače. Počáteční řešení laditelnými filtry bylo v roce 1918 E. H. Armstrongem nahrazeno superheterodynem (superhet), který se lépe a jednoduše ladí, má vyšší selektivitu, snadno lze zesílit. Superheterodynní přijímač je založen na principu interference, kdy například je přijímán vysokofrekvenční modulovaný signál na nosné frekvenci 100 MHz. Je-li v přijímači nastaven oscilátor na generování vlny o konstantní frekvenci 105 MHz, pak spojením obou signálů ve směšovači se získají signály na frekvencích dané rozdílem a součtem obou frekvencí vstupních signálů tzv. mezifrekvence. Tedy v uvedeném příkladu vznikají mezifrekvence $f_{m1}=105 - 100 = 5$ MHz, $f_{m2}=105 + 100 = 205$ MHz. Nižší mezifrekvence f_{m1} než původní modulovaný signál se výrazně snadněji zpracovává a detekuje. Změnou frekvence generovaného signálu oscilátorem se mění právě vybrané přijímané frekvenční pásmo posunované na konstantní mezifrekvenci, tedy v tomto případě 5 MHz. Nevýhodou superheterodynních přijímačů je náchylnost k příjmu nežádoucích signálů nacházejících se v parazitních příjmových kanálech především tzv. zrcadlový kanál (Image Channel), parazitní mezifrekvenční kanál.

Pro obnovení signálu $m(t)$ se použije vhodný detektor pásmového signálu. Základní schéma analogového přijímače v zapojení superheterodyn je prezentováno na Obr.5.12.1. Zobrazené zesilovače jsou vybaveny filtry. Před přivedením na mixer je signál filtrován RF filtrem, který je laděn tak, aby potlačil parazitní frekvence generované mixerem a částečně též potlačil frekvence sousedních vysílačů. RF filtr také částečně potlačuje šum, ale podstatná část potlačení šumu je provedena až v IF filtru.



Obr. 5.12.1. Blokové schéma analogového přijímače v zapojení superheterodyn

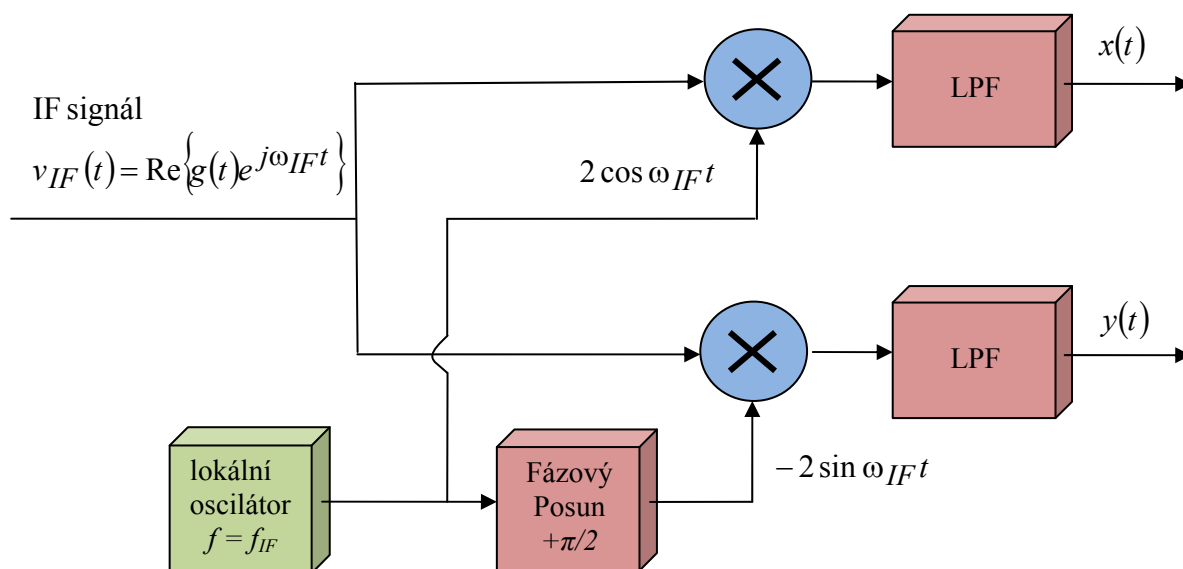
Posun frekvenčního spektra přijímaného signálu do pásma IF se provede na mixeru, nastavením frekvence přístrojového oscilátoru, respektive nastavením frekvence kmitočtové ústředny, přijímače. Při postupné změně frekvence přístrojového oscilátoru jsou do pásma mezifrekvence postupně

posouvána frekvenční spektra signálů z jednotlivých vysílačů. Ladění lze provést sluchem. Detekce signálu $m(t)$ se v superheterodynovém přijímači provede pro AM a FM nebo PM odpovídajícím detektorem. Pokud je potřeba obnovit komplexní obálku signálu, například v případě použití superheterodynového přijímače pro příjem digitálního signálu, tedy pokud je třeba obnovit nezávislé složky $R(t), \theta(t)$, respektive složky $x(t), y(t)$ komplexní obálky $g(t)$, má blokové schéma přijímače, který je z modulovaného signálu vybírá strukturu, za mezifrekvenci, strukturu opačnou ke struktuře vysílače, který je do modulovaného signálu vkládá.

Zapojení **IQ detektoru** je prezentováno na Obr. 5.12.2, který detekuje soufázové (in-phase) složky $x(t)$ a kvadrurní (quadratur-phase) složky $y(t)$ komplexní obálky $g(t)$ signálu.

$$g(t) = x(t) + jy(t) \quad (5.12.1)$$

Z prezentovaného blokového schématu je patrné, že se jedná o zapojení dvou multiplikativních detektorů. Složky $x(t)$ a $y(t)$ jsou signály v základním pásmu, lze je přivést do obvodu pro výpočet modulačního signálu $m(t)$, kde matematické vztahy mezi $x(t)$, $y(t)$ a $m(t)$ jsou dány typem prováděné modulace.



Obr. 5.12.2. Blokové schéma zapojení IQ detektoru

Základní výhodou superheterodynového přijímače je jeho vysoká stabilita při velkém zesílení vstupního signálu daná tím, že se zesílení dosahuje ve stupních ve vzájemně se nepřekrývajících frekvenčních pásmech, mezi které patří radiové pásmo RF, mezifrekvenční pásmo IF, kde jsou stupně se selektivními filtry nastavené výrobcem přijímače, základní, u radiového komerčního přijímače akustické NF pásmo. Pásmovým oddělením se potlačuje uzavření parazitní zpětné vazby mezi výstupem a vstupem celé zesilovací kaskády. Nevýhodou je značná citlivost superheterodynu na vnější rušivé signály.

V typických aplikacích jsou přijímače konstruovány s jednotlivými mezifrekvencemi, které jsou prezentovány v Tab. 5.12.1. Pro danou aplikaci je mezifrekvence dostatečně nízká tak, aby IF filtr, který má konečné Q oddělil signál od signálů v ostatních frekvenčních pásmech, a zároveň dostatečně vysoká k tomu, aby vstupní filtr přijímače dostatečně potlačil rušivé signály na frekvenci (frekvencích) definovaných jako f_{IMAGE} .

IF	aplikace
262.5 kHz	automobilové přijímače AM radiového vysílání
455 kHz	přijímače AM radiového vysílání
10.7 MHz	přijímače FM radiového vysílání
20.1 MHz	radiová pojítka
30 MHz	přijímače radarového signálu
43.75 MHz	tv přijímače - přijímače video signálu
60 MHz	přijímače radarového signálu
70 MHz	satelitní přijímače
210 MHz	číslicové videosystémy

Tab.5.12.1. Seznam používaných mezifrekvencí v typických aplikacích

Přijímaný modulovaný (pásmový) signál na frekvenci nosné f_c je přijímán do superheterodynového přijímače, který má definovanou mezifrekvenci f_{IF} danou výrobcem přijímače. Pro posun frekvenčního spektra signálu z f_c na f_{IF} se používá mixer, který je tvořený pásmovým filtrem propouštějícím frekvence $f \rightarrow f_{IF}$. Na druhý vstup mixeru je nutné přivést naladěný harmonický signál f_L generovaný přístrojovým oscilátorem. Frekvenci generovaného signálu je nutné nastavit na frekvenci

$$f_L = f_c + f_{IF} \quad (5.12.2)$$

nebo na frekvenci

$$f_L = f_c - f_{IF} \quad (5.12.3)$$

Na vstupu přijímače jsou ovšem i jiné parazitní signály, které mohou být obzvlášť rušivé. Mezi tyto signály například patří do mixeru přivedený a posunutý tzv. **parazitní zrcadlový (image) signál** na frekvenci

$$f_L + f_{IF} \quad (5.12.4)$$

, která může být zpracováním upraveného signálu přičtena k výslednému informačnímu signálu $m(t)$.



Shrnutí pojmů 5.12.

Přijímače zpracovávají modulovaný signál a oddělují ze signálu zvlášť přijatý informační (modulační) signál $m(t)$.

Přijímače se obecně dělí na **Kaskádně laděné přijímače**, které se skládají z několika sériově zapojených pásmových zesilovacích stupňů s velkým zesílením, laděných na frekvenci nosné f_c . a

Superheterodyny, které jsou použity ve většině komerčních analogových radiových přijímačů.

Posun vstupního pásmového signálu do frekvenčního pásma, které se nazývá pásmo **mezifrekvence** označována zkratkou **IF**.

IQ detektor detekuje soufázové (in-phase) složky $x(t)$ a kvadrurní (quadratur-phase) složky $y(t)$ komplexní obálky $g(t)$ signálu.

Rušivým signálem například je do mixeru přivedený a posunutý tzv. **parazitní zrcadlový (image) signál**, který může být zpracováním upraveného signálu přičten k výslednému informačnímu (modulačnímu) signálu $m(t)$.



Otázky 5.12.

1. Jaký je princip systému pro zpracování pásmového signálu nazvaného přijímač?
2. Jaké se rozdělují přijímače?
3. Jaký rušivý signál v přijímači vzniká?



Odměna a odpočinek

Nyní jste prostudovali základní učivo předmětu Modulované signály a s podporou výukových materiálů ve formě animací a programů byste měli mít znalosti o základech přenosu signálů v základním frekvenčním pásmu a přenosu pásmových signálů.



Zkratky a popis fyzikálních veličin

AM	amplitudová modulace
APSK	digitální modulace Amplitudové fázové klíčování (Amplitude-Phase Shift Keying)
ASK	digitální modulace Amplitudové klíčování stavů (Amplitude Shift Keying)
BPSK	digitální modulace Binární–fázové klíčování stavů (Binary-Phase Shift Keying)
DPSK	digitální modulace Diferenční–fázové klíčování stavů
DSB	amplitudová modulace s oběma postranními pásmy
DSB-SC	amplitudová modulace s oběma postranními pásmy a potlačenou nosnou
FM	frekvenční modulace
FSK	digitální modulace Frekvenční klíčování stavů (Frequency Shift Keying)
HPF	hornopropustný filtr
IF	mezifrekvence
IMD	intermodulační zkreslení
LO	přístrojový oscilátor
LPF	dolnoproustný filtr
LSSB	SSB modulace s dolním postranním pásmem
NBF	pásmový filtr, úzkopásmový filtr
NBFM	úzkopásmová frekvenční modulace
OFDM	Ortogonální frekvenční klíčování (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)
OOK	digitální modulace On-Off klíčování (On-Off Keying)
PAM	impulsní amplitudová modulace
PCM	impulsní kódová modulace
PDM	impulsní modulace hustoty
PLL	fázový závěs
PM	fázová modulace
PNM	impulsní číselná modulace
PPM	impulsní poziční modulace
PSK	digitální modulace Fázové klíčování stavů (Phase Shift Keying)

PWM	impulsní šířková modulace
QASK,QAM	Kvadrurní amplitudové klíčování (Quadrature-Amplitude Shift Keying)
QM	kvadrurní modulace
RF	frekvence radiového vysílání
SHV	spojité spektrum výkonu, spektrální hustota výkonu
SSB	amplitudová modulace s jedním postranním pásmem
SSB-SC	amplitudová modulace s jedním postranním pásmem a potlačenou nosnou
USSB	SSB modulace s horním postranním pásmem
VCO	napětím řízený oscilátor

B	šířka pásma signálu
B_C	šířka pásma úhlově modulovaného signálu podle Carsonova pravidla
β_F	index frekvenční modulace
β_P	index fázové modulace
D_f	konstanta zesílení FM
D_p	konstanta zesílení PM
$\Delta\theta$	maximální odchylka počáteční fáze
$\Delta\theta_{pp}$	hodnota odchylky počáteční fáze mezi její maximální a minimální hodnotou
ΔF	maximální odchylka frekvence
ΔF_{pp}	hodnota odchylky frekvence mezi její maximální a minimální hodnotou
$f_d(t)$	odchylka frekvence od frekvence nosné
$\delta(t)$	Diracova distribuce, Diracův impuls
f	frekvence
f_c	frekvence nosné
f_{image}	frekvence zrcadlového signálu
f_L	frekvence (lokálního) oscilátoru
f_0	frekvence oscilátoru

f_s	frekvence vzorkování
$G(f)$	spektrum, spektrální hustota $g(t)$
$g(t)$	komplexní obálka pásmového signálu
$h(t)$	impulsová odezva filtru
H_m	hloubka modulace AM signálu (v procentech)
H_{nm}	hloubka negativní modulace AM signálu v procentech
H_{pm}	hloubka pozitivní modulace AM signálu v procentech
IMD	intermodulační zkreslení signálu
$K(f)$	spektrum, spektrální hustota $k(t)$
$k(t)$	komplexní obálka $h(t)$
$M(f)$	spektrum, spektrální hustota $m(t)$
$m(t)$	modulační signál
$\hat{m}(t)$	Hilbertova transformace $m(t)$
$\hat{M}(f)$	spektrum, spektrální hustota $\hat{m}(t)$
$n(t)$	šum
$P_g(f)$	spektrální hustota výkonu komplexní obálky $g(t)$
$P_v(f)$	spektrální hustota výkonu signálu $v(t)$
Q	Q-parametr filtru
$R(t)$	amplitudová modulační složka, tzv. reálná obálka, signálu $v(t)$
T	perioda
t	čas
T_d	fázové zpoždění
T_g	skupinové zpoždění
TDH	celkové harmonické zkreslení signálu
$V(f)$	spektrum, spektrální hustota $v(t)$
$v(t)$	modulovaný signál, pásmový signál
τ	čas
$\Theta(f)$	spektrum, spektrální hustota $\theta(t)$
$\theta(t)$	fázová (modulační) složka signálu $v(t)$
ω	úhlový kmitočet, úhlová rychlost

ω_c	úhlový kmitočet nosné
ω_L	úhlový kmitočet (lokálního) oscilátoru
ω_0	úhlový kmitočet oscilátoru
$X(f)$	spektrum, spektrální hustota $x(t)$
$x(t)$	soufázová (modulační) složka signálu $v(t)$
$Y(f)$	spektrum, spektrální hustota $y(t)$
$y(t)$	kvadrurní (modulační) složka signálu $v(t)$

$A * B$	konvoluce A s B
A^*	komplexně sdružená s A
$\cos \omega t$	$\cos(\omega t)$
$F\{.\}$	Fourierova transformace $\{.\}$
$\text{Im}\{.\}$	imaginární část $\{.\}$
$\text{Re}\{.\}$	reálná část $\{.\}$
$\angle \{.\}$	$\arctg (\text{Im}\{.\} / \text{Re}\{.\})$
$\langle \{.\} \rangle$	střední hodnota $\{.\}$ v čase



Další zdroje a použitá literatura

Couch, L.W.: Digital and Analog Communications Systems. Prentice Hall, New Jersey, USA, 2007.

Couch, L.W.: Modern Communication Systems. Prentice Hall, New Jersey, USA, 1994.

Černohorský, D., Nováček, Z., Raida, Z. „Elektromagnetické vlny a vedení - 2. rozšířené a přepracované, VUTIUM, 1999

Liu, Hui – Li: OFDM-Based Broadband Wireless Networks, New Jersey.2005.

Kamen, E. W., Heck B. S.: Fundamentals of Signals and Systems. Prentice Hall Inc., New Jersey 2000.

Pechač P. , Šíření vln v zástavbě – modely pro plánování mobilních rádiových systémů, Praha, Ben – technická literatura, 2006

Říčný, V.: Radiové komunikační služby. Skriptum VUT FEI Brno, 1998.

Sýkora, J.:Teorie digitální komunikace. CVUT. Praha.2005.

Vedral Josef Fischer Jan: Elektronické obvody pro měřicí techniku, vydavatelství ČVUT, Praha 2004

Vejražka, F.: Signály a soustavy. Skripta ČVUT Praha Fakulta elektrotechnická, ČVUT Praha. Praha 1990.

Vít V.: Televizní technika – přenosové barevné soustavy, BEN – Technická literatura, Praha 1997

Žalud, V.: Moderní radioelektronika. BEN – Technická literatura. Praha, 2000

http://mobilesociety.typepad.com/mobile_life/2007/05/an_introduction.html

<http://cs.wikipedia.org/wiki/Superheterodyn> [cit. 2008-19-10]

<http://lucy.troja.mff.cuni.cz/~tichy/elektross/aplikace/radio.html> [cit. 2008-10-26]

http://cs.wikipedia.org/wiki/Televizní_norma [cit. 2008-11-7]

<http://tomas.richtr.cz/mobil/obecne-sireni.htm> [cit 22.10.07]

<http://www.elektrorevue.cz/clanky/01008/index.html> [cit 22.10.07]



Klíč k řešení

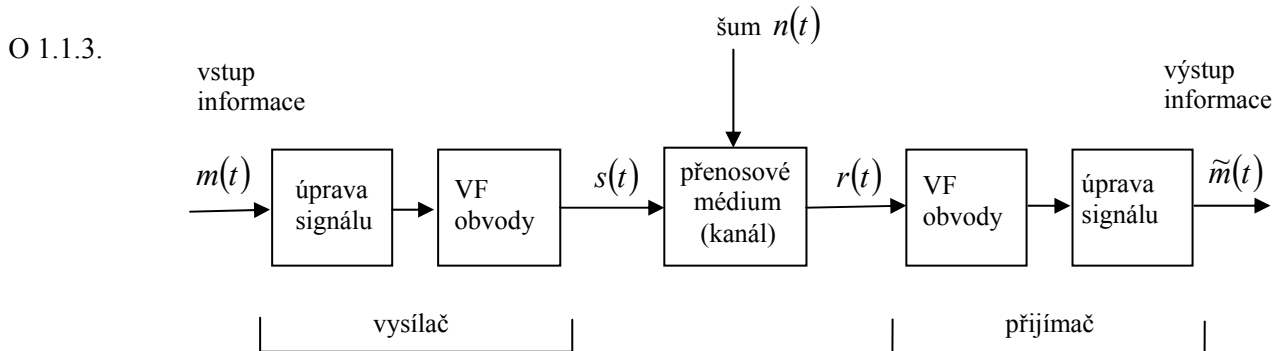
Odpovědi na otázky.

- O 1.1.1. Signál přenášející informace komunikačním systémem, který má frekvenční spektrum nenulové pouze v určitém pásmu, se nazývá pásmový signál pásmovým komunikačním kanálem. Informační signál $m(t)$ je modulacemi upravován a jako modulovaný signál $s(t)$ přenášen komunikačním systémem.

- O 1.1.2. Informační signál $m(t)$ může být signál analogový nebo číslicový, to závisí na konkrétním případě. Může to být audiosignál, videosignál, signál z počítače, nebo nějaký jiný typ signálu, který může obsahovat užitečnou informaci.

Komunikační kanál tlumí vždy signál v tom smyslu, že šum přičtený k signálu v kanálu a šum přičtený k signálu v nedokonalém přijímači vždy způsobují, že informační narušený signál $\tilde{m}(t)$ je oproti vstupnímu informačnímu signálu $m(t)$ zhoršený.

Šum v kanálu může mít svůj původ v přírodních rušivých zdrojích, například v blesku, v bouři, v umělých rušivých zdrojích jako je vedení vysokého napětí, jiskření zapalovacích motorů, může to být též rušení od vedle stojícího počítače.



- O 1.2.1. Pásmový signál je vysokofrekvenční signál, který má nenulové frekvenční spektrum pouze v omezeném frekvenčním intervalu v okolí nosné frekvence

Každý pásmový signál $v(t)$ lze vyjádřit ve tvaru $v(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$

, kde $\text{Re}\{\cdot\}$ označuje reálnou část z $\{\cdot\}$, $g(t)$ je tzv. komplexní obálka signálu $v(t)$ a f_c je odpovídající frekvence nosné, $\omega_c = 2\pi f_c$. Dva další, ekvivalentní, popisy pásmového signálu jsou následující:

- popis v polárním tvaru $v(t) = R(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)]$
- popis v kartézském tvaru $v(t) = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c t$

- O 1.2.2. Fourierovou transformací matematického vztahu pro výpočet pásmového signálu $v(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$, který se rozloží na jednotlivé komplexně sdružené komplexní obálky signálu lze získat frekvenční spektrum pásmového signálu. Pásmový signál, má nenulové spektrum pouze pro frekvence f v blízkosti f_c . Z toho vyplývá, že Fourierovy koeficienty c_n pásmového signálu mají nenulové hodnoty pouze pro n kde $\pm n f_0$ leží v okolí f_c , v rozsahu $\pm n f_0 \approx f_c$. Oproti tomu frekvenční spektrum signálu v základní

frekvenční oblasti je soustředěno kolem frekvence $f = 0$.

- O 1.2.3. Komplexní obálka matematicky definovává modulaci signálu v základním frekvenčním pásmu. Soufázová modulační složka $x(t)$, kvadrurní modulační složka $y(t)$, amplitudová modulační složka $R(t)$, fázová, nebo také úhlová, modulační složka $\theta(t)$ jsou funkce definující modulaci informačního signálu v základním frekvenčním spektru a jsou součástí komplexní obálky. Komplexní obálku lze vyjádřit v kartézských souřadnicích a rozložit na reálnou a imaginární část:

$$g(t) = x(t) + jy(t) = |g(t)|e^{j\angle g(t)} \equiv R(t)e^{j\theta(t)}$$

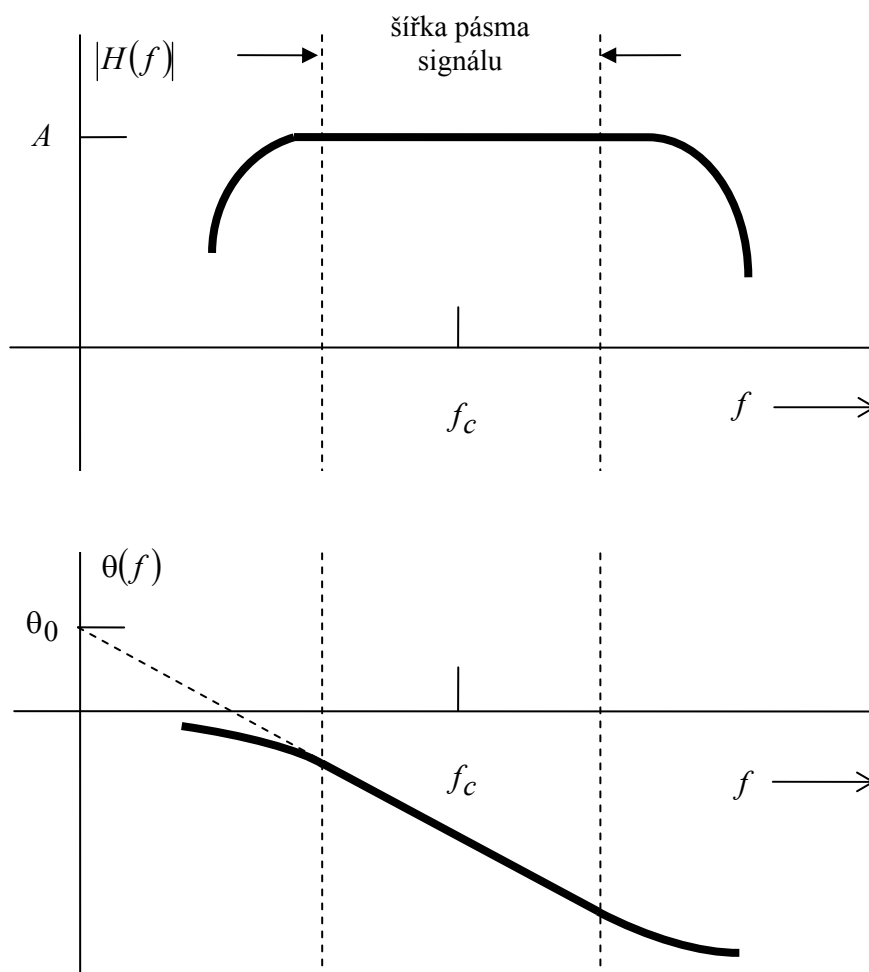
$$x(t) = \operatorname{Re}\{g(t)\} \equiv R(t)\cos\theta(t), \quad y(t) = \operatorname{Im}\{g(t)\} \equiv R(t)\sin\theta(t)$$

Komplexní obálku lze také rozložit v polárních souřadnicích části definované jako modul $R(t)$ a fáze $\theta(t)$:

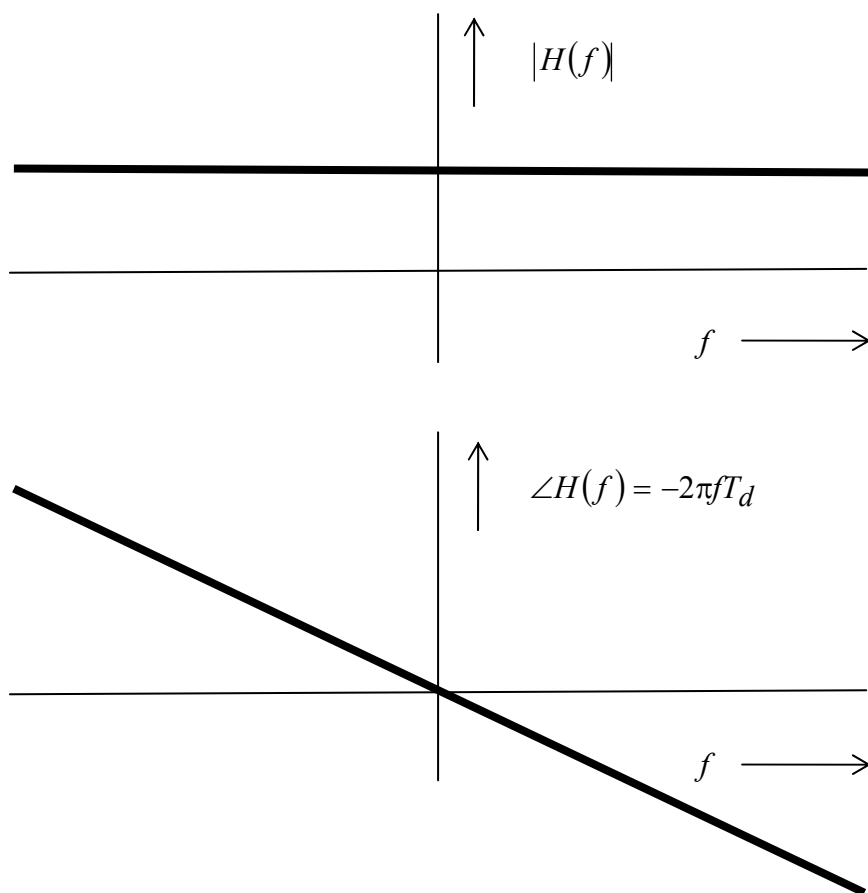
$$g(t) = |g(t)|e^{j\angle g(t)} \equiv R(t)e^{j\theta(t)}$$

$$R(t) = |g(t)| \equiv \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}, \quad \theta(t) = \angle g(t) \equiv \tan^{-1}\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right)$$

- O 1.3.1.



O 1.3.2.



O 1.3.3. Nezkreslující kanál (soustava) je definován komunikační prostor, kde výstupní signál $y(t)$ je přímo úměrný posunutému vstupnímu signálu $x(t)$. S ohledem na definované podmínky nelze realizovat.

Fázové frekvenční zpoždění je posuv fáze vysokofrekvenčního signálu nosné frekvence pásmového signálu.

Skupinové zpoždění je posuv fáze nízkofrekvenční komplexní obálky.

O 1.3.4. Ekvivalentní filtr převádí problematiku filtrace pásmové signálu na analýzu úlohy v základním frekvenčním pásmu. Vychází z principu, že pásmový signál je popsán přenosem obsahujícím komplexní obálku.

O 1.4.1. Vzorkování signálu je operací prováděnou za účelem převodu spojitého signálu na vzorkovaný diskretní signál například pro zpracování pomocí moderních řídicích, informačních a komunikačních technologií.

O 1.4.2. Šanon-Kotelnikovův teorém definuje vzorkovací frekvenci s ohledem na nejvyšší frekvenci vyskytující se ve spektru signálu, což je pro pásmový signál velmi vysoká hodnota.

O 1.4.3. Nyquistův teorém pro pásmový signál I umožňuje vzorkovat pásmový signál, který bude obnovitelný, pouze frekvencí nejméně dvojnásobnou k šířce frekvenčního pásma B_T .

Nyquistův teorém pro pásmový signál II definuje pro pásmový signál počet vzorků N nutných pro obnovení signálu na časovém intervalu délky T_0 nachází-li se v dané šířce frekvenčního pásma B_T .

- O 1.5.1. Frekvenční spektrum $V(f)$ pásmového signálu $v(t)$ prezentuje vlastnosti signálu ve frekvenční oblasti a je vázáno s frekvenčním spektrem $G(f)$ jeho komplexní obálky $g(t)$.
- O 1.5.2. Autokorelační funkce $R_v(\tau)$ pásmového signálu $v(t)$ a autokorelační funkce komplexní obálky $R_g(t)$ popisují závislosti obsažené v signálech, které se opakují v čase.
- O 1.5.3.
$$R_v(\tau) = \langle v(t)v(t+\tau) \rangle = \langle \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\} \operatorname{Re}\{g(t+\tau)e^{j\omega_c(t+\tau)}\} \rangle$$
- O 1.5.4. Spektrální hustota výkonu $P_v(f)$ pásmového signálu prezentuje rozložení výkonu v závislosti na frekvenčním pásmu.
- $$P_v(f) = F\{R_v(f)\} = \frac{1}{4} [P_g(f - f_c) + P_g^*(-f - f_c)]$$
- O 1.5.5. Střední výkon P_v pásmového signálu $v(t)$ je definován komplexní obálkou signálu a je roven autokorelační funkci s nulovým posunutím.
- Maximální výkon P_{PEP} pásmového signálu $v(t)$ je definován při maximální absolutní hodnotě jeho komplexní obálky.
- O 1.5.6.
$$P_v = \int_{-\infty}^{\infty} P_v(f) df = R_v(0) = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle$$
- $$P_{PEP} = \frac{1}{2} [\max |g(t)|]^2$$
- O 2.1.1. Analogová modulace je proces, při kterém se analogová informace kóduje do průběhu pásmového signálu $v(t)$.
- O 2.1.2. Modulace je proces, při kterém se informace obsažená ve zdrojovém informačním (modulačním) signálu $m(t)$ kóduje do průběhu pásmového signálu $v(t)$. Modulovaný signál $s(t)$ tak patří do množiny pásmových signálů
- O 2.1.3. Principem amplitudových analogových modulací je založen na změně amplitudové modulační složce
- O 2.1.4. Principem amplitudových úhlových modulací je založen na změně fázové modulační složce
- O 2.2.1. AM modulovaný signál je amplitudově modulovaný signál pomocí amplitudové modulace s oběma postranními pásmy s nepotlačenou nosnou
- O 2.2.2. Multiplikativního modulátor je určen pro generování AM modulovaného signálu složený z bloku pro úpravu a výpočet reálné obálky a bloku lokálního vysokofrekvenčního oscilátoru nosné, které jsou vzájemně vynásobeny.
- O 2.2.3. Hloubka pozitivní modulace AM signálu, hloubka negativní modulace AM signálu, hloubka modulace AM signálu se udává v procentech a určuje velikost kódovaného informačního signálu.
- O 2.2.4. Hloubka pozitivní modulace AM signálu, hloubka negativní modulace AM signálu, hloubka modulace AM signálu, Střední výkon AM signálu, Účinnost modulace E, Špičkový výkon.
- O 2.2.5. Frekvenční spektrum pásmového signálu a komplexní obálky udává frekvenční závislost

jednotlivých harmonických složek obsažených v informačním signálu.

- O 2.2.6. Detektor obálky, multiplikativní detektor jsou systémy pásmových signálů pro detekci a demodulaci amplitudově modulovaného signálu.
- O 2.2.7. Pro realizaci vysílače AM signálu existuje řada cest. Lze je rozdělit na postupy, kdy se realizace provádí na výkonově, a obvykle i napětově, nízké úrovni, modulovaný signál je poté zesilovaný na požadovanou výstupní úroveň, a na postupy, kdy se modulace provádí na výkonově, a obvykle i napětově, úrovni, srovnatelné s úrovní výstupního modulovaného signálu.
- O 2.3.1. Amplitudová modulace DSB-SC je amplitudová modulace s oběma postranními pásmy a s potlačenou nosnou.
- O 2.3.2. Multiplikativní detektor je použitelný pro demodulaci signálu. Demodulace DSB-SC signálu vyžaduje synchronizaci mezi vysílačem a přijímačem.
- O 2.3.3. Hloubka modulace je nekonečná, nosná není v signálu obsažena
- O 2.3.4. Hloubka modulace, Účinnost modulace.
- O 2.3.5. Frekvenční spektrum pásmového signálu a komplexní obálky udává frekvenční závislost jednotlivých harmonických složek obsažených v informačním signálu.
- O 2.3.6. Costasův závěs je určen pro získání f_c pro demodulaci, který je speciálním typem fázového závěsu nazývaného též Costasova smyčka.
- O 2.4.1. SSB modulace je modulací s jedním postranním pásmem využívané pro přenos informace
- O 2.4.2. Horní postranní pásmo se nachází ve vyšších frekvencích od nosné frekvence označováno jako modulace USSB
Dolní postranní pásmo se nachází v nižších frekvencích od nosné frekvence označováno jako modulace LSSB
- O 2.4.3. Hilbertovu transformaci informačního signálu $m(t)$ je součástí algoritmu modulace, kde ve výsledném transformovaném signálu je frekvenční spektrum, ve kterém jsou složky fázově posunuty.
- O 2.4.4. Normalizovaný střední výkon, střední výkon jsou závislé na velikosti informačního signálu a amplitudovém zesílení modulace
Maximální výkon pásmového signálu je vypočten z maximální absolutní hodnoty jeho komplexní obálky
- O 2.4.5. Generování SSB signálu metodou z DSB-SC modulovaného signálu, metodou ze soufázové a kvadrurní složky, metodou pomocí amplitudových a fázových modulačních složek.
Demodulace SSB signálu pomocí synchronního demodulátoru, nebo při přítomnosti nosné v signálu i obvodem zahrnujícím detektor obálky.
- O 2.4.6. VSB modulace signálu je modulací s částečně potlačeným postranním pásmem.
- O 2.5.1. Fázová modulace PM je jedním z typů úhlové modulace je nelineární funkcí informačního signálu a neplatí princip superpozice.
- O 2.5.2. Konstanta zesílení fázové modulace D_p je konstanta úměrnosti udávající citlivost fázového modulátoru.
- O 2.5.3. Okamžitá frekvence, Odchylka frekvence, Maximální odchylka počáteční fáze, Index fázové modulace

- O 2.5.4. Frekvenční spektrum modulovaného signálu je dáno Fourierovou transformací, je vyhodnoceno za celý časový interval.
- O 2.6.1. Frekvenční modulace FM je úhlovou modulací, kde komplexní obálka je závislá na kontinuální spojitě změně fázové modulační složky $\theta(t)$.
- O 2.6.2. Konstanta zesílení frekvenční modulace D_f určuje frekvenční rozpětí modulovaného signálu.
- O 2.6.3. Okamžitá frekvence, Odchylka frekvence, Maximální odchylka frekvence, Index frekvenční modulace
- O 2.6.4. Frekvenční spektrum modulovaného signálu je dáno Fourierovou transformací, je vyhodnoceno za celý časový interval.
- O 2.6.5. Generování FM modulovaného signálu je založen na malých změnách frekvence modulovaného signálu oproti nosné.
- O 2.7.1. Kvadraturní modulace QM je modulací, kde komplexní obálka je závislá na dvou modulačních signálech $m_1(t), m_2(t)$.
- O 2.7.2. Frekvenční spektrum modulovaného signálu je dáno Fourierovou transformací, je vyhodnoceno za celý časový interval.
- O 2.7.3. Demodulace QM modulovaného signálu lze provádět pomocí principů koherentní detekce modulovaného signálu.
- O 3.1.1. Základní úpravy a modulace signálu jsou úpravy impulsního signálu, úpravy převáděného analogového signálu na digitální signál, úpravy digitálních signálů pro přenos a při převádění na analogový signál.
- O 3.1.2. Analogově-digitální převodník převádí analogový signál na digitální signál ve formě binární posloupnosti dat.
- O 3.1.3. Digitálně-analogový převodník převádí digitální signál, který reprezentuje posloupnost dat, na analogový signál uměrný původním digitálním hodnotám měnících se s vzorkovací frekvencí digitálního signálu.
- O 3.2.1. Impulsní amplitudová modulace je určena k převodu analogového signálu na určitý typ impulsního signálu.
- O 3.2.2. Ideální vzorkování je teoretické spínání kontaktu v pravidelných okamžicích odpovídající šířce impulsu diskrétního signálu - Diracova impulsu.
Přirozené vzorkování je jednoduchý typ vzorkování, kde impulzy kopírují tvar původního signálu.
Okamžité vzorkování generuje pravoúhlé impulzy dané šířky a periody o aktuální hodnotě amplitudy původního signálu.
- O 3.2.3. Aliasingové rušení způsobené nedodržením vzorkovacího teorému dochází k překrytí frekvenčních spekter vzorkovaného signálu a tedy ke ztrátě informace.
- O 3.2.4. Dolnoproustý filtr je aplikován před zpracováním signálu vzorkovacím obvodem.
- O 3.3.1. Impulsní kódová modulace PCM je určena k převodu analogového signálu na číselný signál, kde informace obsažená v okamžitých vzorcích analogového signálu je reprezentována digitálními slovy v sériovém bitovém toku.

- O 3.3.2. Delta modulace DM a diferenční impulsní kódová modulace DPCM jsou další typy modulací převodu signálu z analogového na digitální signál.
- O 3.3.3. Multiplexování s časovým dělením je určeno pro sloučení PCM signálů s datovými signály a přenesení běžným vysokorychlostním digitálním systémem.
- O 3.3.4. Vzorkování signálu je prvním krokem PCM modulace.
Kvantování signálu se provádí na signál po vzorkování, kde se vzorkovanému signálu reprezentovaného amplitudami jednotlivých vzorků nabývajících jakýkoliv hodnot přiřadí hodnota omezená úrovní, která náleží k nejbližší kvantovací úrovni.
Kódování signálu je proces, kde vstupním signálem je kvantovaný signál a výstupním signálem je kódovaný digitalizovaný signál.
- O 3.3.5. Rovnoměrná a nerovnoměrná kvantizace definují rozložení jednotlivých kvantizačních úrovní v celkovém rozsahu signálu.
- O 3.3.6. Kódování signálu se dělí na Unipolární kódování a Bipolární kódování
Gray kódování je speciálním typem převodu kvantovaného signálu na binární slovo.
Unipolární NRZ, Polární NRZ, Unipolární RZ, Bipolární RZ, Manchester NRZ jsou základní typy kódování při generování PCM signálu.
- O 3.4.1. Impulsní šířková modulace PWM je nejčastěji používaným typem modulace impulzního signálu, který se převádí na analogový signál.
- O 3.4.2. Impulsní číselná modulace PNM obsahuje v daném čase signálu krátké impulsy dané amplitudy.
- O 3.4.3. Impulsní poziční modulace PPM je definována pozicí krátkého impulsu dané amplitudy v definovaném čase.
- O 3.4.4. Impulsní modulace hustoty PDM je degradováním impulsní šířkové modulace PWM.
- O 4.1.1. Digitální modulace pásmového signálu jsou aplikovány na digitální signál, který je ze základního frekvenčního pásma posunut na nosnou frekvenci pomocí principů některé z modifikovaných analogových amplitudových nebo úhlových modulací AM, PM, FM.
- O 4.1.2. Kanálové symboly jsou všechny možné vektory rozkladu modulačního signálu $m(t)$.
Datové symboly d_n jsou v mnoha případech rovny množině kanálových symbolů, nebo je mezi nimi určitý vzájemný vztah.
- O 4.1.3. Binární zpracování digitálního signálu je typem digitální modulace pásmového signálu zpracovávající binární digitální signál, který lze provádět několika metodami: On-Off klíčování, Amplitudové klíčování, Binární-fázové klíčování stavů, Diferenční-fázové klíčování stavů, Frekvenční klíčování stavů.
- O 4.1.4. Více-stavové zpracování digitálního signálu je typem digitální modulace pásmového signálu zpracovávající více-stavový (více než 2 stavy) digitální signál, který lze provádět několika metodami: Amplitudové klíčování, Fázové klíčování, Diferenční fázové klíčování, Kvadrurní amplitudové klíčování, Amplitudové fázové klíčování, Frekvenční klíčování.
- O 4.1.5. Konstelace modulace definuje rozložení všech možných vektorů rozkladu modulačního signálu $m(t)$ v prostorové komplexní rovině.
- O 4.2.1. ON-OFF klíčování je digitální modulace pásmového signálu založená na principu vypnutí a zapnutí generování vysokofrekvenčního signálu.

- O 4.2.2. Raised cosine-rolloff filtr nastavuje šířku frekvenčního propustného pásma modulovaného signálu
- O 4.2.3. Konstelace modulace obsahuje dva vektory na reálné ose, kde jeden z nich je nulový a druhý je vysokofrekvenčním signálem o dané konstantní amplitudě bez fázového posunutí.
- O 4.2.4. Nekoherentní detekce modulovaného signálu je aplikována pomocí reálného detektoru obálky.
- O 4.2.5. Koherentní detekce modulovaného signálu je aplikována pomocí multiplikativního detektoru.
- O 4.3.1. ASK klíčování je digitální modulace pásmového signálu založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů. Modulace ASK je modulací se symetrickou ekvidistantní množinou kanálových symbolů tvořenou lichými čísly
- O 4.3.2. Kanálové symboly jsou rozmístěny pouze na reálné ose, z čehož vyplývá, že jsou ryze reálné.
- O 4.3.3. Konstelace modulace v prostorové komplexní rovině je definována vektory pouze na reálné ose, kde jeden z dvojice má shodnou amplitudu, avšak fázi posunutou o 180° .
- O 4.3.4. Základní typy ASK modulace definované dle počtu možných stavů jsou 2-ASK, 4-ASK, 8-ASK, M-ASK.
- O 4.4.1. PSK klíčování je digitální modulace pásmového signálu založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů.
- O 4.4.2. Modulace PSK je lineární modulací bez paměti se symetrickou ekvidistantní množinou kanálových symbolů
- O 4.4.3. Kanálové symboly jsou rozmístěny ve stejné vzdálenosti od středu konstelace, tedy mají shodný modul vektoru a odlišují se rovnoměrně fází vektoru.
- O 4.4.4. Základní typy PSK modulace definované dle počtu možných stavů jsou B-PSK, 4-PSK, Q-PSK, 8-PSK, M-PSK.
- O 4.4.5. DPSK modulace je založená na změně fáze vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel vektorové reprezentace v signálovém prostoru, avšak ne na absolutní hodnotě, ale na změně mezi sousedními kanálovými symboly v signálovém prostoru.
- O 4.5.1. FSK klíčování je digitální modulace pásmového signálu založena na principu klíčování binárních a více-stavových digitálních signálů.
- O 4.5.2. Modulace FSK je nelineární modulací bez paměti se symetrickou ekvidistantní množinou kanálových symbolů
- O 4.5.3. Kanálové symboly jsou rozmístěny ve stejné vzdálenosti od středu konstelace, tedy mají shodný modul vektoru a odlišují se konstantou lineární kontinuální změny fáze vektoru.
- O 4.5.4. Základní typy FSK modulace definované dle počtu možných stavů jsou 2-FSK, 4-FSK, M-FSK.
- O 4.6.1. QAM klíčování je lineární digitální modulací bez paměti tvořená součtem dvou ASK modulací v kvadrturních složkách.
- O 4.6.2. QAM modulace je založená na změně fáze i změně velikosti vektoru signálového bodu v konstelaci modulace, tedy úhel a amplituda vektorové reprezentace v signálovém prostoru a kanálové symboly jsou rozmístěny v pravoúhlém rastru v okolí středu konstelace.
- O 4.6.3. Základní typy QAM modulace definované dle počtu možných stavů jsou 4-QAM, 16-

QAM, 32-QAM, 64-QAM, 256-QAM, M-QAM.

- O 4.6.4. APSK klíčování je lineární digitální modulací bez paměti tvořená kombinací ASK modulací a PSK modulací. Kanálové symboly jsou v konstelaci rovnoměrně rozmístěny v kruhově symetrické množině.
- O 4.7.1. Digitální OFDM modulace pásmového signálu je založena na principu generování subnosných frekvencí, na kterých se v jednom časovém intervalu nalézají datová posloupnost jednotlivých datových symbolů reprezentovaných komplexní obálkou.
- O 4.7.2. Nízká modulační frekvence OFDM modulovaného signálu zaručuje vysokou odolnost proti vícecestnému šíření signálu, proti interferencím mezi symboly a nosnými ICI.
- O 4.7.3. Využití modulace v případech možného rušení a vícecestného šíření signálu, z tohoto důvodu se provádí zabezpečení přenášeného modulovaného OFDM signálu je realizováno ochranným intervalem a cyklickou předponou, kde se poslední vzorky symbolu kopírují na začátek symbolu v čase.
- O 4.8.1. Přenos digitálního signálu je implementován na většinu dnes vyvíjených a realizovaných aplikací pro bezdrátový přenos dat.
- O 4.8.2. Přenos digitálního signálu pro počítačovou sféru a komerční elektroniku je většinou uskutečňován drátovým nebo bezdrátovým propojením Wi-Fi a Bluetooth komunikačních standardů na volně dostupném frekvenčním pásmu od 2.4GHz.
- O 4.8.3. Přenos digitálního signálu pro průmyslové aplikace je orientována na robustnost a spolehlivost komunikačního systému s většími požadavky na zabezpečení komunikačního protokolu a rámce s ohledem na možné zneužití.
- O 4.8.4. Přenos digitálního televizního a rozhlasového vysílání je prováděno úpravou obrazového signálu v následujících krocích komprese obrazových a zvukových dat, kanálového kódování pro zabezpečení dat, modulován dle typu standardu DVB-T, DVB-S, DVB-C.
- O 4.8.5. Multiplex je jeden televizní kanál rozložený v daném omezeném frekvenčním pásmu.
- O 5.1.1. Základní principy analýzy a syntézy elektronických obvodů a matematických vztahů používaných pro zpracování pásmových modulovaných signálů.
- O 5.1.2. Předpokladem analyzovaných obvodů používaných v praxi je využití jejich nelinearity. Z tohoto důvodu je nutné hodnotit dopady nelinearity obvodů na rušení kvality signálu.
- O 5.1.3. Základní nelineární systémy popisované v textu pro zpracování pásmových signálů jsou filtry, zesilovače, omezovače, směšovače, násobiče frekvence, multiplikativní detektory, detektory obálky, detektory FM signálu, fázové závěsy PLL, vysílače, přijímače.
- O 5.2.1. Filtr generuje výstupní signál $v_2(t)$ transformováním frekvenčního spektra vstupního signálu $v_1(t)$. Základní je rozdělení filtrů na filtry lineární a na filtry nelineární.
- O 5.2.2. Pasivní LC filtry s diskrétními L a C součástkami.
Aktivní filtry používající operační zesilovače s RC prvky.
Krytalové filtry fungují na principu křemenného krytalu.
Mechanické filtry jsou rezonující mechanické soustavy.
Keramické filtry jsou založeny na miniaturním piezoelektrickém keramickém kotoučku, který je oboustranně pokovený, na pokovení jsou připevněny elektrody.
Digitální filtry mají na vstupu číslicový signál a jejich základem jsou digitální technologie.
Povrchové akustické vlny jsou vysílány a putují po povrchu piezoelektrického substrátu.

Filtry založené na vedeních využívají rezonanční vlastnosti elektrických vedení pracujících v otevřené nebo v uzavřené smyčce.

- O 5.3.1. Lineární dynamický model popsaný kmitočtovým přenosem zesilovače.
Nelineární model zesilovače popsaný nelineárním zesílením zesilovače.
- O 5.3.2. Zkreslení harmonického signálu zesilovačem se určí přivedením harmonického testovacího signálu na vstup zesilovače.
- O 5.3.3. Celkové harmonické zkreslení signálu THD se vyjadřuje v procentech a definuje míru nelinearity.
- O 5.3.4. Intermodulační zkreslení IMD se určí pomocí testovacího signálu, který je součtem dvou harmonických signálů o různých frekvencích, dvou tónů.
- O 5.4.1. Omezovač je nelineární obvod s ostrou saturací statické charakteristiky. Omezovače se využívají pro příjem a zpracování číslicových a analogových signálů, u kterých je informace zakódována do některých z typů úhlové modulace (PM, FM).
- O 5.4.2. Pásmový omezovač je nelineární omezovač s uvedenou saturační charakteristikou, na jehož výstupu je pásmový filtr.
- O 5.4.3. Signál za pásmovým filtrem je roven $v_o(t) = KV \cos(\omega_c t + \theta(t))$
- O 5.5.1. Směšovač (mixer) je součástí modulátoru a některých detektorů a demodulátorů. Princip fungování je založen na násobení dvou vstupních signálů. Mixery v oblasti modulovaných signálů se používají pro provedení posunu vstupního signálu po frekvenční ose.
- O 5.5.2. Ideální mixer je obvod, složený ze mixeru, lokálního oscilátoru a filtru.
- O 5.5.3. Výstupní signál ideálního mixeru je roven

$$v_1(t) = \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g(t)e^{j(\omega_c + \omega_0)t}\} + \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g(t)e^{j(\omega_c - \omega_0)t}\}$$
 Za pásmovým filtrem je výstupní signál $v_2(t) = \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g(t)e^{j(\omega_c - \omega_0)t}\}$
- O 5.5.4. Mixery lze rozdělit na jednokvadrantové, dvoukvadrantové, čtyřkvadrantové mixery.
- O 5.5.5. Rozdělení mixerů a následně i modulátorů a demodulátorů je na nevyvážené, zpola vyvážené, vyvážené mixery (double balanced).
- O 5.6.1. Násobič frekvence je tvořen nelineárním obvodem, následovaným filtrem. Šířka frekvenčního pásma signálu za násobičem frekvence není stejná, je větší, jako šířka pásma signálu před násobičem frekvence, signál je zkreslen nelineárně.
- O 5.6.2. Násobič frekvence je obvod, složený z nelineárního obvodu a pásmového filtru.
- O 5.6.3. Výstupní signál za nelinearitou lze vyjádřit Taylorovou řadou, získá se pro n -tý člen Taylorovy řady výstupní signál $v_{1,n}(t) = K_n v_{in}^n = K_n R^n(t) \cos^n[\omega_c t + \theta(t)]$
Za pásmovým filtrem propouštějícím danou frekvenční složku je signál $v_2(t) = CR^n(t) \cos[n\omega_c t + n\theta(t)]$
- O 5.6.4. Amplitudová modulační složka signálu $R(t)$ je za násobičem frekvence zkreslena. Násobič frekvence nezkresluje tvar fázové modulační složky $\theta(t)$, ale násobně ji zvyšuje. Z těchto důvodů se využívá pro modulace, kde dochází k modulaci pomocí fázové modulační složky s konstantní amplitudovou modulační složkou.

- O 5.7.1. Multiplikativní detektor je mixer, který konvertuje pásmový vstupní signál, tj. užitečný signál plus šum, do základního pásma. Dolnoproustný filtr propustí pouze signál v základním frekvenčním pásmu. Na výstupu multiplikativního detektoru se získá reálná obálka signálu.
- O 5.7.2. Multiplikativní detektor je obvod, složený z mixeru, lokálního oscilátoru a dolnoproustného filtru.
- O 5.7.3. Výstup z násobičky je

$$\begin{aligned} v_1(t) &= R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] A_0 \cos(\omega_c t + \theta_0) \\ &= \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t) - \theta_0] + \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[2\omega_c t + \theta(t) + \theta_0] \end{aligned}$$

Dolnoproustný filtr propustí pouze signál v základním pásmu, takže výstupní signál za filtrem je roven $v_{out}(t) = \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t) - \theta_0] = \frac{1}{2} A_0 \operatorname{Re}\{g(t)e^{-j\theta_0}\}$

- O 5.7.4. Koherentní detektor pracuje s referenčním signálem generovaným přístrojovým oscilátorem, obvodem PLL, nebo u číslicových přístrojů kmitočtovou centrálou.

Nekoherentní detektor je detektor, který takovýto vstup nepoužívá.

- O 5.8.1. Detektor obálky je elektronický obvod, který detekuje reálnou obálku signálu. Ideální detektor obálky je obvod, jehož výstup je přímo úměrný reálné obálce vstupního pásmového signálu.
- O 5.8.2. Elektronický obvod je realizován diodovým detektorem obálky.
- O 5.8.3. Ideální detektor obálky je obvod, jehož výstup je přímo úměrný reálné obálce vstupního pásmového signálu. Výstup ideálního detektoru obálky je roven $v_{out}(t) = KR(t)$
- O 5.8.4. Detektor obálky je vhodný pro amplitudově modulovaný pásmový signál.

- O 5.9.1. Ideální detektor FM signálu je obvod, jehož výstupní signál je přímo úměrný okamžité frekvenci, vstupního signálu. Detektor FM signálu se obvykle konstruuje jako vyvážený. Znamená to, že konstantní složka napětí se v případě, když je detektor naladěný, na frekvenci nosné f_c , na výstupu detektoru neobjeví.

- O 5.9.2. Výstupní signál ideálního detektoru FM signálu je

$$v_{out}(t) = K \frac{d[\omega_c t + \theta(t)]}{dt} = K \left[\omega_c + \frac{\theta(t)}{dt} \right]$$

Detektor FM signálu se obvykle konstruuje jako vyvážený. V tomto případě platí

$$v_{out}(t) = K \frac{\theta(t)}{dt}$$

- O 5.9.3. Zapojení pro konstrukci detektoru FM signálu vychází ze základních principů detekce pomocí konverze FM-AM, detekce pomocí komparace průchodu signálu nulovou hodnotou, detekce pomocí určení fázového posunu
- O 5.10.1. Fázový závěs PLL má v obvodech zpracování modulovaných signálů mnohostranné použití, kde dle nastavení výstupního filtru je na výstupu nejčastěji signál sledující frekvenci vstupního pásmového signálu nebo signál úměrný okamžité hodnotě frekvence vstupního pásmového signálu .
- O 5.10.2. Fázový závěs je obecně sestaven ze tří hlavních částí detektoru PM signálu PD,

dolnoproustného filtru LPF, napětově řízeného oscilátoru.

- O 5.10.3. Fázový závěs lze realizovat na analogových (APLL) nebo na číslicových tj. digitálních (DPLL) prvcích pro analogové a digitální signály.
- O 5.10.4. Fázový závěs bývá součástí lokálních přístrojových oscilátorů v přijímačích AM signálů. Fázový závěs je použitý pro přesné generování nosné frekvence.
- O 5.11.1. Vysílače generují modulovaný vysokofrekvenční signál $v(t)$ tak, že modulují nosnou $\cos \omega_c t$ o frekvenci f_c signálem, který je funkcí informačního modulačního signálu $m(t)$.
- O 5.11.2. $v(t) = \operatorname{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$, $v(t) = R(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)]$, $v(t) = x(t)\cos \omega_c t - y(t)\sin \omega_c t$
- O 5.11.3. Principiálně se v obvodu pro zpracování signálu v základním pásmu (OZSvZP) generují složky $R(t)$ a $\theta(t)$, kde se kóduje informační signál $m(t)$.
principiálně se v obvodu pro zpracování signálu v základním pásmu (OZSvZP) generují složky $x(t)$ a $y(t)$, kde se kóduje informační signál $m(t)$.
- O 5.12.1. Přijímače zpracovávají modulovaný signál a oddělují ze signálu zvlášť přijatý informační (modulační) signál $m(t)$.
- O 5.12.2. Přijímače se obecně dělí na Kaskádně laděné přijímače, které se skládají z několika sériově zapojených pásmových zesilovacích stupňů s velkým zesílením, laděných na frekvenci nosné f_c .
Superheterodyny, které jsou použity ve většině komerčních analogových radiových přijímačů. Posun vstupního pásmového signálu do frekvenčního pásma, které se nazývá pásmo mezifrekvence označována zkratkou IF.
- O 5.12.3. Rušivým signálem například je do mixeru přivedený a posunutý tzv. parazitní zrcadlový (image) signál, který může být zpracováním upraveného signálu přičten k výslednému informačnímu (modulačnímu) signálu $m(t)$.